Eilera metode

FILIPS KOZIREVS

LU FIZIKAS, MATEMĀTIKAS UN OPTOMETRIJAS FAKULTĀTE

Saturs

Ievads

- Pieņemsim, ka $P = P(t)$ - baktēriju populācija laika momentā t.
- Ir zināms, ka populācijas augšanas ātrums P' ir proporcionāls populācijas lielumam, t.i., jo vairāk ir baktēriju, jo ātrāk to skaits pieaug.
- Matemātiski šo faktu var pierakstīt šadi: $P' = kP$, kur k – proporcionalitātes koeficients.

Ievads

Kā, zinot baktēriju populācijas lielumu sākuma laika momentā t_0 $P(t_0)$, veikt prognozi par $P(t_0 + \Delta t)$, kur $\Delta t > 0$?

Ievads

Ievads

Eilera metode palīdz tuvināti atrast funkciju pēc informācijas par tās augšanas ātrumu un vērtības kaut kādā definīcijas kopas punktā.

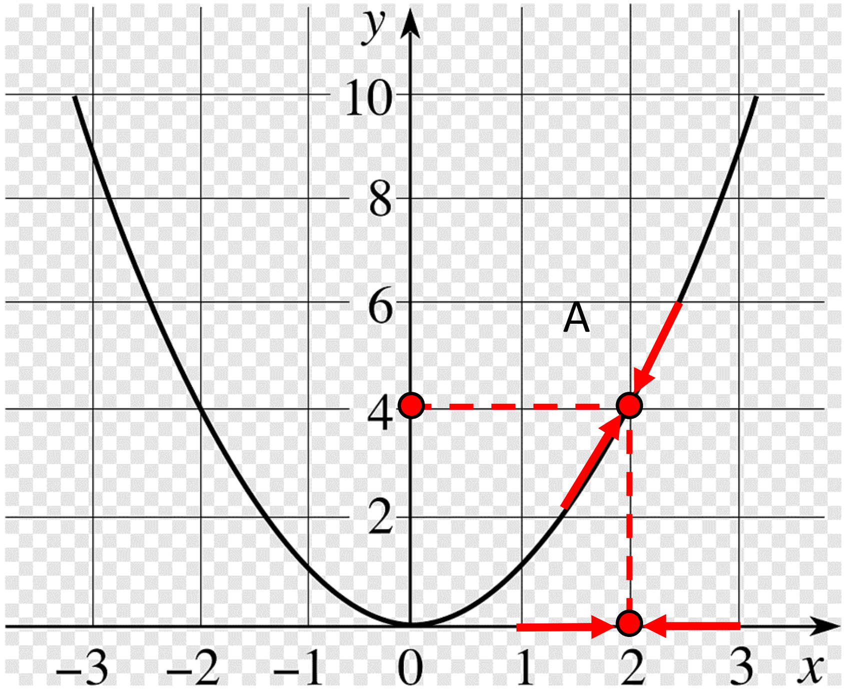
Piemērs par automobiļa ātrumu

Kas ir atvasinājums?

Vispārīgā gadījumā funkcijas $f(x)$ atvasinājums punktā x_0, ko apzīmē ar $f'(x_0)$, ir «funkcijas f augšanas ātrums punktā x_0».

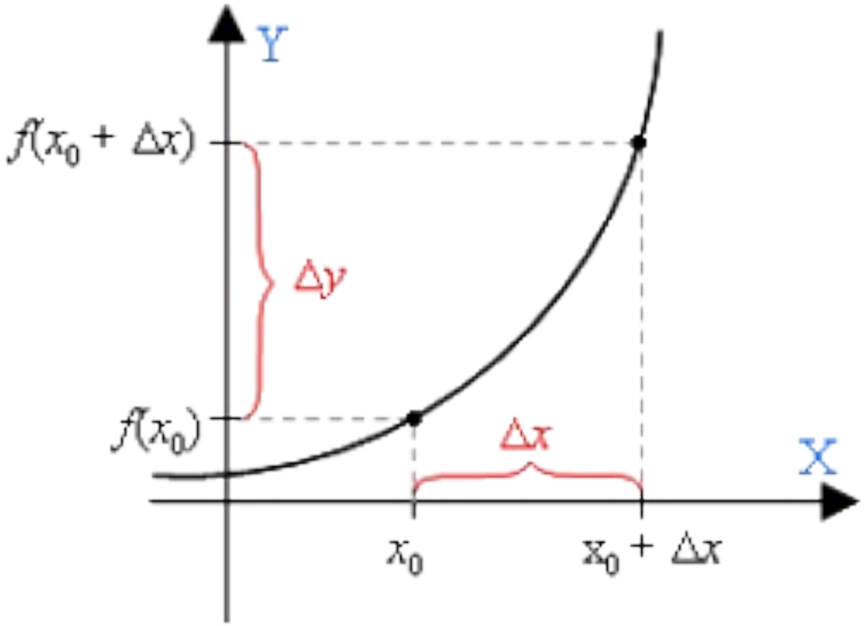
Funkcijas robeža

- Attēlā dots funkcijas $y = x^2$ grafiks.
- Var redzēt, ka, kad x tuvojas skaitlim 2 (nav svarīgi, no kuras puses), funkcijas y vērtība tuvojas skaitlim 4.
- Šo faktu pieraksta šādi: $\lim_{x \to 2} x^2 = 4$ (funkcijas $y = x^2$ robeža, kad x tiecas uz 2, ir vienāda ar 4).
- Šoreiz varēja vienkārši ievietot x vietā 2 un iegūt robežas vērtību, bet ne vienmēr robežu var atrast tik viegli.



Atvasinājuma definīcija

- Kā jau tika minēts, vispārīgajā gadījumā funkcijas $f(x)$ atvasinājums punktā x_0 $f'(x_0)$ ir «funkcijas f augšanas ātrums punktā x_0».
- Apskatīsim funkciju $y = f(x)$.
- Lai Δx – **argumenta $\boldsymbol{x}$ pieaugums punktā $\boldsymbol{x_0}$**, tad $x_0 + \Delta x$ – jaunā argumenta vērtība un $f(x_0 + \Delta x)$ – jaunā funkcijas vērtība.
- Tad $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ sauc par **funkcijas pieaugumu punktā $\boldsymbol{x_0}$, kas atbilst argumenta pieaugumam** Δx.

