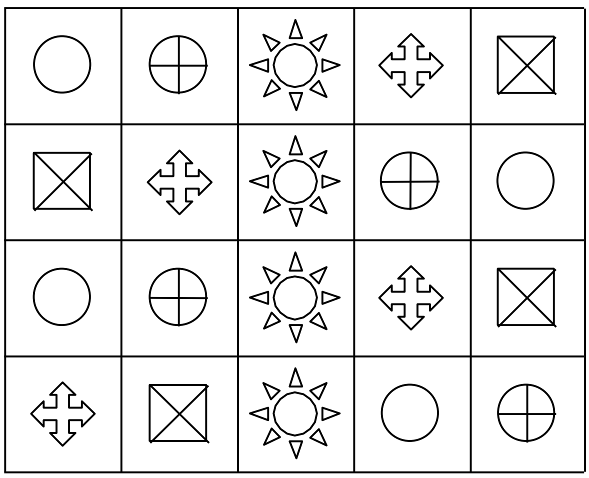
I. SAULĪTE

UZDEVUMI ĀRPUSSTUNDU DARBAM SĀKUMSKOLĀ SKOLĒNU MATEMĀTISKO SPĒJU ATTĪSTĪBAS VEICINĀŠANAI



Rīga 2002

Saulīte I. Uzdevumi ārpusstundu darbam sākumskolā skolēnu matemātisko spēju attīstības veicināšanai.
Rīga: Latvijas Universitāte, 2002. - 83 lpp.

Šajā darbā apkopoti uzdevumi, kas izmantojami ārpusstundu darbam matemātikā sākumskolas klasēs.

Darbam ir divas daļas: ievaddaļa un uzdevumi. Uzdevumi sakārtoti trīs nodaļās. Katrai nodaļai ir sava uzdevumu un zīmējumu numerācija. Atrisinājumi un atbildes seko tūlīt aiz katras nodaļas uzdevumiem.

Uzdevumu atbilstība jaunāko klašu vecumposmam praktiski pārbaudīta matemātikas pulciņu darbā sākumskolā.

Darbs iekļauts Latvijas - Islandes kopprojekta LAIMA ietvaros izdotajā grāmatu sērijā. Tā elektroniskā versija tiek izmantota LIIS.

Darbu izdošanai sagatavojusi Lāsma Strazdiņa.

ISBN 9984-725-25-1

Reģ. apl. No. 2-0266.

Iespiests SIA "Mācību grāmata", Raiņa bulv. 19., Rīgā, LV - 1586, tel./fax. 7615695

SATURS

IEVADS.

Skolā matemātikā paralēli mācību stundām notiek arī ārpusstundu darbs, jo matemātikai specifiskā loģika audzina bērnos vispārējo loģiskās domāšanas kultūru, spēj ievērojami paplašināt skolēnu redzesloku, paaugstinot viņu vispārējo kultūras līmeni. Mācoties matemātiku, skolēns pirmo reizi savā dzīvē sastop augstas prasības pilnvērtīgam pamatojumam (argumentācijai). Sākumā tas rada izbrīnu, bet pakāpeniski pie tā pierod.

Darbs, galvenokārt, notiek matemātikas pulciņos, visbiežāk, sākot ar 4.vai 5.klasi, kad parasti tiek likti pamati šai loģiskās domāšanas kultūrai. Arī matemātikas konkursos un olimpiādēs parasti bērni iesaistās, sākot no 5.klases. Taču pēdējos gados vērojama tendence, ka arī jaunāko klašu skolēni piedalās gan Latvijas atklātajā matemātikas olimpiādē, gan rajona matemātikas olimpiādēs, gan citos matemātikas konkursos.

Tas liecina par augošu interesi gan par matemātiku kā mācību priekšmetu, gan arī par labi attīstītas abstraktās un loģiskās domāšanas perspektīvas novērtējumu nākotnē. Jo agrāk bērns pievērsīsies matemātikai, jo organiskāk viņa apziņā iestrādāsies šis domāšanas veids. Tāpēc šāda pievēršanās ir vispusīgi stimulējama.

Ārpusstundu darba galvenie uzdevumi ir:

- veicināt bērna psihisko attīstību;
- mācību stundās iegūtās zināšanas lietot nestandarta situācijās dažādos sarežģītākos uzdevumos;
- aktivizēt un padziļināt matemātikas zināšanu apguvi, celt matemātiskās sagatavotības kvalitāti;
- radināt skolēnus strādāt papildus, patstāvīgi un darīt to regulāri;
- attīstīt un paplašināt skolēnu redzesloku, radošās spējas.

1.nodaļa.

ĀRPUSSTUNDU DARBA ĪPATNĪBAS SĀKUMSKOLĀ.

Viens no skolas un arī ārpusstundu darba pamatuzdevumiem ir savu audzēkņu psihiskās attīstības veicināšana, ievērojot katra vecumposma īpatnības un vajadzības.

Saskaņā ar pasaules psiholoģijā pieņemto fiziskā vecuma periodizācijas skalu, skolas vecuma bērnus varētu iedalīt 3 grupās:

- jaunākais skolas vecums (6; 7 – 10 gadi);
- pusaudžu vecums (11 – 14 gadi);
- agrā jaunība (15 – 18 gadi).

Psihologu darbos varētu izdalīt piecas pieejas, ar kuru palīdzību tiek vērtēta cilvēka psihiskā attīstība:

1) tikumiskā (morālā) attīstība;
2) intelektuālā attīstība;
3) pašapziņa;
4) seksuālā attīstība;
5) apziņas vispārējā attīstība.

Dažādi psiholoģijas novirzieni par psihiskās attīstības izvērtēšanas kritēriju pamatu pieņēma vienu no šiem virzieniem. Kā pazīstamākos varētu minēt:

- L.Kolbergu un E.Krečmeru, kas balstījās uz morālās apziņas izpausmes īpatnībām;
- Ž.Piažē, kas postulēja domāšanas izveides līmeni kā personības intelektuālās sfēras pamatu;
- A.Freidu (Z.Freida meitu), kas par psihiskās attīstības pamatkritēriju uzskatīja bērna orientāciju uz seksuālo objektu;
- Krievu psiholoģijas skola (A.Vigotskis, D.Eļkoņins u.c.) par psihiskās attīstības kritēriju tradicionāli pieņēma cilvēka apziņas izveides līmeni kopumā. Atzīstot, ka apziņa veidojas un izpaužas darbībā, viņi noteica vadošos darbības veidus katram vecuma periodam.

Tā kā cilvēka psihiskās attīstības vērtēšanai izmanto dažādus kritērijus, pastāv nelielas atšķirības arī tās periodizācijā, taču tās nav pretrunīgas, drīzāk gan viena otru papildinošas.

Tas vecuma periods, kam veltīts šis darbs, pēc L.Kolberga periodizācijas raksturojas kā gan kā “konvencionālās morāles” līmenis, kad bērns savā uzvedībā orientējas uz to, ko gaida un atzīst par labu apkārtējie (10 – 13g.), gan kā “pirmsmorāles līmenis”, kas raksturojas ar to, ka bērni savā uzvedībā un darbībā orientējas nevis uz ētiskām normām vai principiem, bet gan uz iespējamiem pieaugušo pamudinājumiem vai sodiem (pirmsskolas, sākumskolas gadi). Ž.Piažē un P.Žanē šo vecuma posmu iedala konkrēto operāciju periodā jeb otrajā psihiskās attīstības līmenī, kas raksturojas ar perceptīvo (uztverošo) darbību attīstību. Šajā līmenī veidojas priekšmetu, parādību utt. uztveršanas stabilitāte. A.Freida uzskata, bērni vecumā no 6 līdz 12 gadiem atrodas t.s. latentajā psihoseksuālās attīstības stadijā, kad tie nekoncentrējas ne uz kādu noteiktu ķermeņa daļu vai orgānu, viņu "libido" it kā snauž, atrodas miera stāvoklī. Saskaņā ar krievu zinātnieka D.Eļkoņina periodizāciju bērni no 6 – 11 gadiem ir jaunākajā skolas vecumā, kam vadošais darbības veids ir mācības, kuru procesā veidojas atmiņa un domāšana, tiek apgūtas zināšanas par apkārtējās pasaules priekšmetiem un parādībām. Šai vecumā aizsākas psihisko izziņas procesu apzināta regulācija, tīšas uzmanības un pašvērtējuma veidošanās.

Psihologi atzīmē sensitīvā (visvairāk labvēlīgā) perioda pastāvēšanu katrā psihes attīstības posmā. Tas nozīmē, ka katrā vecumposmā ir tās vai citas darbības paaugstinātas uztveramības periods, kas šo nodarbību padara vieglu un tīkamu. Vispārzināms fakts ir tas, ka vecuma posms no 6 – 11 gadiem ir sensitīvs valodu mācīšanai. Taču, ievērojot iepriekš pieminētās šī posma psihes attīstības īpatnības, var secināt, ka šai vecuma periodā ir labvēlīgi apstākļi arī matemātikas apguvei, jo tā ir saistīta arī ar jaunas informācijas uztveršanu. Tie priekšstati, kas bērnam par matemātiskiem jēdzieniem izveidosies šai vecuma posmā, būs noteicošie viņa turpmākajā zināšanu apguves procesā, tie viegli nostiprināsies viņa apziņā, jo bērns šai vecuma periodā ir tendēts uztvert jaunu informāciju. Te būtu jāievēro, ka tikpat "sekmīgi" bērns šai vecumā uztvers arī nekorekti traktētus jēdzienus. Kā piemēru tam varu minēt četrstūra jēdziena identificēšanu ar taisnstūri vai kvadrātu. Ja sākumskolas skolotājs kā četrstūru piemērus ir demonstrējis tikai taisnstūrus, tie skolēna apziņā vēl ilgi asociēsies kā vienīgie "pilnvērtīgie" četrstūru pārstāvji. Par to, cik šāds priekšstats ir noturīgs un grūti izskaužams, ne reizi vien ir nācies pārliecināties, strādājot vecākajās klasēs.

