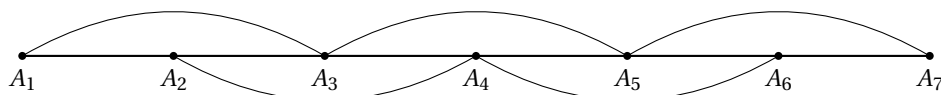


NNV 15/16 4. nodarbība

4-1. Kādā valstī ir 15 pilsētas A_1, A_2, \dots, A_{15} , kas šādā secībā ir izvietotas uz taisnes (pilsēta A_1 ir vistālāk rietumos, bet A_{15} – vistālāk austrumos). Ceļi starp pilsētām ir izbūvēti pēc šāda principa:

- starp pilsētām A_n un A_{n+1} ir ceļš ($n = 1, 2, \dots, 14$);
- starp pilsētām A_n un A_{n+2} ir ceļš ($n = 1, 2, \dots, 13$);
- citu ceļu šajā valstī nav.

Piemēru ar 7 pilsētām sk. zīmējumā:



Cik dažādos veidos no pilsētas A_1 var nokļūt pilsētā A_{15} , ja atļauts pārvietoties tikai pa izbūvētajiem ceļiem, turklāt tikai virzienā no rietumiem uz austrumiem (t.i., nav atļauts no A_n doties atpakaļ uz A_{n-1} vai A_{n-2})?

4-2. Virkne $(a_n)_{n \geq 0}$ apmierina sākuma nosacījumus $a_0 = 5$, $a_1 = -3$ un rekurences sakarību

$$a_{n+2} = 21a_n - 4a_{n+1}, \quad \text{visiem } n \geq 0.$$

Izteikt virknes 2016-to locekli a_{2016} , neizmantojot rekurences sakarības!

4-3. Apskatām galīga garuma virknes, kas sastāv tikai no cipariem 1, 2, 3, 4 un kurās neparādās pēc kārtas uzrakstītu ciparu '123' apakšvirkne (piemēram, virkne '12434' ir starp derīgajām virknēm, bet '12344' – nav).

Cik ir šādu virkņu garumā 7?

4-4. Virknē katrs tās loceklis ir vai nu kāds no cipariem no 1 līdz 9, vai arī kāds no simboliem +, -, * vai /. Virkni sauc par *pareizu*, ja vienlaikus izpildās šādas prasības:

- a) virkne gan sākas, gan beidzas ar ciparu;
- b) virknē nekādi divi no simboliem +, -, *, / neatrodas blakus;
- c) ja virknē blakus atrodas divi cipari, tad tie nav vienādi.

Piemēram, '12 + 3' ir pareiza virkne, savukārt neviena no virknēm '39/' vai '4 + +2', vai '11 + 3' nav pareiza.

Ar a_n apzīmēsim pareizu virkņu garumā n skaitu.

- 1) Aprēķināt a_5 (t.i., noskaidrot, cik ir pareizu virkņu garumā 5).
- 2) Atrast vispārīgā locekļa a_n formulu.

4-5. Polinomu virkne $(P_n)_{n \geq 0}$ definēta sekojoši: $P_0(x) = 0$, $P_1(x) = 1$ un visiem naturāliem n izpildās vienādība

$$P_{n+1}(x) = P_n(x) + (x^4 + x^2)P_{n-1}(x), \quad \text{visiem } x \in \mathbb{R}.$$

Aprēķināt summu

$$P_{100}(\sqrt{0}) + 3P_{100}(\sqrt{1}) + 5P_{100}(\sqrt{2}) + 7P_{100}(\sqrt{3}) + \dots + 4031P_{100}(\sqrt{2015}).$$