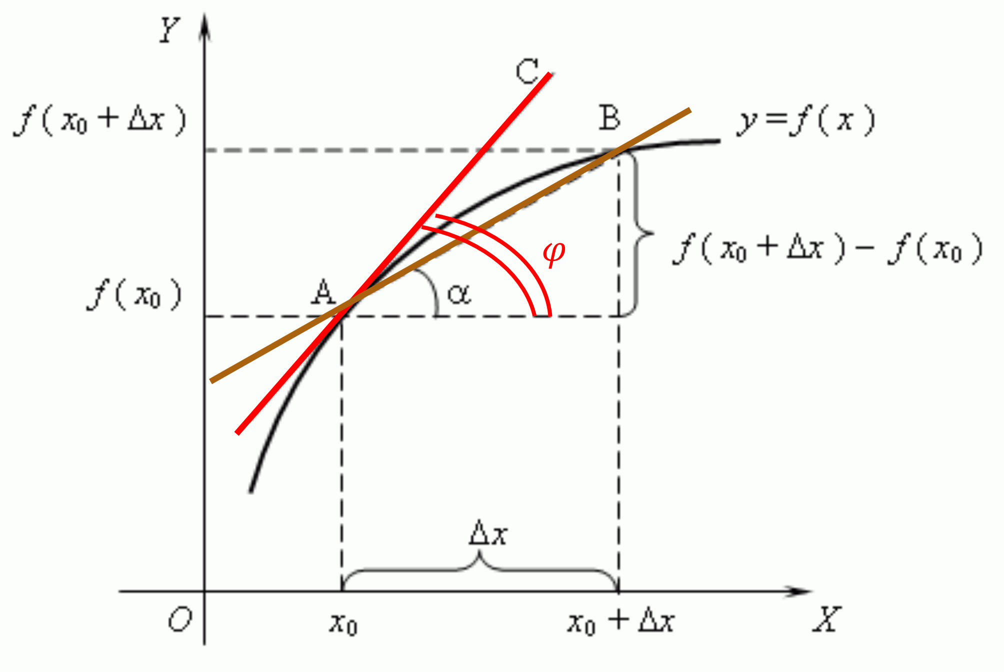


Atvasinājuma definīcija

- Funkcijas $y = f(x)$ atvasinājums punktā x_0 $f'(x_0) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$.
- Ja $f'(x_0)$ eksistē, tad funkciju $y = f(x)$ sauc par atvasināmu vai **diferencējamu** punktā x_0.

Atvasinājuma ģeometriskā interpretācija

- Apskatīsim funkcijas $y = f(x)$ grafiku.
- Δx – argumenta pieaugums punktā x_0, $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ - funkcijas pieaugums punktā x_0, kas atbilst argumenta pieaugumam Δx.
- Taisne AB – funkcijas grafika **sekante**, t. i., taisne, kas krusto funkcijas grafiku divos punktos. Tas slīpuma leņķis ir leņķis α.
- No zīmējuma var redzēt, ka $\tan \alpha = \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.
- Ja $\Delta x \to 0$, tad $\frac{\Delta y}{\Delta x} \to f'(x_0)$ un $\tan \alpha \to f'(x_0)$ pēc atvasinājuma definīcijas. Bet kas notiek ar sekanti?
- Punkts B tuvojas punktam A, un sekante aizņem **robežstāvokli** un kļūst par **pieskari** funkcijas grafikam punktā A jeb par taisni, kurai ar funkcijas grafiku kopīgs ir tikai punkts A (taisne AC).



Atvasinājuma ģeometriskā interpretācija

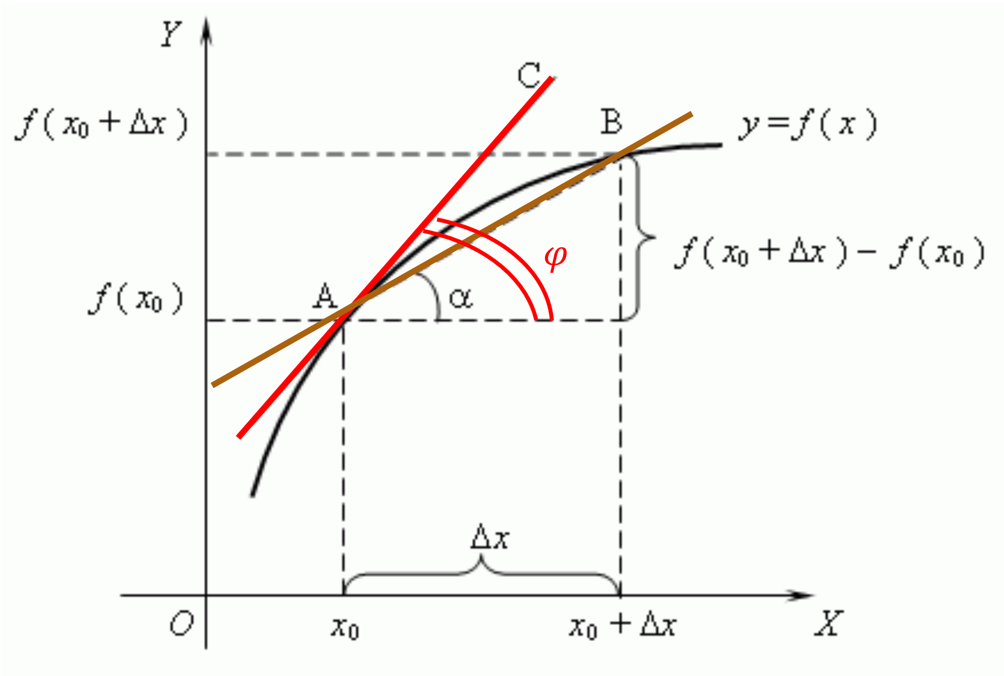
- Var secināt, ka $\tan\varphi = \lim_{\Delta x \to 0} \tan\alpha =$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0).$$

- Ņemot vērā, ka taisnes slīpuma leņķa tangenss ir tās virziena koeficiens, pieskares AC virziena koeficients

$$\boldsymbol{k = \tan\varphi = f'(x_0)}.$$

- Tā arī ir funkcijas atvasinājuma ģeometriskā interpretācija. Funkcijas $y = f(x)$ grafika pieskares punktā x_0 virziena koeficients ir vienāds ar funkcijas atvasinājumu šajā punktā.



Pamatfunkciju atvasināšanas formulas

$$C' = 0$$

$$\boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(kx)' = k$$

$$\left(\frac{x}{k}\right)' = \frac{1}{k}$$

$$\boxed{(kx + b)' = k}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$\boxed{(\sin x)' = \cos x}$$

$$\boxed{(\cos x)' = -\sin x}$$

$$\boxed{(tgx)' = \frac{1}{cos^2 x}}$$

$$\boxed{(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$\boxed{(e^x)' = e^x}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$\boxed{(\ln x)' = \frac{1}{x}}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(x^2)' = 2x$$

$$(x^3)' = 3x^2$$

Atvasināšanas kārtulas

$$\left(f(x) \pm g(x)\right)' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$\left(f(x) \cdot g(x)\right)' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

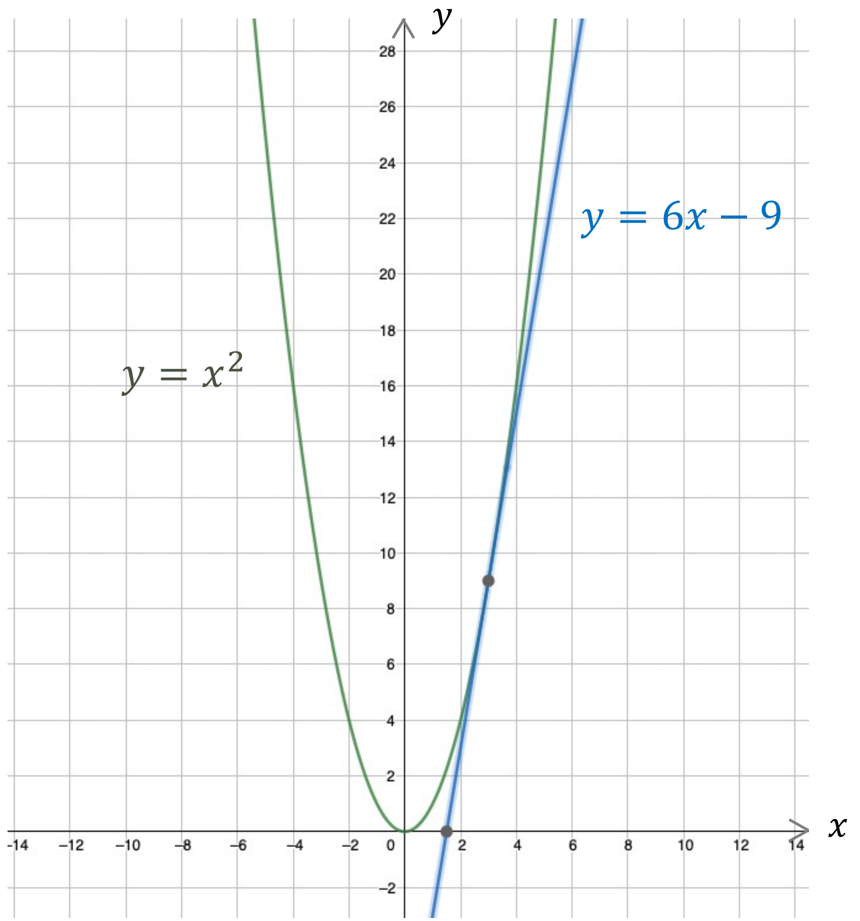
$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