Ārpusstundu darba matemātikā uzdevums ir arī veicināt bērna loģiskās un abstraktās domāšanas attīstību, attīstīt uzmanības noturību, kas, savukārt, sekmētu spēju attīstību tiem bērniem, kam ir dotības matemātikā. Kā zināms, dotības ir cilvēka apdāvinātības un spēju dabiskie priekšnoteikumi, taču tās nenosaka apdāvinātības un spēju "automātisku" attīstību.

Apdāvinātība ir spēju iespēja. Lai šī iespēja realizētos, nepieciešama atbilstoša apkārtējā vide, mērķtiecīga audzināšana. Par šādu labvēlīgu vidi apdāvinātam bērnam var kalpot matemātikas pulciņš, kur viņš justu atbalstu savām pašapliecināšanās tieksmēm, kur viņam būtu domubiedri, kur viņam tiktu piedāvāts risināt problēmas, kas viņu interesē un aizrauj. Tātad iedzimtā apdāvinātība var attīstīties un kļūt par spējām tikai tai gadījumā, ja cilvēkam patīk kāds darbības veids, ja viņam rodas uz to nosliece.

Tāpēc, strādājot ar jaunāko klašu skolēniem, ļoti svarīga loma ir pareizas darbības formas izvēlei. Tai jābūt tādai, kas spēj izraisīt bērna interesi, noturēt uzmanību, kā arī būtu tuva bērna pasaules uztverei (no praktiskas darbības – rotaļas - uz abstraktiem spriedumiem). Vienveidīgs un vienmuļš darbs nebūt nevilina mazo cilvēciņu, kam visapkārt ir tik daudz, viņaprāt, " aizraujošu" brīvā laika pavadīšanas iespēju: datorspēles, televizors, video u.t.t.

Sākumskolā bērna intereses vēl ir ļoti daudzveidīgas, nav vēl izkristalizējies virziens, kurā viņam piemīt kādi īpaši talanti. Šajā periodā skolēns vēl tikai meklē savu īsto darbības "lauciņu". Tāpēc, atšķirībā no vecāko klašu pulciņiem, kuros parasti savācas un darbojas domubiedru grupa, sākumskolas pulciņa sastāvs parasti ir visai "raibs". Te sastopami gan aktīvie "veiksminieki", gan arī tādi, kuriem kaut kādu iemeslu dēļ neveicas matemātikas stundās un kam vecāki ieteikuši šīs nodarbības, lai veicinātu viņu matemātiskās domāšanas attīstību. Tādēļ pulciņa vadītājam jārēķinās ar šo sastāvu un jāizvēlas tam atbilstoši uzdevumi.

Mācību darbībā, risinot uzdevumus, attiecības starp pulciņa dalībniekiem kļūst daudzveidīgas: skolotājs - skolēns, skolēns - mācību viela (uzdevums), skolēns - citi skolēni. Darbošanās uzdevumu risināšanā bieži vien ir nevis atsevišķa skolēna darbība, bet visa pulciņa darbība. Darbojoties visam pulciņam, samazinās skolotāja ieguldījums un palielinās skolēnu atdeve. Praksē tā izpaužas kā sadarbība starp pulciņa dalībniekiem, lai veiktu noteiktu uzdevumu. Grupu darba mērķis ir panākt, lai visi strādātu kopīgi, lai katrs izteiktu savas domas, un, ja ir jautājumi, tad, tos uzdodot vai nu skolotājam, vai viens otram, pamazām visi kopīgi nonāktu pie uzdevuma atrisinājuma. Protams, lai darbotos grupā, skolotājam iepriekš jāpārdomā paredzēto uzdevumu piemērotība.

Grupu un pāru darbs ir ļoti piemērots jaunāko klašu pulciņu nodarbībām. Sākumskolas skolēniem ļoti patīk dažādas matemātiskas spēles un rotaļas, caur kurām arī var risināt uzdevumus. Jāļauj bērniem brīvi izturēties telpā (pārvietoties, veidot grupas, līnijas, apļus), jo reizēm tas var palīdzēt iztēloties un saprast uzdevuma jēgu un būtību.

Darbā ar sākumskolas bērniem jāizmanto arī daudz palīgmateriālu: jāļauj griezt no papīra, locīt to, krāsot, veidot zīmējumus. Var izmantot arī dažādus klucīšus, domino kauliņus, sērkociņus, citiem vārdiem sakot, šā vecuma bērniem jānodrošina uzskatāmība, lai attīstītu saiti “no konkrētā uz abstrakto”. Tas, cik daudz katram bērnam šī uzskatāmība nepieciešama, ir atkarīgs no viņa individuālajām domāšanas īpatnībām un attīstības pakāpes.

Jau no paša sākuma būtu nepieciešams rosināt bērnus izvirzīt jautājumu par atrisinājuma unitāti un, kaut vai kopīgiem spēkiem ar skolotāju, meklēt atbildi uz to. Taču arī šeit jāievēro individuāla pieeja, jo, iespējams, ka kādam bērnam viņa atrastais risinājums ir viņa mazā uzvara, un viņš nav gatavs doties dziļāk matemātikas “džungļos”.

Ārpusstundu darbam ar 5. - 12. klašu skolēniem latviešu valodā ir pieejams samērā plašs uzdevumu klāsts, kas katru gadu papildinās gan ar ikgadējo matemātikas olimpiāžu, gan Profesora Cipariņa nodarbību, gan Jauno matemātiķu konkursa (JMK) uzdevumu komplektiem (šie materiāli pieejami INTERNETā). Uzdevumu, kas piemēroti sākumskolas skolēnu pulciņiem, ir mazāk. No pēdējos gados izdotajiem krājumiem sākumskolas darbam paredzēti ir Anitas Būmanes “Rodi prieku risinot”, arī D. Mihailova “Vai vari atrisināt?”. Spējīgākie skolēni sev tīkamus uzdevumus var atrast arī J.Menča un autoru kolektīva izdotajās matemātikas darba burtnīcās. Tomēr šis ir uzdevumu klāsts, ko būtu vēlams papildināt un dažādot.

Ar tādu mērķi arī tika veidots šis darbs: tie ir uzdevumi, kurus var izmantot gan skolotājs, gatavojot matemātikas pulciņa nodarbības sākumskolas klasēs, gan arī bērns, patstāvīgi risinādams šos uzdevumus. Tā kā katram uzdevumam dota atbilde, risinātājam ir iespēja pārbaudīt sava darba pareizību. Protams, šos uzdevumus var izmantot arī matemātikas stundās, piemeklējot attiecīgajai tēmai piemērotus papilduzdevumus. Uzdevumu pieejamība attiecīgā vecuma bērnu sapratnei ir praktiski pārbaudīta darbā sākumskolas pulciņā Mores pamatskolā. Tā ir maza lauku skoliņa, kur mācās “parasti” bērni, kuriem ir ļoti atšķirīgs sagatavotības līmenis un interešu ievirze. Kā argumentu par labu tam, ka ārpusstundu darbs matemātikā būtu uzsākams jau sākumskolā, varu minēt to, ka mana skolniece Dace Jēkabsone, kas jau kopš 2. klases darbojās šādā pulciņā, jau 4. klasē labi startēja Latvijas atklātajā matemātikas olimpiādē (atzinība), bet 5. klasē izcīnīja 3. vietu. Skolnieki, kas jau agri pieraduši pie šādiem nestandarta uzdevumiem, ir elastīgāki savā domāšanā, ar bagātāku iztēli un spēj arī patstāvīgi turpināt strādāt ar interesantajiem uzdevumiem, ko piedāvā matemātikas olimpiādes un konkursi.

Parasti, uzsākot darbu sākumskolas pulciņos, dalībnieku skaits ir liels, bet darba gaitā tas samazinās, jo ne jau visiem pietiek izturības iesākto darbu turpināt. Tādēļ nākas padomāt par jau iepriekš pieminēto ieinteresētības momentu. Jaunāko klašu skolēni tomēr ir vēl tikai mazi bērni, un viņiem ir ļoti svarīgi no sava darba gūt pozitīvas emocijas, būt “novērtētam” gan no skolotāja, gan arī no vecāku puses, tāpēc uzslavu un atzinību nekad nebūs par daudz. Atzīmējams ir katrs pozitīvais sasniegums, katra sevis pārvarēšana. Tāpēc reizēm klasē veidojam vizuāli efektīgus darbus, kur mazāk nepieciešama atjautība, vairāk precizitāte un prasme darbā ar zīmuli, krāsām un lineālu. Nereti mūsu nodarbības “turpinās” arī vakaros mājās, kad daža āķīgāka uzdevuma risināšanā tiek iesaistīta visa ģimene.