Uzdevums par pieskari

Uzdevums. Atrast funkcijas f grafika pieskares punktā x_0 vienādojumu, ja $f(x) = x^2$ un $x_0 = 3$.

- Pieskares vienādojumu meklēsim formā $y = kx + b$, kur k, b - konstantes.
- $f'(x) = 2x$, tāpēc $f'(3) = 6$.
- Pēc atvasinājuma ģeometriskās interpretācijas funkcijas f grafika pieskares punktā $x_0 = 3$ virziena koeficients ir $k = f'(3) = 6$.
- Tad $y = 6x + b$. Pēc pieskares definīcijas $6x_0 + b = x_0^2$, tāpēc

$b = x_0^2 - 6x_0 = 3^2 - 6 \cdot 3 = -9$.



Atbilde. Funkcijas f grafika pieskares punktā x_0 vienādojums ir

$y = 6x - 9$.

Uzdevums par pieskari

Uzdevums. Atrast funkcijas f grafika pieskares punktā x_0 vienādojumu, ja ir doti $f'(x_0)$ un $f(x_0)$.

- Pieskares vienādojumu meklēsim formā $y = kx + b$, kur k, b - konstantes.
- Pēc atvasinājuma ģeometriskās interpretācijas funkcijas f grafika pieskares punktā x_0 virziena koeficients ir

$k = f'(x_0)$.

- Tad $y = f'(x_0) \cdot x + b$. Pēc pieskares definīcijas $f'(x_0) \cdot x_0 + b = f(x_0)$, tāpēc

$b = f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$.

- Tātad $y = kx + b = f'(x_0) \cdot x + f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0 = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$.

Atbilde. Funkcijas f grafika pieskares punktā x_0 vienādojums ir

$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$.

Pazīstami vienādojumu veidi

Lineārs vienādojums.	$2x - 3 = 0$
Kvadrātvienādojums.	$4x^2 + 9x - 3 = 0$
Augstāku pakāpju vienādojums.	$x^{10} = 1$
Vienādojums ar moduli.	$\lvert x - 4 \rvert = 12$
Daļveida racionāls vienādojums.	$\frac{1}{x} = 2$
Eksponentvienādojums.	$2^x = 8$
Logaritmiskais vienādojums.	$\log_3 x = 14$
Trigonometriskais vienādojums.	$\sin x = \frac{1}{2}$
Iracionāls vienādojums.	$\sqrt{x} + 1 = x$

Pazīstami vienādojumu veidi

Visos šajos vienādojumos atrisinājumi ir skaitļi.

Diferenciālvienādojuma jēdziens

Par **diferenciālvienādojumu** sauc vienādojumu, kas saista nezināmo funkciju un tās atvasinājumus.

Diferenciālvienādojuma atrisinājumi ir funkcijas.

Diferenciālvienādojumu piemēri

- **Ņūtona atdzišanas likums**.

$$T' = -k(T - T_m),$$

kur $T(t)$ – ķermeņa temperatūra laika momentā t, T_m - apkārtējās vides temperatūra, k – proporcionalitātes koeficients, $T > T_m$, $k > 0$.

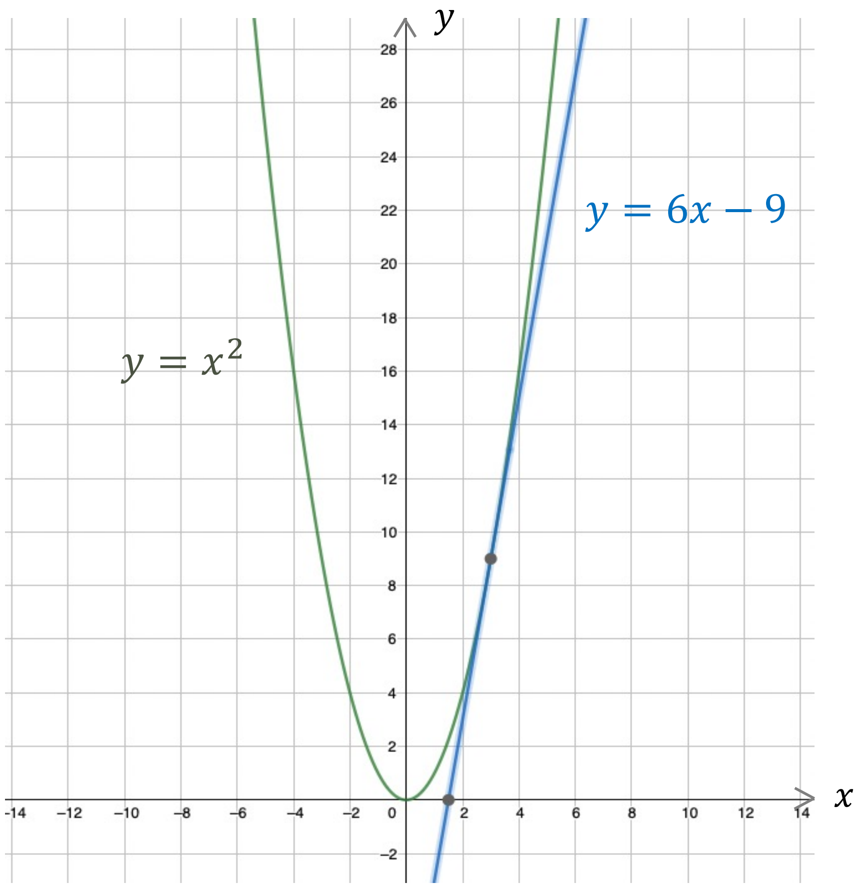
- **Populācijas pieaugums**.

$$P' = kP,$$

kur $P(t)$ - populācijas lielums laika momentā t, k – proporcionalitātes koeficients, $k > 0$.

Eilera metodes izvedums

- Apskatīsim funkciju f tādu, ka $f(x) = x^2$. Ir zināms, ka tās atvasinājums punktā x ir vienāds ar $f'(x) = 2x$, kā arī ka $f(3) = 9$ un $f(4) = 16$.
- Tagad pieņemsim, ka ir zināmi tikai f' un ka $f(3) = 9$. Kā, izmantojot tikai šo informāciju, tuvināti atrast $f(4)$?
- Atcerēsimies atvasinājuma ģeometrisko interpretāciju. Ja mums ir dots funkcijas f atvasinājums f', tad mums faktiski ir doti pieskaru funkcijas f grafikam virziena koeficienti.
- Turklāt mums ir zināma funkcijas vērtība punktā $x_0 = 3$, $f(x_0) = 9$. No uzdevuma par pieskari zinām, ka šīs informācijas pietiek, lai uzkonstruētu pieskari funkcijas f grafikam punktā x_0. Saskaņā ar uzdevuma atrisinājumu mūs interesējošās pieskares vienādojums ir $y = 6x - 9$.



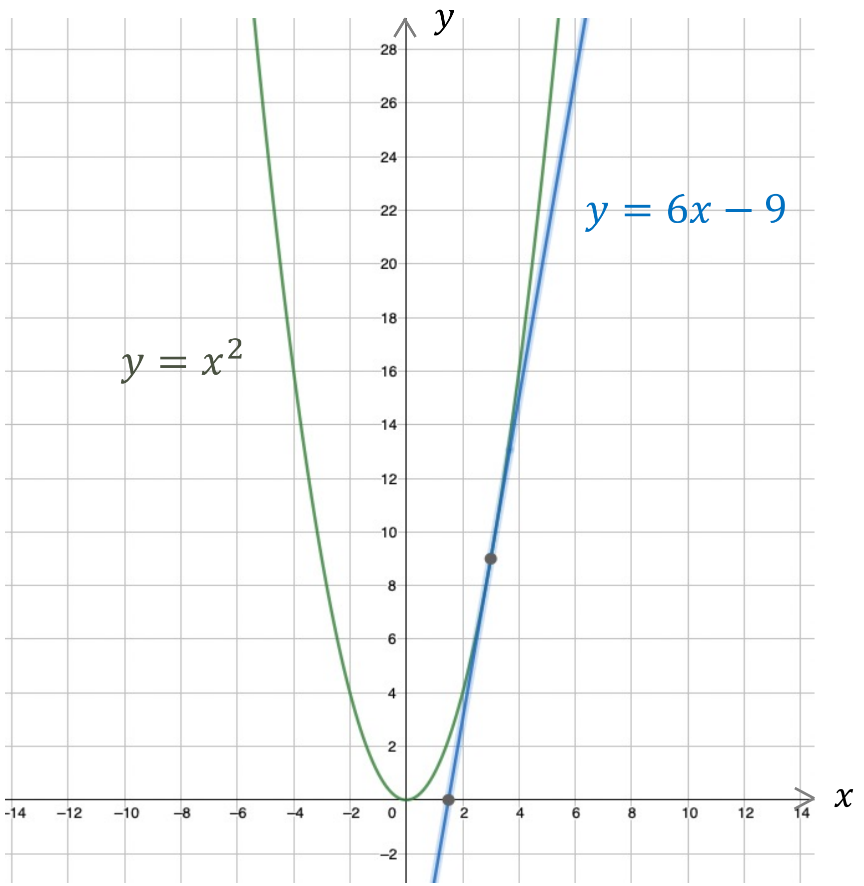
Eilera metodes izvedums

- Ievērosim, ka tuvu punktam x_0 pieskare gandrīz sakrīt ar funkciju f. Tāpēc var pieņemt, ka $f(x_0 + h) \approx 6(x_0 + h) - 9$, ja h ir pietiekoši mazs.
- Mūsu gadījumā punkts $x_1 = 4$ atrodas pietiekoši tuvu punktam $x_0 = 3$, tāpēc var uzreiz paņemt $h = 1$ un izsecināt, ka

$f(x_0 + h) = f(4) \approx 6 \cdot 4 - 9 = 15$. Mēs zinām, ka $f(4) = 16$, tāpēc iegūto tuvinājumu var uzskatīt par labu.

- Bet ko darīt, ja mēs gribam tuvināti atrast, piemēram, $f(5)$?
- Šajā gadījumā nepietiks tikai ar pieskari $y = 6x - 9$, jo punkta $x_2 = 5$ tuvumā tā jau tik labi nesakrīt ar f. Bet mēs zinām, ka $f(4)$ labs tuvinājums ir 15. Varam tuvināti novilkt pieskari šajā punktā:

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) \approx 15 + 2 \cdot 4 \cdot (x - 4) = 15 + 8x - 32 = 8x - 17.$$



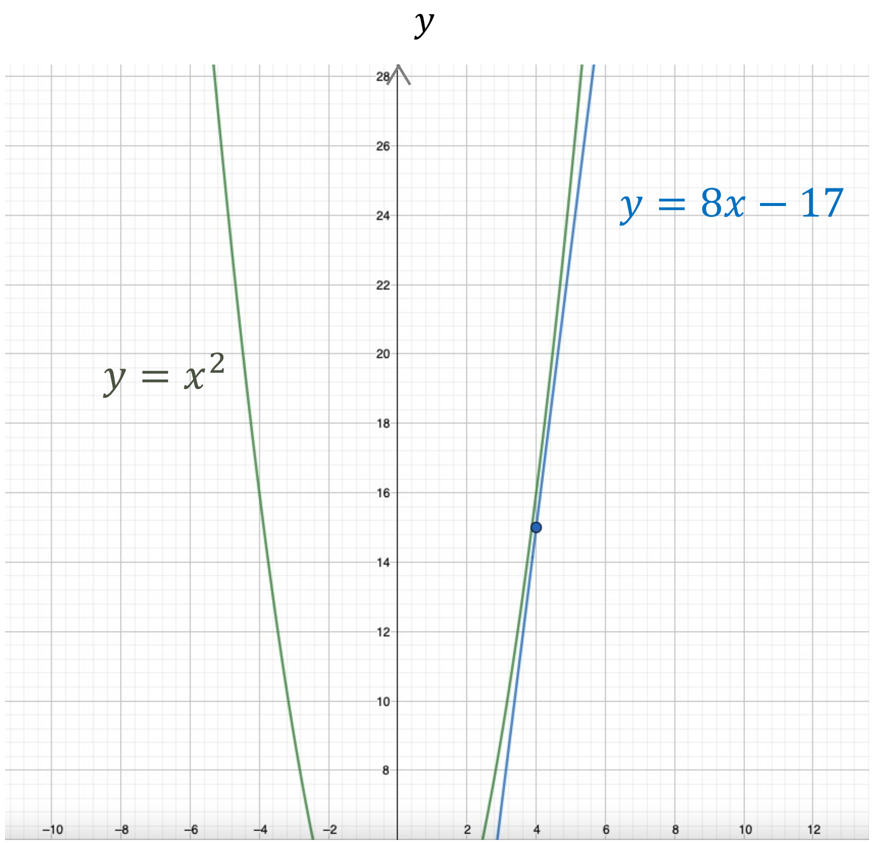
Eilera metodes izvedums

- Ir redzams, ka pieskare tiešām ir tuvināta, tā nepieskaras funkcijas f grafikam, bet tomēr ir tuvu tam. Ir redzams arī, ka tā dod labāku tuvinājumu $f(5)$ nekā pirmā pieskare. Tātad $f(x_0 + 2h) = f(5) \approx 8 \cdot 5 - 17 = 23$.

$f(5) = 5^2 = 25$. Tuvinājums ir labs.

- Bet ko darīt, ja mēs gribam tuvināti atrast, piemēram, $f(10)$?