Strādājot pulciņā visi kopā, ļoti cenšamies, lai darbs sagādātu vairāk prieka un mazāk sarūgtinājuma, lai darbs, ar kuru skolēns ir aizrāvies, viņam iet no rokas un nav apgrūtinošs, jo tas ir svarīgi, lai paaugstinātu paša skolēna darba efektivitāti un attīstošo ietekmi. Tāpēc, pulciņa nodarbībai izvēloties uzdevumus, ievēroju diferencētu pieeju un sagatavoju darbu gan tiem, kas labprāt cīnās ar grūtākiem uzdevumiem, gan tiem bērniem, kas apmeklē pulciņu cerībā sadraudzēties ar matemātiku kaut kad nākotnē. Vajadzība pēc zināšanām un interese par to iegūšanu un izmantošanu rodas tad, kad darbs ir nevis šablonisks, bet radošs, kad nav dots gatavs paraugs mehāniskai kopēšanai, kad pašam jādomā, jāizgudro, jāatrod ceļš, kā sasniegt mērķi.

Šīs ārpusstundu nodarbības matemātikas pulciņā nav tikai uzdevumu risināšana vai jaunu zināšanu apguve, bet tās katram skolotājam ir arī emocionāls personiskais kontakts ar katru no skolēniem, reizē arī mācot viņus būt atklātiem, dvēseliskiem, draudzīgiem, spējīgiem uz dialogu.

Mana pieredze liecina, ka jaunākajās klasēs "vispieprasītākie" ir uzdevumi ar ģeometrijas elementiem, spēles, kā arī praktiskie darbi (griešana, likšana, krāsošana). Skaitļošanas darbus vēlams pasniegt interesantākās, neparastākās formās (sevišķi tad, ja ar tiem nodarbojas nevis stundā, bet pēc stundām, kad par sevi atgādina nogurums).

Mūsu valstī jaunākajām klasēm tiek rīkotas kompleksās olimpiādes gan skolu, gan rajonu līmenī. Darbs šādā ārpusklases pulciņā palīdz sākumskolas skolniekam sagatavoties arī šādām olimpiādēm, jo tiek attīstīta bērna loģiskā domāšana, apgūta prasme izteikties, pamatot savas domas, bērns trenējas strādāt ar nestandarta uzdevumiem un neapmulsīs, ieraugot neparastus uzdevuma nosacījumus.

Darbā apkopoti uzdevumi, kas tikuši izmantoti sākumskolas klasēs matemātikas pulciņu nodarbībās. Uzdevumi nosacīti sadalīti trīs nodaļās, starp kurām tomēr striktu robežu grūti novilkt: "Ģeometrija", "Aritmētika" un "Teksta uzdevumi". Katrai no nodaļām ir sava, ar citām nesaistīta uzdevumu un zīmējumu numerācija. Katrā no tām tūlīt aiz uzdevumiem seko atbildes. Katra nodaļa sadalīta tēmās, kas veidotas kā uzdevumu grupas, kuru risinājumos tiek izmantotas līdzīgas idejas. Jebkurš skolotājs šīs uzdevumu grupas var papildināt un sastādīt saviem audzēkņiem piemērotākus uzdevumus.

Gandrīz katrai tēmai doti ievaduzdevumu risinājumi un īss nepieciešamais teorētiskais materiāls. Plašāki atrisinājumi apskatīti parasti tikai vienam no līdzīgo uzdevumu grupas, pārējiem dotas tikai atbildes. Šeit būtu jāievēro, ka uzdevumu atrisinājumi veidoti tā, lai izdarītie spriedumi būtu pēc iespējas tuvāki un izprotamāki jaunāko klašu skolēnu attīstības līmenim un domāšanas veidam. Tāpēc jēdzienu definīcijās un skaidrojumos pieļauti tīši vienkāršojumi un atkāpes no stingri korektiem zinātniskiem formulējumiem, lai padarītu tos tuvākus maza bērna pasaules uztverei.

Kā jau visi uzdevumu krājumi, arī šis paredzēts aktīvam darbam, un atsevišķi zīmējumi izveidoti tā, lai ar tiem varētu praktiski strādāt: veikt pārklājumus, krāsošanu utt. Uzdevumi pa tēmām sakārtoti tā, lai to grūtības pakāpe būtu pieaugoša, taču jāņem vērā tas, ka šāda tipa uzdevumiem tas ir grūti izvērtējams un samērā subjektīvs jēdziens.

2. nodaļa

ARITMĒTIKA.

"Izdzisušās" darbību zīmes.

1. Atjauno pazudušās darbību zīmes, lai iegūtu pareizas vienādības:

95 * 5 = 9 * 5 * 5

63 * 3 = 6 * 3 * 3

(2 * 7 * 2) * 16 = 272 * 16

8 * 4 = 34 * 2

95 * 16 = 9 * (5 * 4) * 2

2. Dotajā nepareizajā vienādībā 1989 = 9891 ieliec starp cipariem

a) tieši 2 plusa zīmes;

b) tieši 3 plusa zīmes;

c) tieši 4 plusa zīmes;

d) vienu plusa un vienu mīnusa zīmi

tā, lai iegūtu pareizas vienādības.

3. Skaitļus no 1 līdz 10 izsaki ar

a) 4 septītniekiem;

b) 5 trijniekiem,

liekot starp tiem vajadzīgās darbību zīmes vai iekavas. (Starp dažiem cipariem darbību zīmes var nelikt, piem. 777 : 77 = 11)

4. Izsaki skaitli

a) 100;

b) 30

ar 9 vienādiem cipariem (no 1 līdz 9), liekot starp tiem darbību zīmes un iekavas pēc vajadzības.

“Izdzisušie“ cipari.

5. Atjauno izdzisušos ciparus (ja iespējams, atrodi vairākus atrisinājumus, ja atrisinājums ir viens vienīgs, tad paskaidro - kāpēc)

$$2* + *0 = 54$$

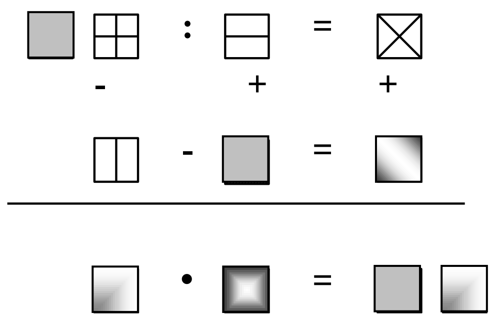
$$7 \cdot * = 2*$$

$$3* : * = 4$$

$$4* - 9 = 4*$$

6.Vienādi cipari aizstāti ar vienādām figūriņām, dažādi- ar dažādām (atrodi vismaz vienu katra uzdevuma atrisinājumu)

a)



1.zīm.

Atrisinājums. *Apskatot 1. zīmējumu redzams ,ka vietā jābūt 1,jo saskaitot divus viencipara skaitļus, var rasties tikai tāds divciparu skaitlis, kas sākas ar 1 (pat 9+9=18). Zem svītras jābūt 2 dažādu viencipara skaitļu reizinājumam, kura rezultāts ir divciparu skaitlis, kas sākas ar ciparu 1 un beidzas ar tādu pašu ciparu, kāds ir pirmais reizinātājs. Aplūkosim visus reizinājumus, kas sākas ar 1 un sastāv no 2 dažādiem viencipara reizinātājiem:*

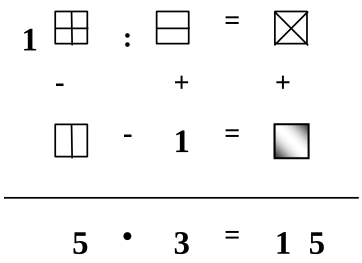
$$5 \cdot 2 = 10 \qquad 8 \cdot 2 = 16 \qquad 4 \cdot 3 = 12$$

$$6 \cdot 2 = 12 \qquad 9 \cdot 2 = 18 \qquad 5 \cdot 3 = 15$$

$$7 \cdot 2 = 14 \qquad 6 \cdot 3 = 18$$

No šejienes redzams, ka der vienīgi $5 \cdot 3 = 15$ *, tātad vietā jābūt ciparam 5*

un vietā- 3. Rezultāts redzams 2.zīm.



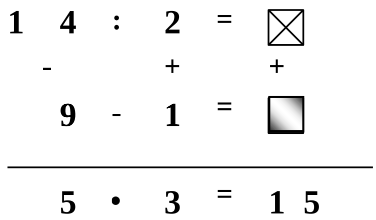
2.zīm.

Acīmredzot, vietā jāraksta cipars 2.

Lai skaitlis 1 dalītos ar 2, vietā jābūt pāra ciparam, un ciparu 2 vairs nevaram izmantot.Vertikālē jāiegūst starpība 5 (mazināmais ir divciparu skaitlis, kas sākas ar 1, bet mazinātājs - viencipara skaitlis). To var iegūt šādi:

$$5 = 12 - 7; \quad 5 = 14 - 9; \quad 5 = 13 - 8$$

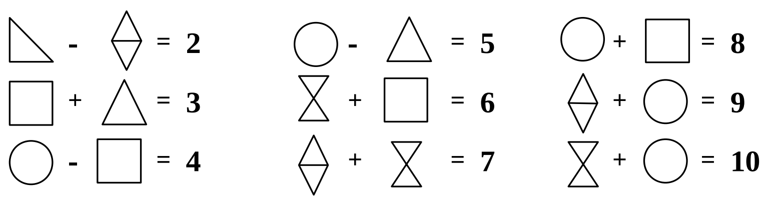
No šīm starpībām der tikai 5 = 14 - 9. Esam ieguvuši šādu rezultātu (sk.3.zīm.)



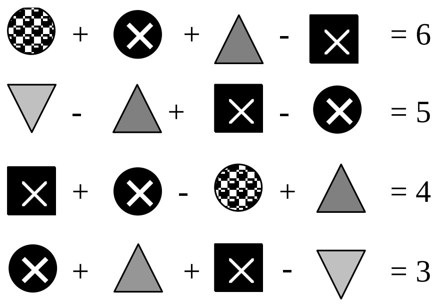
3.zīm.

Kļūst skaidrs, ka  vietā jābūt 8 un  vietā jābūt 7.

b)



c)



7. Tukšajās rūtiņās ieraksti skaitļus no 1 līdz 9 tā, lai gan horizontāli, gan vertikāli veidotos pareizas vienādības:

a)

12	:		+		=	12
:		+		-		+
	+	5	-		=	
-		-		:		-
1	•		-	2	=	5
=		=		=		=
	•		•		=	10

b)

	+	4	+		=	16
+		+		-		+
	+		-	2	=	
-		-		+		-
	+	6	-	1	=	
=		=		=		=
4	+	7	+		=	17

c)

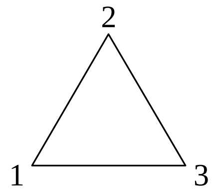
8	:		+		=7
-		+		:	
(	-	6)	•		=5
•		:		•	
	-		+	4	=
=		=		=	

Aizpildot tukšos luciņus, ņem vērā iekavas!

Vienādas summas.

Šos uzdevumus risinot, rodas iespēja reāli izbaudīt skaitļu "svaru", jo, kārtojot tos, jācenšas panākt "līdzsvara stāvoklis" – vienādas summas.

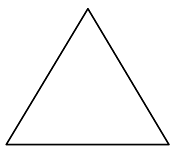
8. Ieraksti uz 4.zīm. dotā trijstūra malām ciparus 4, 5, 6, 7, 8, 9 tā, lai uz katras malas ierakstīto skaitļu summa būtu 17.



4.zīm.

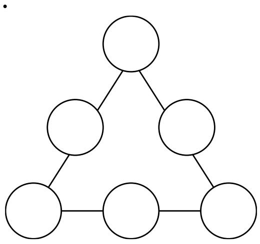
***Atrisinājums**. Tā kā virsotnes jau aizpildītas, no dotajiem cipariem jāizveido šādas summas: 17 - (1 + 2) = 14; 17 - (2 + 3) = 12; 17 - (1 + 3) = 13, un tās var iegūt, piemēram, šādi: 14 = 9 + 5; 13 = 7 + 6; 12 = 8 + 4 (varat pārliecināties, ka tas nav vienīgais atrisinājums).*

9. Ieraksti trijstūra virsotnēs un uz tā malām dažādus skaitļus no 1 līdz 9 tā, lai uz katras malas esošo skaitļu summas būtu 20 (skat. 5. zīm.).



5.zīm.

10. Ieraksti aplīšos dažādus skaitļus no 1 līdz 6 tā, lai uz visām malām ierakstīto skaitļu summas būtu vienādas (skat 6. zīm.).

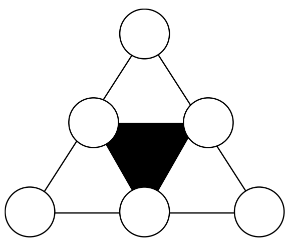


6.zīm.

11. Ieraksti aplīšos dažādus skaitļus no 1 līdz 6 tā, lai katra baltā trijstūrīša virsotnēs ierakstīto skaitļu summa būtu:

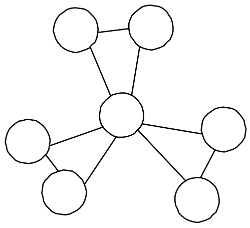
a) 10
b) 11
c) 12 (skat. 7. zīm.)

Skaitļi nedrīkst atkārtoties. Atrodi vairākus šā uzdevuma risinājumus.



7.zīm.

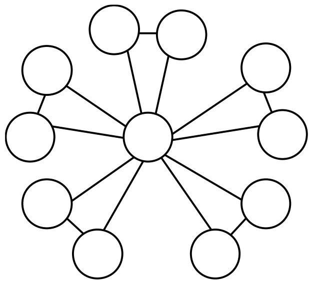
12. Ieraksti aplīšos ciparus no 1 līdz 7 (katru vienu reizi) tā, lai katra trijstūrīša virsotnēs ierakstīto skaitļu summa būtu 14 (skat 8. zīm.)



8.zīm.

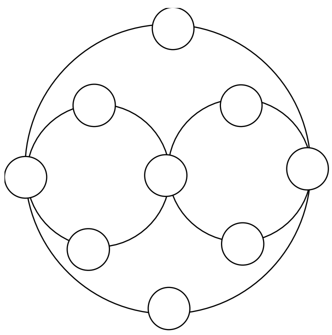
13. Ieraksti 9.zīm. dotajos aplīšos dažādus skaitļus no 1 līdz 11, lai katra trijstūrīša virsotnēs ierakstīto skaitļu summas būtu:

a) 14;
b) 18.



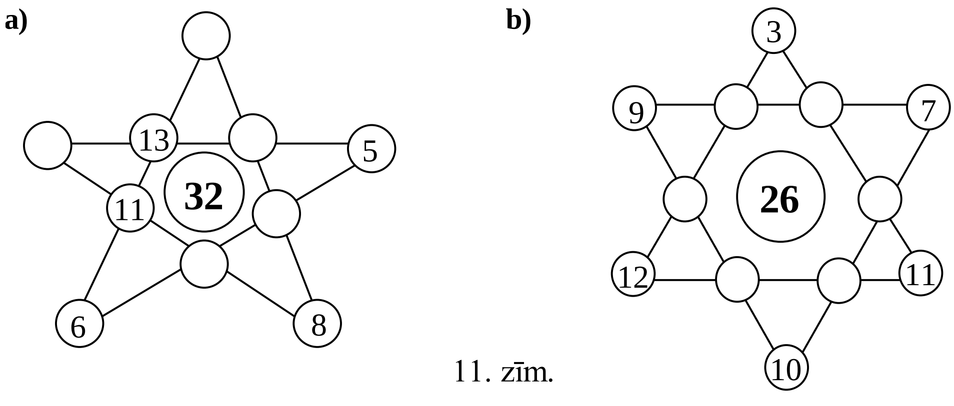
9.zīm.

14. Ieraksti aplīšos dažādus skaitļus no 1 līdz 9 tā, lai uz katras riņķa līnijas esošo skaitļu summa būtu 19 (skat. 10. zīm.).



10.zīm.

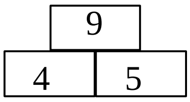
15. Ieraksti 11.zīm. aplīšos dažādus skaitļus tā, lai uz katras taisnes esošo skaitļu summa būtu vienāda ar zvaigznes centrā ierakstīto skaitli.



11. zīm.

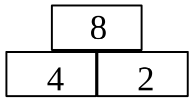
Skaitļu piramīdas.

Šajos uzdevumos ir jāaizpilda tukšie "ķieģelīši" tā lai visur piramīdas iekšienē būtu spēkā princips: katru divu blakusesošo skaitļu summa ir virs šiem skaitļiem uzrakstītais skaitlis vai arī katru divu blakusesošo skaitļu reizinājums ir virs tiem uzrakstītais skaitlis.



Summu piramīda

$9 = 4 + 5$

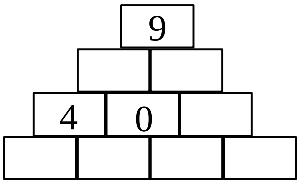


Reizinājumu piramīda

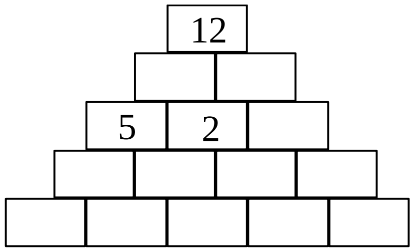
$8 = 4 \cdot 2$

16. Aizpildi 12. zīm. dotās summu piramīdas:

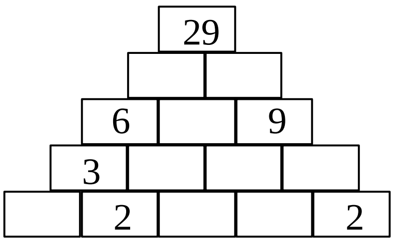
a)



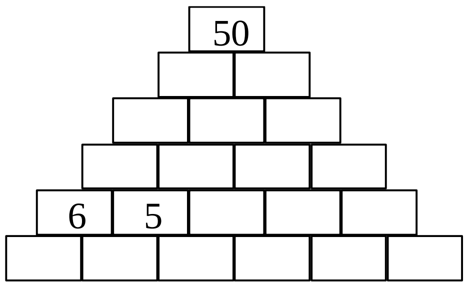
b)



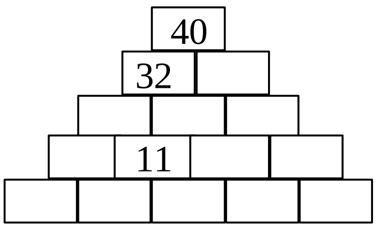
c)



d)



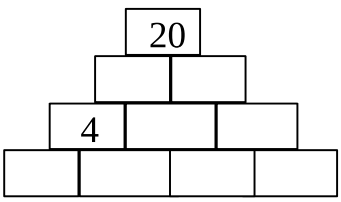
e)



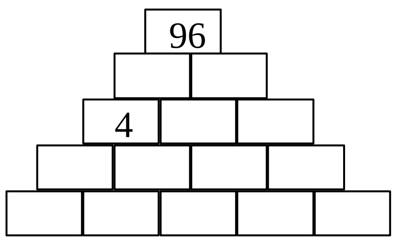
12.zīm.