- Skaidrs, ka taisne, kas tuvina pieskari punktā $x_2 = 5$, netuvinās labi $f(10)$. Bet tā varēs salīdzinoši labi tuvināt $f(6)$. Savukārt taisne, kas tuvina pieskari punktā $x_3 = 6$, labi tuvinās $f(7)$. Tā, turpinot konstruēt tuvinātās pieskares, galu galā var iegūt arī $f(10)$ aptuveno vērtību.



Eilera metodes izvedums

- Tagad apskatīsim vispārīgu gadījumu. Pieņemsim, ka mums ir dots funkcijas f atvasinājums f' un tās vērtība punktā x_0 $f(x_0)$. Mūsu uzdevums ir tuvināti aprēķināt $f(x_4)$, kur $x_4 > x_0$.
- Apzīmēsim $f(x_0)$ ar y_0. Ņemsim $h > 0$ tādu, ka $x_4 - x_0$ dalās ar h, un tuvināsim f vērtību punktā $x_1 = x_0 + h$, konstruējot pieskari f grafikam punktā x_0.
- Pieskare f grafikam punktā x_0:

$y = y_0 + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$. Tad

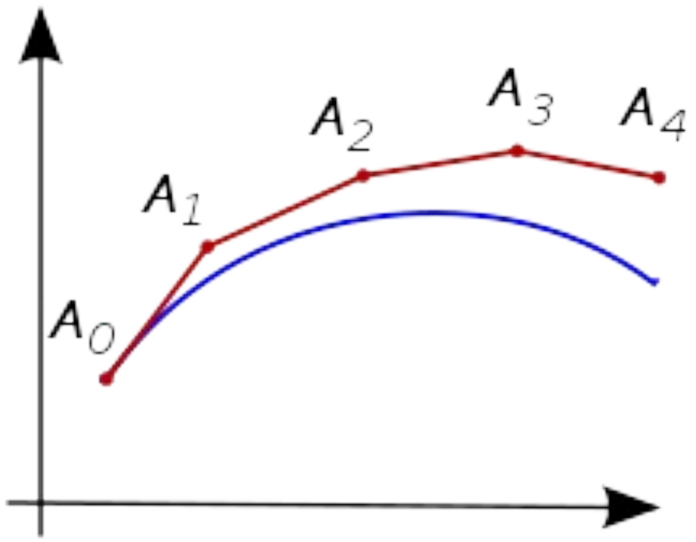
$f(x_1) \approx y_0 + f'(x_0) \cdot h = y_1$. Tātad y_1 ir $f(x_1)$ tuvinājums.

- Tālāk tuvināsim f vērtību punktā $x_2 = x_1 + h$, konstruējot jau tuvināto pieskari f grafikam punktā x_1. Pēc analoģijas tās vienādojums ir

$y = y_1 + f'(x_1) \cdot (x - x_1)$, un tāpēc

$f(x_2) \approx y_1 + f'(x_1) \cdot h = y_2$. Tātad y_2 ir $f(x_2)$ tuvinājums.

- Tā varam turpināt tālāk, kamēr neiegūsim $f(x_4)$ tuvinājumu.



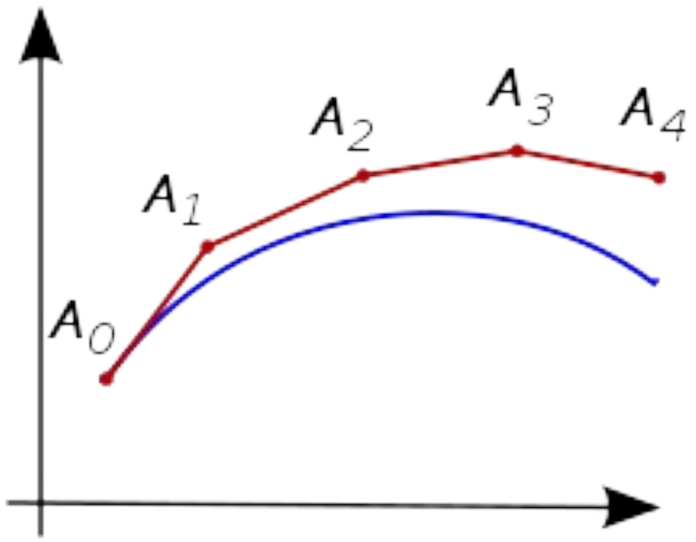
Eilera metodes izvedums

- Līdz ar to mēs esam ieguvuši Eilera metodi, proti, ja mums ir dots funkcijas f atvasinājums f' un tās vērtība punktā x_0 $f(x_0)$, tad $f(x_N) \approx y_N$, kur

$$y_{n+1} = y_n + hf'(x_n),$$

$$x_n = x_0 + hn \text{ un } n = 0,1,2, \dots, N.$$

- Jo mazāks solis h tiks izvēlēts, jo precīzāk izdosies noteikt $f(x_N)$. Piemērā ar $f(x) = x^2$ tika ņemts $h = 1$.
- Attēlojumā lauztā līnija $A_0A_1A_2A_3A_4$ tuvina funkciju, kuras grafiks ir uzzīmēts ar zīlo krāsu.



Piemērs par parabolu

Uzdevums. Ir zināms, ka funkcijas f atvasinājuma f' vērtība punktā x ir

$$f'(x) = 2x$$

un ka $f(0) = 0$. Tuvināti aprēķināt $f(4)$ ar Eilera metodi, ņemot soli $h = 1$.

Uzdevums. Ir zināms, ka funkcijas f atvasinājuma f' vērtība punktā x ir

$$f'(x) = 2x$$

un ka $f(0) = 0$. Tuvināti aprēķināt $f(4)$ ar Eilera metodi, ņemot soli $h = 1$.

Atrisinājums.

- $f'(x_0) = 2 \cdot x_0 = 2 \cdot 0 = 0$,

$y_1 = y_0 + hf'(x_0) = f(0) + 1 \cdot 0 = 0.$

- $f'(x_1) = 2 \cdot x_1 = 2 \cdot 1 = 2$,

$y_2 = y_1 + hf'(x_1) = 0 + 1 \cdot 2 = 2.$

- $f'(x_2) = 2 \cdot x_2 = 2 \cdot 2 = 4$,

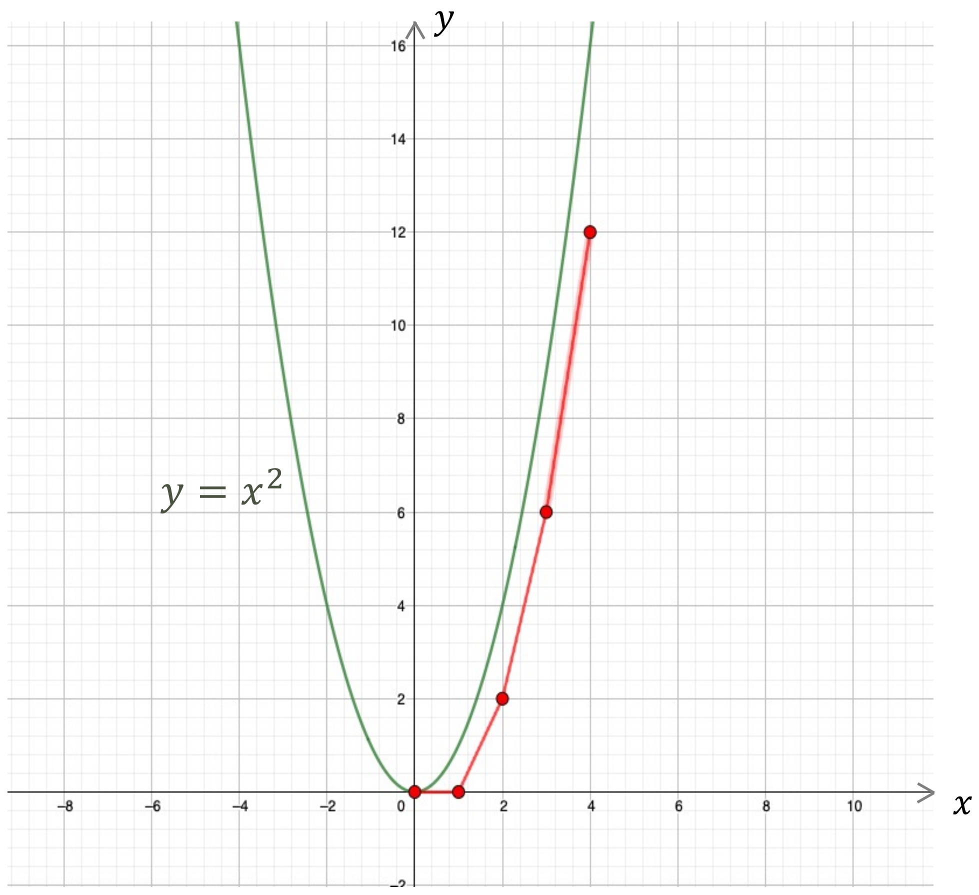
$y_3 = y_2 + hf'(x_2) = 2 + 1 \cdot 4 = 6.$

- $f'(x_3) = 2 \cdot x_3 = 2 \cdot 3 = 6$,

$y_4 = y_3 + hf'(x_3) = 6 + 1 \cdot 6 = 12.$

n	x	y	f'	$f' \cdot h + y$
0	0	0	0	0
1	1	0	2	2
2	2	2	4	6
3	3	6	6	12

Piemērs par parabolu



Piemērs par baktēriju populāciju

Uzdevums. Funkcija P apraksta baktēriju populāciju, t.i., laika momentā t baktēriju populācijas lielums ir $P(t)$. Ir zināms, ka P atvasinajums P' apmierina sakarību

$$P' = 0.5 \cdot P$$

un ka $P(0) = 1$. Tuvināti aprēķināt $P(9)$ ar Eilera metodi, ņemot soli $h = 1$.

Uzdevums. Funkcija P apraksta baktēriju populāciju, t.i., laika momentā t baktēriju populācijas lielums ir $P(t)$. Ir zināms, ka P atvasinajums P' apmierina sakarību

$$P' = 0.5 \cdot P$$

un ka $P(0) = 1$. Tuvināti aprēķināt $P(9)$ ar Eilera metodi, ņemot soli $h = 1$.

Atrisinājums.

- $P'(x_0) = 0.5 \cdot P(x_0) = 0.5 \cdot P(0) = 0.5,$
$y_1 = y_0 + hP'(x_0) = P(0) + 1 \cdot 0.5 = 1.5.$

- $P'(x_1) = 0.5 \cdot P(x_1) \approx 0.5 \cdot y_1 = 0.5 \cdot 1.5 = 0.75,$
$y_2 = y_1 + hP'(x_1) = 1.5 + 1 \cdot 0.75 = 2.25.$

- $P'(x_2) = 0.5 \cdot P(x_2) \approx 0.5 \cdot y_2 = 0.5 \cdot 2.25 \approx 1.13,$
$y_3 = y_2 + hP'(x_1) = 2.25 + 1 \cdot 1.13 = 3.38.$

- $P'(x_3) = 0.5 \cdot P(x_3) \approx 0.5 \cdot y_3 = 0.5 \cdot 3.38 \approx 1.69,$
$y_4 = y_3 + hP'(x_3) = 3.38 + 1 \cdot 1.69 = 5.07.$

- $P'(x_4) = 0.5 \cdot P(x_4) \approx 0.5 \cdot y_4 = 0.5 \cdot 5.07 \approx 2.54,$
$y_5 = y_4 + hP'(x_4) = 5.07 + 1 \cdot 2.54 = 7.61.$

- $P'(x_5) = 0.5 \cdot P(x_5) \approx 0.5 \cdot y_5 = 0.5 \cdot 7.61 \approx 3.81,$
$y_6 = y_5 + hP'(x_5) = 7.61 + 1 \cdot 3.81 = 11.42.$

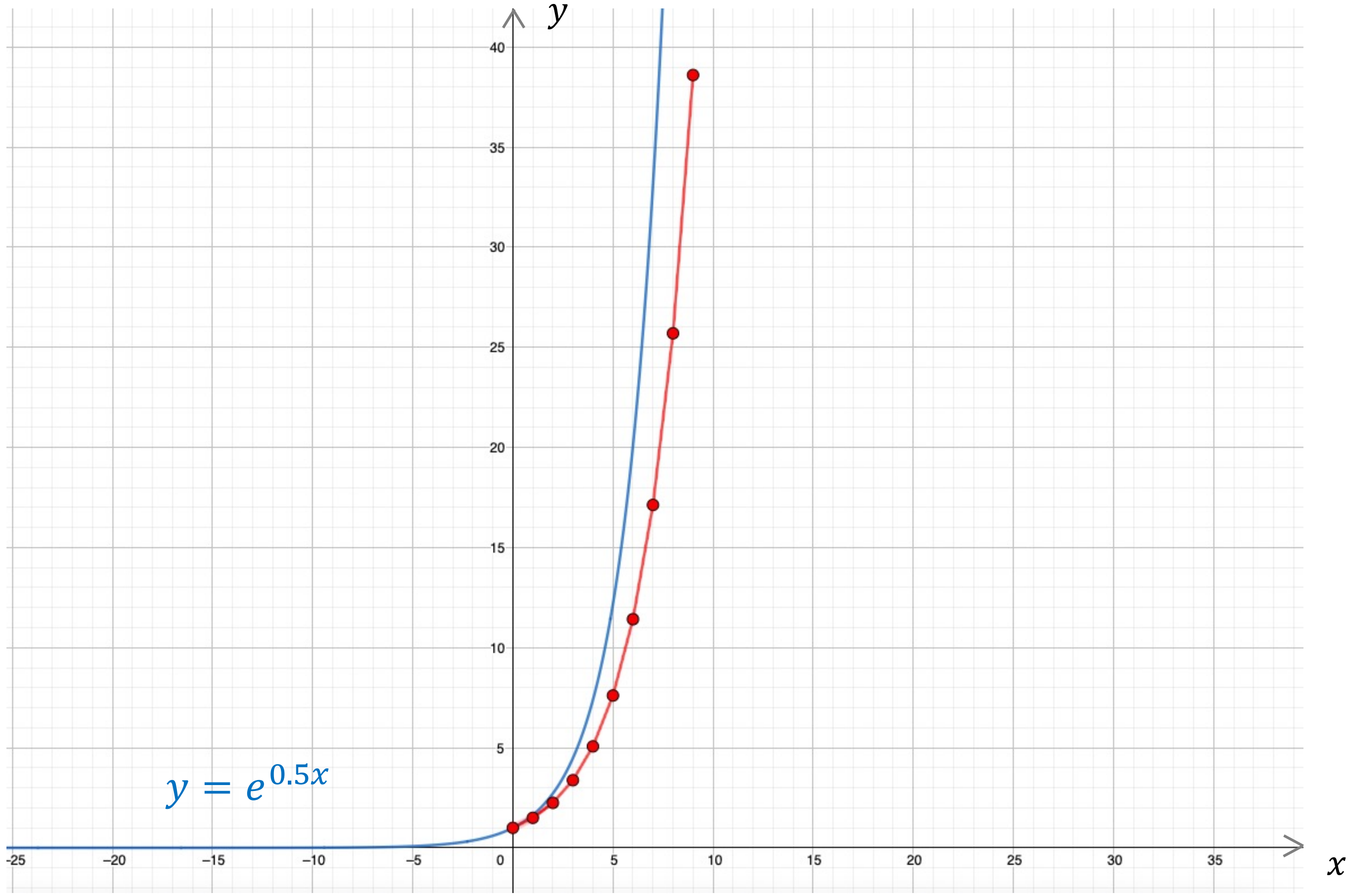
- $P'(x_6) = 0.5 \cdot P(x_6) \approx 0.5 \cdot y_6 = 0.5 \cdot 11.42 \approx 5.71,$
$y_7 = y_6 + hP'(x_6) = 11.42 + 1 \cdot 5.71 = 17.13.$