17. Aizpildi 13.zīm. dotās reizinājumu piramīdas:

a)



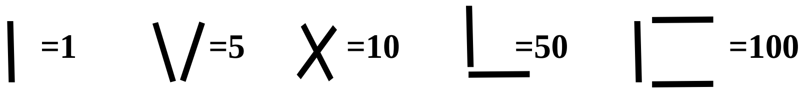
b)



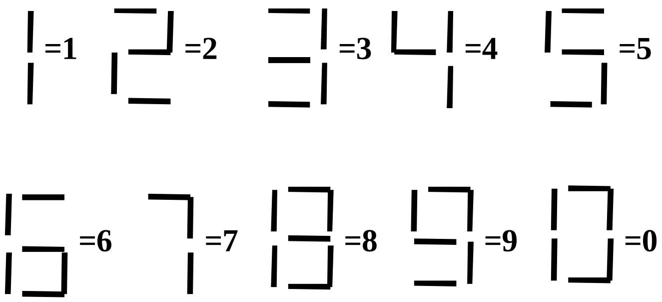
13. zīm.

Sērkociņu aritmētika.

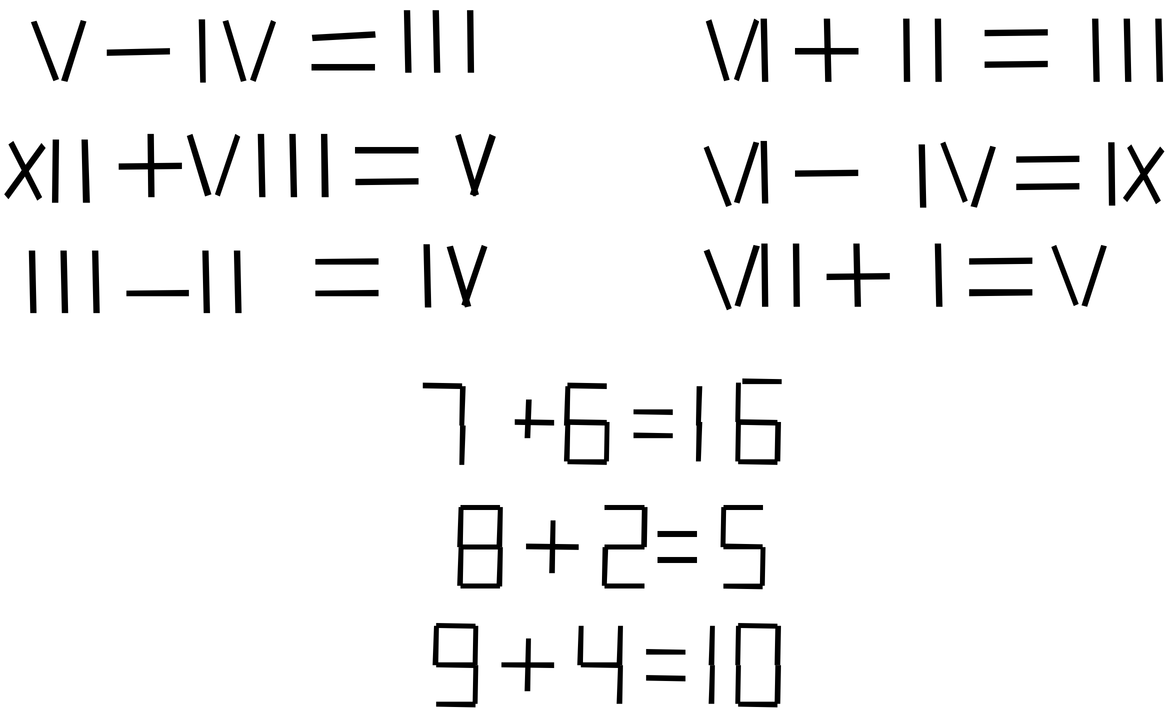
Nav labi spēlēties ar sērkociņiem - to zina katrs bērns, taču ar tiem var spēlēt nevis uguns, bet matemātikas spēles.
No sērkociņiem ir viegli salikt romiešu ciparus, piemēram, šādā veidā:



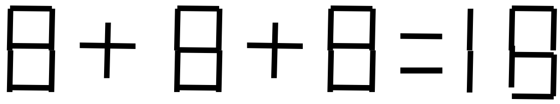
No sērkociņiem var veidot arī arābu ciparus. Saliksim tos šādi:



18. Izlabo šīs nepareizās vienādības, pārliekot **vienu** sērkociņu uz citu vietu:



19. Dota nepareiza vienādība:



Noņem no 3 astotniekiem vienādības kreisajā pusē

a) 2 sērkociņus;

b) 3 sērkociņus;

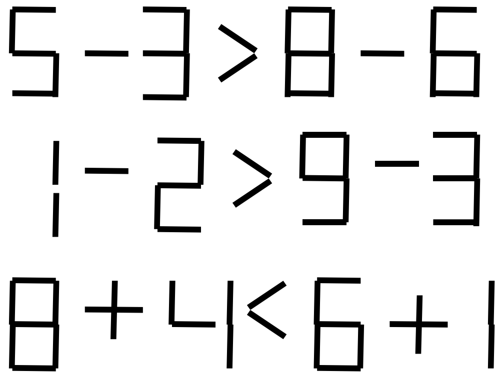
c) 4 sērkociņus;

d) 6 sērkociņus;

e) 7 sērkociņus;

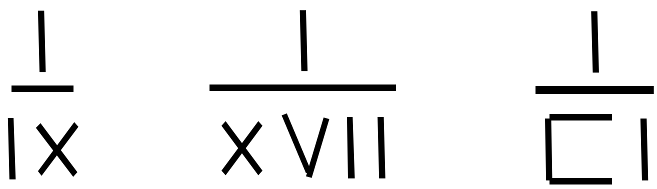
f) 11 sērkociņus tā, lai iegūtu pareizas vienādības.

20. Pārliec katrā nepareizajā nevienādībā 1 sērkociņu, lai iegūtu pareizu nevienādību. Nevienādības zīmi mainīt nedrīkst. Atrodi vairākus šī uzdevuma atrisinājumus.



21. Pārliekot 1 sērkociņu, pārveido $\frac{1}{9}$ par $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{17}$ par $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{101}$ par $\frac{2}{51}$

(šeit lietoti tikai romiešu <u>cipari</u>, bet daļas skaitliskā vērtība nosakāma parastajā veidā).



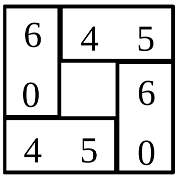
Domino aritmētika.

Šos uzdevumus veicot, kā palīglīdzekli var izmantot standarta domino komplektu (īpaši, ja strādā ar 1., 2. klašu bērniem), taču, ja bērns spēj iztēloties, kā kauliņi veido kvadrātu vai kvadrāta kontūru, labāk, lai viņš veido zīmējumu bez šiem uzskates līdzekļiem. Tas tikai veicinās viņa abstraktās domāšanas attīstību.

Šajos uzdevumos par skaitli tiek uzskatīts punktu skaits, kas redzams uz kauliņa vienā rūtiņā.

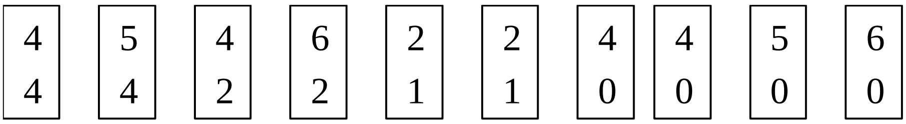
22. No viena komplekta domino kauliņiem izveido 7 kvadrātiņus, uz kuru malām skaitļu summas būtu vienādas ar 3; 6; 8; 9; 9; 10; 16 (piemēram, 14.zīmējumā redzamajam kvadrātiņam uz malām esošo skaitļu summas ir dažādas):

6 + 4 + 5 = 15;   5 + 6 + 0 = 11;   0 + 4 + 5 = 9;   6 + 0 + 4 = 10



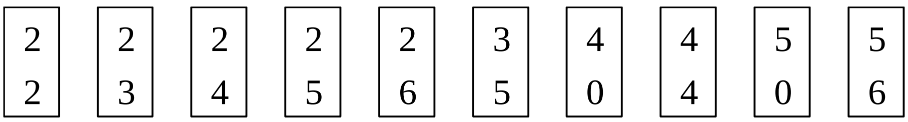
14.zīm.