n	x	y	P'	$P' \cdot h + y$
0	0	1	0.5	1.5
1	1	1.5	0.75	2.25
2	2	2.25	1.13	3.38
3	3	3.38	1.69	5.07
4	4	5.07	2.54	7.61
5	5	7.61	3.81	11.42
6	6	11.42	5.71	17.13
7	7	17.13	8.57	25.7
8	8	25.7	12.9	38.6

- $P'(x_7) = 0.5 \cdot P(x_7) \approx 0.5 \cdot y_7 = 0.5 \cdot 17.13 \approx 8.57,$
$y_8 = y_7 + hP'(x_7) = 17.13 + 1 \cdot 8.57 = 25.7.$

- $P'(x_8) = 0.5 \cdot P(x_8) \approx 0.5 \cdot y_8 = 0.5 \cdot 25.7 \approx 12.9,$
$y_9 = y_8 + hP'(x_8) = 25.7 + 1 \cdot 12.9 = 38.6.$

Piemērs par baktēriju populāciju



Piemērs par ķermeņa atdzišanu

Uzdevums. Funkcija T apraksta ķermeņa temperatūru, t.i., laika momentā t ķermeņa temperatūra ir $T(t)$. Ir zināms, ka T atvasinajums T' apmierina sakarību

$$T' = -T + 2$$

un ka $T(0) = 3$. Tuvināti aprēķināt $T(0.8)$ ar Eilera metodi, ņemot soli $h = 0.1$.

Uzdevums. Funkcija T apraksta ķermeņa temperatūru, t.i., laika momentā t ķermeņa temperatūra ir $T(t)$. Ir zināms, ka T atvasinajums T' apmierina sakarību

$$T' = -T + 2$$

un ka $T(0) = 3$. Tuvināti aprēķināt $T(0.8)$ ar Eilera metodi, ņemot soli $h = 0.1$.

Atrisinājums.

- $T'(x_0) = -T(x_0) + 2 = -T(0) + 2 = -1$,
$y_1 = y_0 + hT'(x_0) = T(0) + 0.1 \cdot (-1) = 2.9$.

- $T'(x_1) = -T(x_1) + 2 \approx -2.9 + 2 = -0.9$,
$y_2 = y_1 + hT'(x_1) = 2.9 + 0.1 \cdot (-0.9) = 2.81$.

- $T'(x_2) = -T(x_2) + 2 \approx -2.81 + 2 = -0.81$,
$y_3 = y_2 + hT'(x_2) = 2.81 + 0.1 \cdot (-0.81) \approx 2.73$.

- $T'(x_3) = -T(x_3) + 2 \approx -2.73 + 2 = -0.73$,
$y_4 = y_3 + hT'(x_3) = 2.73 + 0.1 \cdot (-0.73) \approx 2.66$.

- $T'(x_4) = -T(x_4) + 2 \approx -2.66 + 2 = -0.66$,
$y_5 = y_4 + hT'(x_4) = 2.66 + 0.1 \cdot (-0.66) \approx 2.59$.

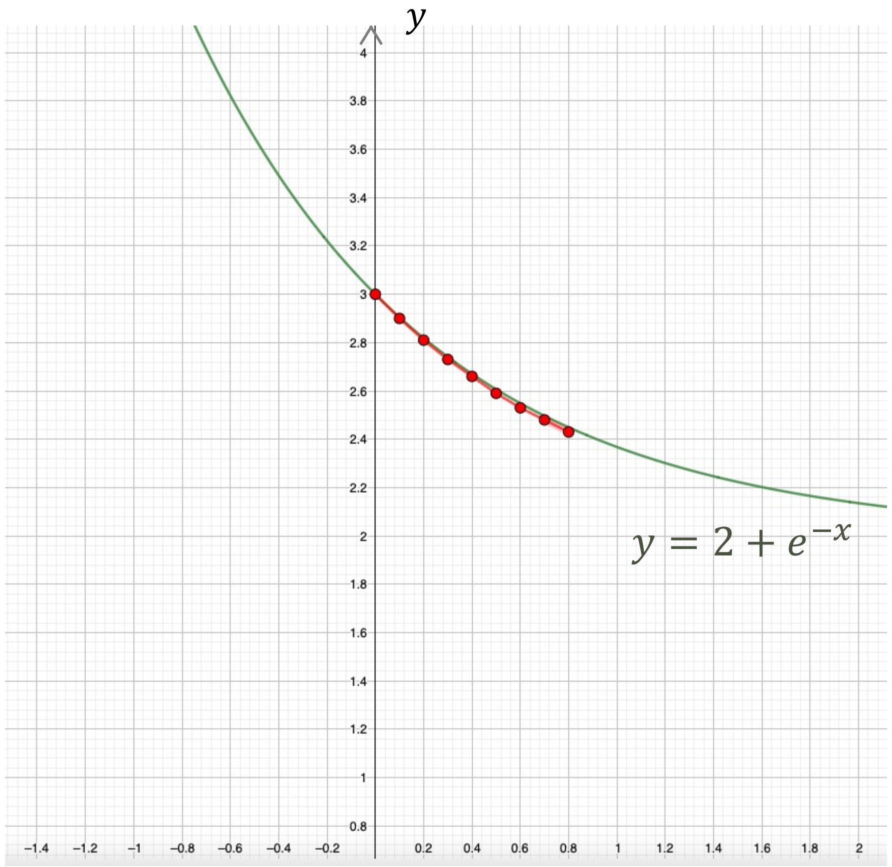
- $T'(x_5) = -T(x_5) + 2 \approx -2.59 + 2 = -0.59$,
$y_6 = y_5 + hT'(x_5) = 2.59 + 0.1 \cdot (-0.59) \approx 2.53$.