23. Saliec 15.zīm. dotos domino kauliņus tā, lai tie veidotu kvadrātveida rāmīti un lai skaitļu summa uz katras kvadrāta malas būtu 18.



15.zīm.

24. Saliec 16.zīm. dotos domino kauliņus, tā lai tie veidotu kvadrātveida rāmīti un lai skaitļu summa uz katras kvadrāta malas būtu 20.



16.zīm.

25. No 17.zīm. 8 dotajiem domino kauliņiem saliec maģisko kvadrātu (kvadrātu, kam skaitļu summa gan visās rindiņās, gan kolonās, gan abās diagonālēs ir viena un tā pati).

3	1	2	4	1	2	2	5
3	3	4	4	1	2	0	3

17.zīm.

Domino summas piramīdu veidosim pēc līdzīga principa kā "parasto" summas piramīdu: un to veidošanā izmantosim viena komplekta kauliņus, *piemēram*

	4	3	
2	1	3	1

, kur 2+1+3+1=4+3

26. Izveidot pēc iespējas "augstākas" domino summu piramīdas, kuru virsotnē ir kauliņi, kam viens no cipariem ir 0.

27. Izveidot pēc iespējas "augstāku" summas piramīdu, kuras virsotnē ir dotais kauliņš (skat. 18.zīm.)

a) 1 1 d) 4 4

b) 2 2 e) 5 5

c) 3 3 f) 6 6

18.zīm.

ATBILDES.

1.

$95:5=9+5+5$

$63:3=6\cdot 3+3$

$(2\cdot 7+2)\cdot 16=272-16$

$8\cdot 4=34-2$

$95-16=9\cdot(5+4)-2$

2.

a) 1 + 989 = 989 +1

b) 19 + 89 = 98 + 9 + 1

c) 1+ 98 + 9 = 98 + 9 +1

d) 198 – 9 = 98 + 91

3.

a)
$77:77=1$
$7:7+7:7=2$
$(7+7+7):7=3$
$77:7-7=4$
$7-(7+7):7=5$
$(7\cdot 7-7):7=6$
$(7-7)\cdot 7+7=7$
$(7+7\cdot 7):7=8$
$(7+7):7+7=9$
$(77-7):7=10$

b)
$3-3:3-3:3=1$
$3-33:33=2$
$3+3+3-3-3=3$
$3+33:33=4$
$3+3:3+3:3=5$
$(3\cdot 3+3\cdot 3):3=6$
$(33-3):3-3=7$
$3+3+3-3:3=8$
$3+3+3+3-3=9$
$3+3+3+3:3=10$

4.

a)
$111:1-11:1+1-1=100$
$222:2-22:2+2-2=100$
$333:3-33:3+3-3=100$

Kā redzams, tamlīdzīgas vienādības iespējams sastādīt arī no visiem pārējiem cipariem (izņemot nulli).

b)
$11+11+11-1-1-1=30$
$22+22-22+2\cdot 2\cdot 2=30$
$33+33-33-3+3-3=30$
$44-4-4-4-4:4-4:4=30$
$5\cdot 5+5+5+5+5-5-5-5=30$
$6+6+6+6+6+6+6-6-6=30$
$7\cdot 7-7-7-7+7:7+7:7=30$
$888:8-88+8-8:8=30$
$9+9+9+9:9+9:9+9:9=30$

5. 24 + 30 = 54 - vienīgais atrisinājums, jo vienu cipariem tikai 4 + 0 = 4, bet desmitu cipariem tikai 2 + 3 = 5 (pārnesuma nav, jo vienu cipariem viens no saskaitāmajiem ir 0)

$$7 \cdot 3 = 21\,; \qquad 7 \cdot 4 = 28$$
$$32 : 8 = 4\,; \qquad 36 : 9 = 4$$

49 – 9 = 40 - vienīgais atrisinājums, jo atņemšanai jānotiek bez pārnesuma.

6.

b) $5-3=2 \quad 6-1=5 \quad 6+2=8$

$2+1=3 \quad 4+2=6 \quad 3+6=9$

$6-2=4 \quad 3+4=7 \quad 4+6=10$

c) 5 + 3 + 2 – 4 = 6
6 – 2 + 4 – 3 = 5
4 + 3 – 5 + 2 = 4
3 + 2 + 4 – 6 = 3

7. a) Šim uzdevumam ir viens vienīgs atrisinājums, kura atrašanu var aplūkot 19.zīmējumā.

1)

12	:		+		=	12
:		+		-		+
	+	5	-		=	**3**
-		-		:		-
1	•	**7**	-	2	=	5
=		=		=		=
	•		•		=	10

2)

12	:	**4**	+		=	12
:		+		-		+
	+	5	-		=	**3**
-		-		:		-
1		**7**	-	2	=	5
=		=		=		=
					=	10

3)

12	:	**4**	+	**9**	=	12
:		+		-		+
	+	5	-	B	=	**3**
-		-		:		-
1	•	**7**	-	2	=	5
=		=		=		=
	•	**2**	•	A	=	10

4)

12	:	**4**	+	**9**	=	12
:		+		-		+
6	+	5	-	**8**	=	**3**
-		-		:		-
1	•	**7**	-	2	=	5
=		=		=		=
1	•	**2**	•	**5**	=	10

Aplūkojam lauciņu A. Tajā varētu rakstīt gan 1, gan 5. Ja ierakstīsim 1, tad lauciņā B būtu jāraksta 16, jo tikai 9 - 16 : 2 = 1, bet saskaņā ar uzdevuma noteikumiem vienā lauciņā drīkst rakstīt tikai 1 ciparu.

19.zīm.

b) Šim uzdevumam ir divi atrisinājumi, un to tapšanas gaita ir redzama 20.zīmējumā.

1)

	+	4	+		=	16
+		+		-		+
	+		-	2	=	
-		-		+		-
	+	6	-	1	=	
=		=		=		=
4	+	7	+		=	17

2)

	+	4	+		=	16
+		+		-		+
	+	**9**	-	2	=	
-		-		+		-
	+	6	-	1	=	
=		=		=		=
4	+	7	+	**6**	=	17

3)

	+	4	+	**7**	=	16
+		+		-		+
	+	**9**	-	2	=	
-		-		+		-
	+	6	-	1	=	
=		=		=		=
4	+	7	+	**6**	=	17

4)

5	+	4	+	**7**	=	16
+		+		-		+
X	+	**9**	-	2	=	
-		-		+		-
	+	6	-	1	=	
=		=		=		=
4	+	7	+	**6**	=	17

5	+	4	+	**7**	=	16
+		+		-		+
1	+	**9**	-	2	=	**8**
-		-		+		-
2	+	6	-	1	=	**7**
=		=		=		=
4	+	7	+	**6**	=	17

5	+	4	+	**7**	=	16
+		+		-		+
2	+	**9**	-	2	=	**9**
-		-		+		-
3	+	6	-	1	=	**8**
=		=		=		=
4	+	7	+	**6**	=	17

20.zīm.

Var pārbaudīt, ka laucіņā X nevar rakstīt skaitli 3, jo tad 2. horizontālē būtu jāraksta 3 + 9-2=10, bet 2 ciparus vienā laucіņā rakstīt nevar. Neder arī skaitļi, kas lielāki par 3, jo jau ierakstot, piemēram, 4, mēs 2. horizontālē no apakšas iegūtu 5 + 6 - 1 = 10 (atkal 2 cipari vienā laucіņā).

c) Arī šim uzdevumam ir vairāki atrisinājumi. Viens no tiem redzams 21.zīmējumā.

8	:	**4**	+	**5**	=7
-		+		:	
(**7**	-	6)	•	**5**	=5
•		:		•	
5	-	**2**	+	4	**=7**
=5		=**5**		**=4**	

21.zīm.

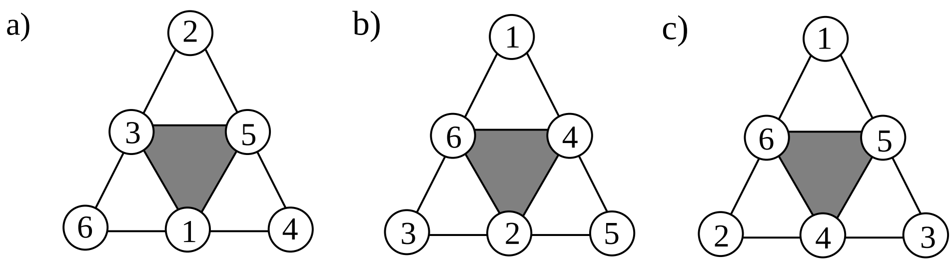
9. Virsotnēs ,piemēram, salikt skaitļus 4; 5; 6, un tālāk veidot summas:

4 + 9 + 2 + 5; 5 + 8 + 1 + 6; 6 + 3 + 7 + 4.

10. Skaitļus varētu izvietot, piemēram, šādi: virsotnēs ierakstīt ciparus 1, 2, 3, bet uz malām tā, lai veidotos šādi skaitļu trijnieki:

(1, 6, 2); (2, 4, 3); (3, 5, 1)

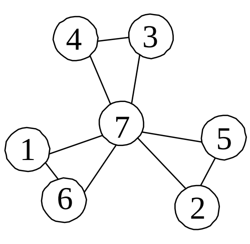
11. Viens šī uzdevuma atrisinājums redzams 22.zīm.



22.zīm.