- $T'(x_6) = -T(x_6) + 2 \approx -2.53 + 2 = -0.53$,
$y_7 = y_6 + hT'(x_6) = 2.53 + 0.1 \cdot (-0.53) \approx 2.48$.

n	x	y	T'	$T' \cdot h + y$
0	0	3	-1	2.9
1	0.1	2.9	-0.9	2.81
2	0.2	2.81	-0.81	2.73
3	0.3	2.73	-0.73	2.66
4	0.4	2.66	-0.66	2.59
5	0.5	2.59	-0.59	2.53
6	0.6	2.53	-0.53	2.48
7	0.7	2.48	-0.48	2.43

- $T'(x_7) = -T(x_7) + 2 \approx -2.48 + 2 = -0.48$,
$y_8 = y_7 + hT'(x_7) = 2.48 + 0.1 \cdot (-0.48) \approx 2.43$.

Piemērs par ķermeņa atdzišanu



Piemērs par rādija sabrukšanu

Uzdevums. Funkcija N apraksta rādija daudzumu, t.i., laika momentā t rādija daudzums ir $N(t)$. Ir zināms, ka N atvasinajums N' apmierina sakarību

$$N' = -0.1 \cdot N$$

un ka $N(0) = 10$. Tuvināti aprēķināt $N(35)$ ar Eilera metodi, ņemot soli $h = 5$.

Uzdevums. Funkcija N apraksta rādija daudzumu, t.i., laika momentā t rādija daudzums ir $N(t)$. Ir zināms, ka N atvasinajums N' apmierina sakarību

$$N' = -0.1 \cdot N$$

un ka $N(0) = 10$. Tuvināti aprēķināt $N(35)$ ar Eilera metodi, ņemot soli $h = 5$.

Atrisinājums.

- $N'(x_0) = (-0.1) \cdot N(x_0) = -0.1 \cdot N(0) = -1$,
$y_1 = y_0 + hN'(x_0) = N(0) + 5 \cdot (-1) = 5$.

- $N'(x_1) = (-0.1) \cdot N(x_1) \approx (-0.1) \cdot y_1 = (-0.1) \cdot 5 = -0.5$,
$y_2 = y_1 + hN'(x_1) = 5 + 5 \cdot (-0.5) = 2.5$.

- $N'(x_2) = (-0.1) \cdot N(x_2) \approx (-0.1) \cdot y_2 = (-0.1) \cdot 2.5 = -0.25$,
$y_3 = y_2 + hN'(x_2) = 2.5 + 5 \cdot (-0.25) = 1.25$.

- $N'(x_3) = (-0.1) \cdot N(x_3) \approx (-0.1) \cdot y_3 = (-0.1) \cdot 1.25 = -0.13$,
$y_4 = y_3 + hN'(x_3) = 1.25 + 5 \cdot (-0.13) = 0.6$.

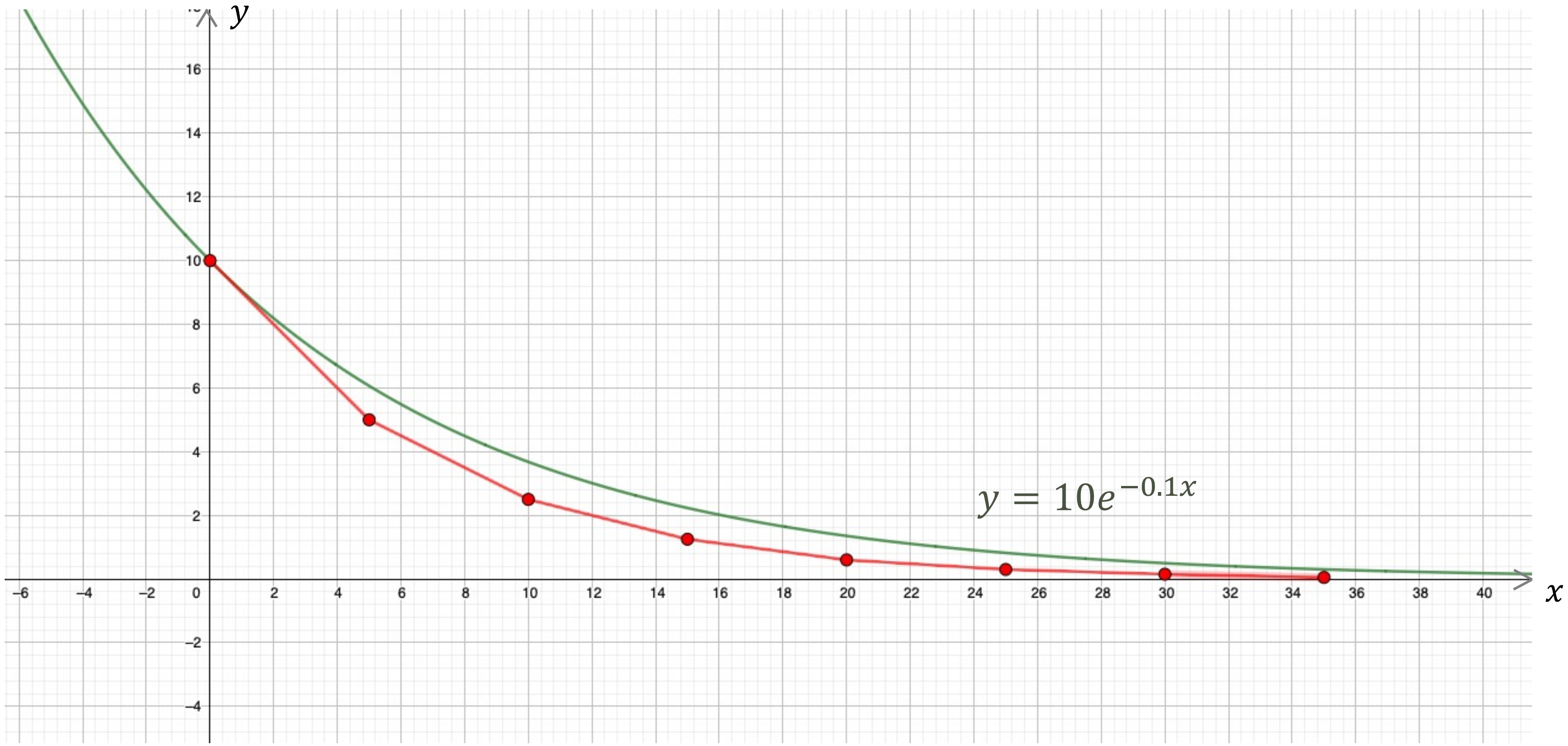
- $N'(x_4) = (-0.1) \cdot N(x_4) \approx (-0.1) \cdot y_4 = (-0.1) \cdot 0.6 = -0.06$,
$y_5 = y_4 + hN'(x_4) = 0.6 + 5 \cdot (-0.06) = 0.3$.

- $N'(x_5) = (-0.1) \cdot N(x_5) \approx (-0.1) \cdot y_5 = (-0.1) \cdot 0.3 = -0.03$,
$y_6 = y_5 + hN'(x_5) = 0.3 + 5 \cdot (-0.03) = 0.15$.

- $N'(x_6) = (-0.1) \cdot N(x_6) \approx (-0.1) \cdot y_6 = (-0.1) \cdot 0.15 = -0.02$,
$y_7 = y_6 + hN'(x_6) = 0.15 + 5 \cdot (-0.02) = 0.05$.

n	x	y	N'	$N' \cdot h + y$
0	0	10	-1	5
1	5	5	-0.5	2.5
2	10	2.5	-0.25	1.25
3	15	1.25	-0.13	0.6
4	20	0.6	-0.06	0.3
5	25	0.3	-0.03	0.15
6	30	0.15	-0.02	0.05

Piemērs par rādija sabrukšanu



Jautājumi

Paldies par uzmanību!