12. Ievērosim, ka 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28. Ja katra trijstūrīša summa ir 14, tad visu trijstūrīšu virsotņu skaitļu kopsumma būtu $14 \cdot 3 = 42$. Ievērosim to, ka viena virsotne visiem trijstūriem kopēja, tātad šai kopsummā viens skaitlis tiek pieskaitīts trīs reizes (divas liekas reizes). Tā kā 42 - 28 = 14, tad kopējā virsotnē būtu jāraksta skaitlis 14 : 2 = 7. Iegūstam, ka pārējās virsotnēs rakstāmo skaitļu summām jābūt 7, un to var iegūt šādi:

4 + 3; 5 + 2; 6 + 1. (Skat.23.zīm.)

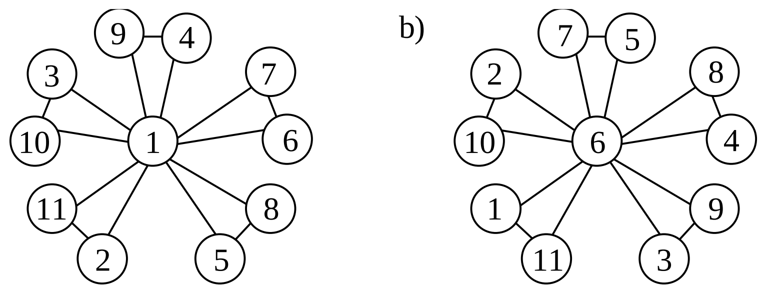


23.zīm.

13. a) centrā var atrasties tikai skaitlis 1, tālāk trijstūru virsotnēs jāsaliek skaitļi, kuru summa ir 13 (skat. 24.zīm. a)).

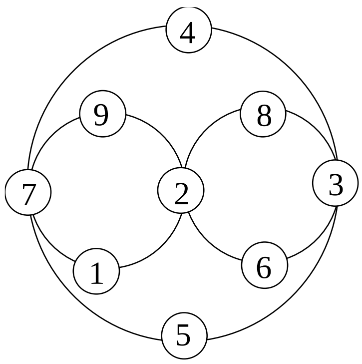
b) centrā – skaitli 6, tālāk trijstūru virsotnēs jāsaliek skaitļi, kuru summa ir 12 (skat. 24.zīm. b)).

a) b)



24.zīm.

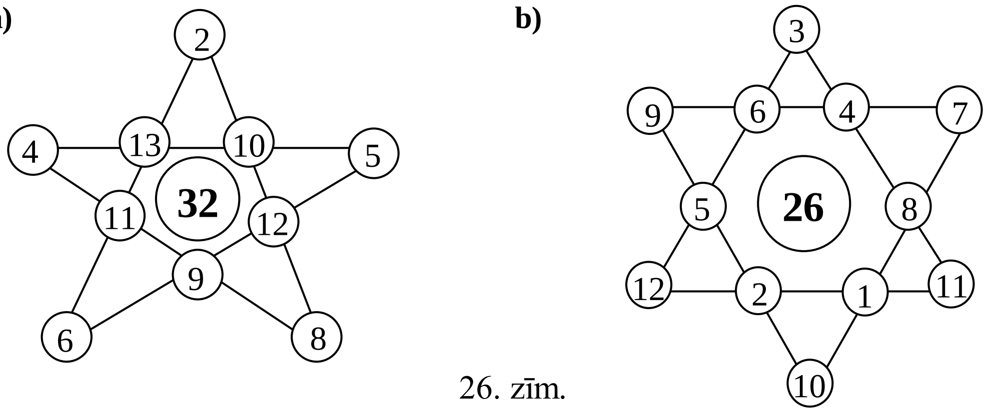
14. Viens no atrisinājumiem redzams 25.zīm..



25.zīm.

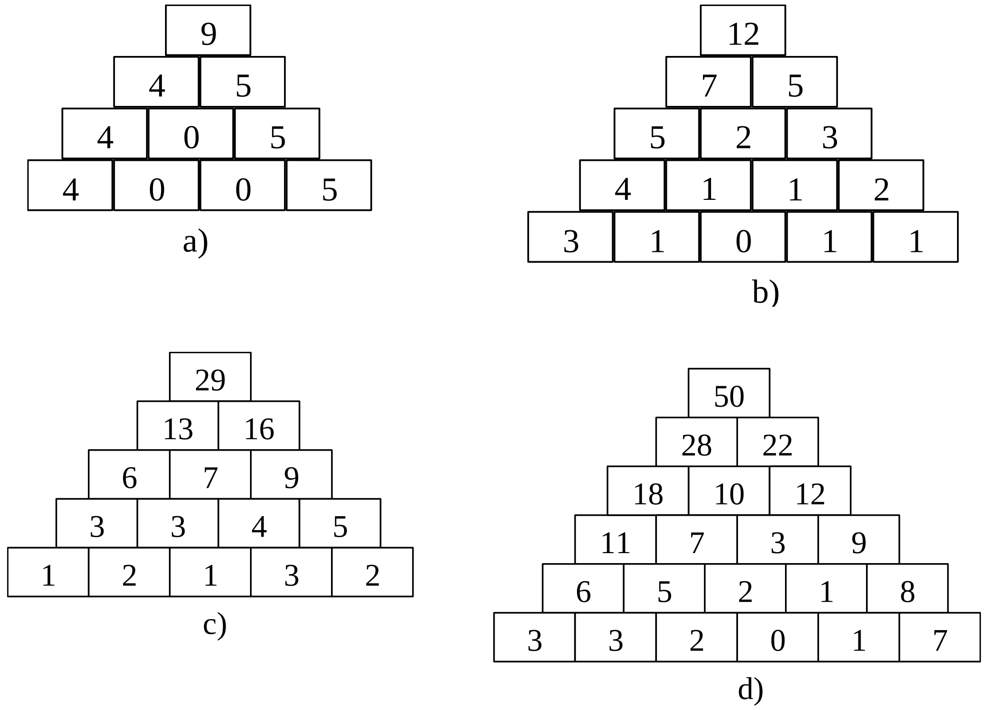
15. Viena no iespējamajām atbildēm redzama 26.zīm.

a) **b)**



26. zīm.

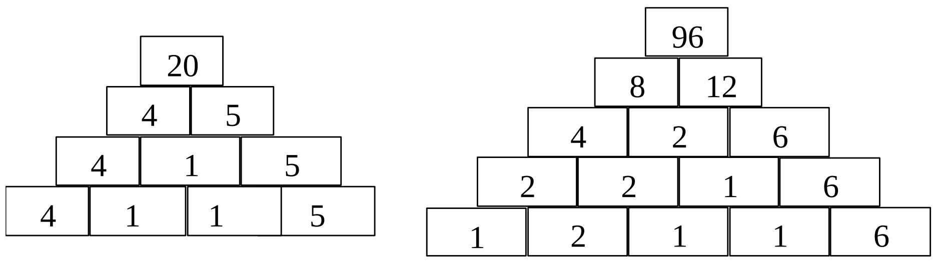
16. Atrisinājums redzams 27.zīm..



27.zīm.

e) Piramīdai, kam virsotnē 40, blakus skaitlim 32 jāraksta 8, taču tālāk to nav iespējams aizpildīt ar naturāliem skaitļiem, jo pat 11 + 0 > 8.

17. Atrisinājums redzams 28.zīm.

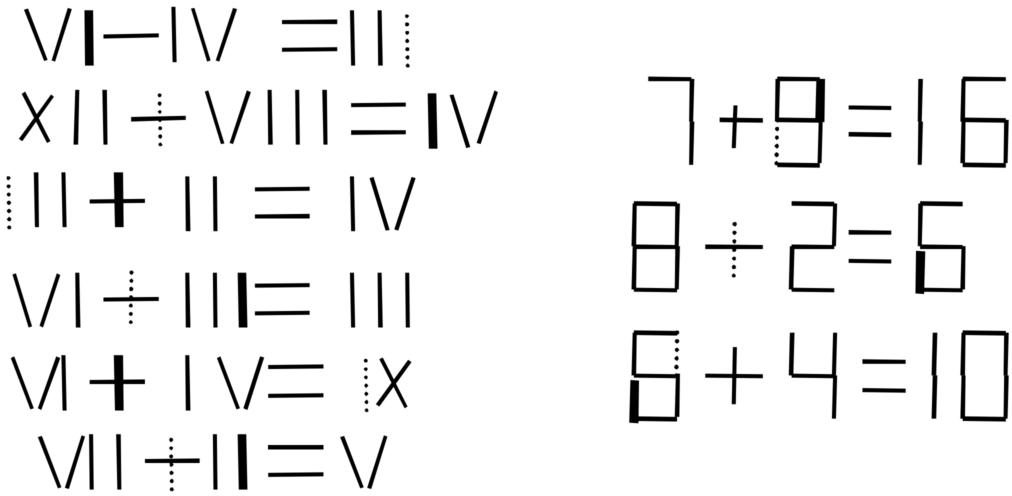


28.zīm.

18. Šeit 29. zīmējumā un tāpat arī 20. un 21. uzdevuma atrisinājumos katram piemēram dots tikai viens no iespējamajiem atrisinājumiem un atbilstošajos zīmējumos lietoti šādi apzīmējumi:

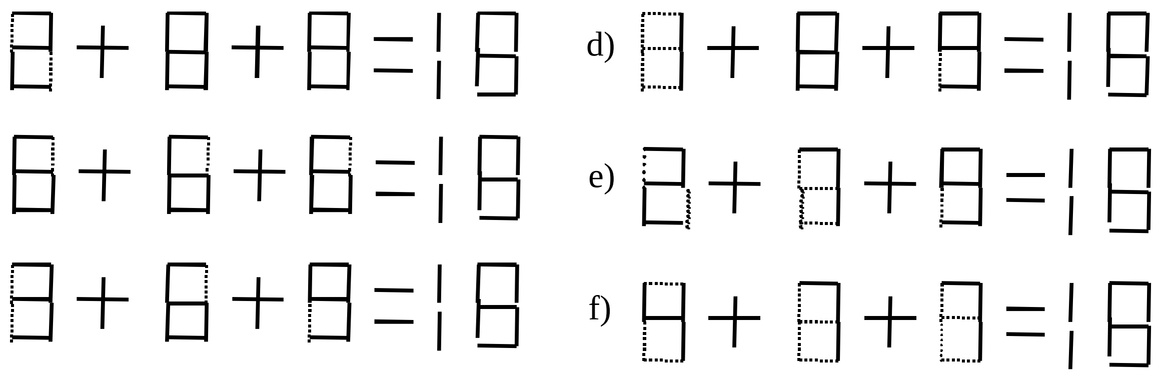
 - vecajā vietā bijušais sērkociņš

 - sērkociņš pēc pārlikšanas



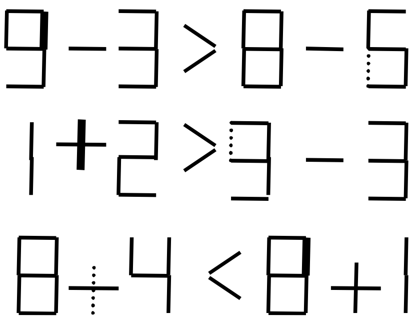
29.zīm.

19. Atrisinājums redzams 30.zīm..



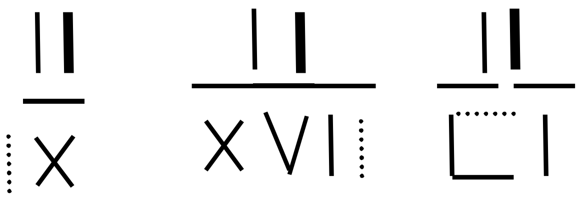
30.zīm.

20. Viens no atrisinājumiem redzams 31.zīm..



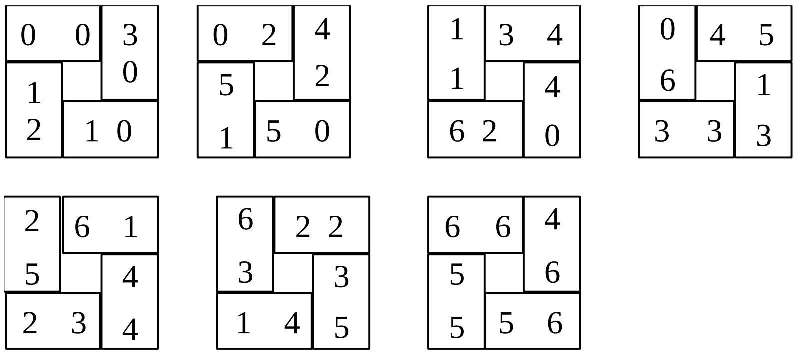
31.zīm.

21. Atrisinājums redzams 32. zīm..



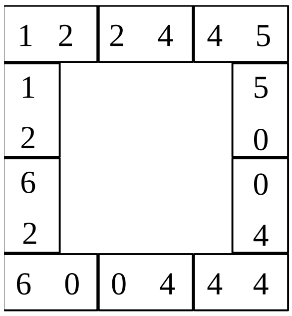
32.zīm.

22. Atbilde redzama 33. zīm..



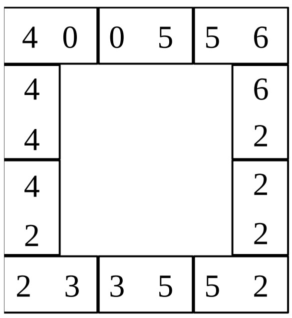
33.zīm.

23. Atbilde dota 34. zīmējumā.



34.zīm.

24. Atbilde dota 35. zīmējumā.



35.zīm.

25. Šāds maģiskais domino kvadrāts redzams 36.zīm.

3	1	1	5
3	3	1	3
2	2	4	2
2	4	4	0

36.zīm.

26. 1)

Piramīdas, kuru virsotnē ir $\boxed{0\quad 0}$ vai $\boxed{0\quad 1}$,sastāv no 1 kauliņa.

2)

	0 2	
1 1		0 0

Šī ir vienīgā iespējamā piramīda ar šādu virsotni.
Tālāk ievērosim šādu faktu: ja piramīdā, ko veidojam, parādās kauliņi,

$\boxed{0\ 0}$ vai $\boxed{0\ 1}$,

tad piramīdas celšana beidzas tai stāvā, kurā parādījies šis kauliņš, jo tikko secinājām, ka zem šiem kauliņiem nevar novietot nevienu citu.

3) Piramīdām, kuru virsotnēs ir kauliņi

$\boxed{0\ 3}$ vai $\boxed{0\ 4}$,

varēs izveidot tikai 2 stāvus, jo viegli pārbaudīt, ka šādām piramīdām 2.stāvā noteikti parādās kauliņi

$\boxed{0\ 0}$ vai $\boxed{0\ 1}$

Piemēram:

	0 3	
1 1		0 1

	0 4	
1 2		0 1

Izņēmums ir vienīgi piramīda

	0 4	
1 1		0 2

Taču arī šo piramīdu nav iespējams turpināt, jo kauliņam

$\boxed{0\ 2}$ blakus atrodas kauliņš $\boxed{1\ 1}$,

kas nepieciešams vienīgās iespējamās piramīdas ar virsotni $\boxed{0\ 2}$
2.stāva veidošanai, bet viens kauliņš vienlaikus nevar atrasties divās vietās.

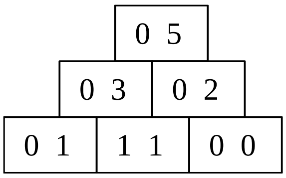
4) Piramīdām, kuru virsotnēs atrodas kauliņi

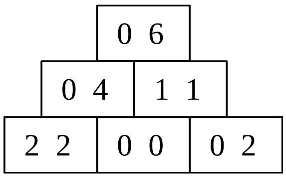
$\boxed{0\ 5}$ vai $\boxed{0\ 6}$,

varēs izveidot ne vairāk kā 3 stāvus, jo tām 2.stāvā parādīsies kāds no kauliņiem

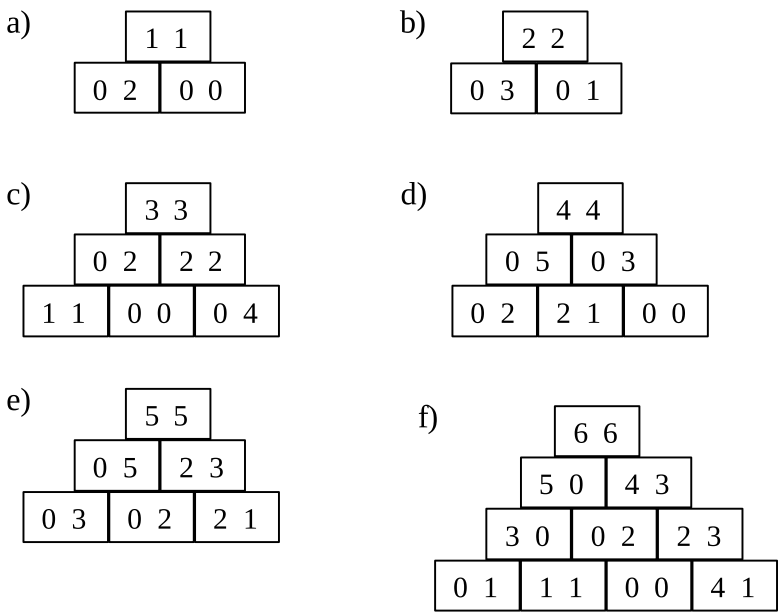
$\boxed{0\ 2}$, $\boxed{0\ 3}$, $\boxed{0\ 4}$ vai $\boxed{1\ 1}$,

zem kuriem iespējams izvietot tikai vēl vienu stāvu.
Piemēram:





27. Šī uzdevuma risinājumā varam izmantot secinājumus, kas radās iepriekšējā uzdevuma risināšanas gaitā, un rezultāti redzami 37. zīmējumā.



37.zīm.

3.nodaļa.

ĢEOMETRIJA.

Punkti, taisnes.

1. Novelc riņķa līniju un atliec uz tās

a) 4 punktus;

b) 5 punktus;

c)10 punktus.

Caur katriem 2 punktiem novelc taisni. Cik taišņu katrā no gadījumiem ir iespējams novilkt?

2.Padomā ,cik kopīgu punktu var būt

a) 2 taisnēm;

b) 3 taisnēm;

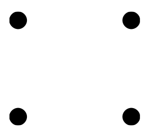
c) 4 taisnēm;

d) 5 taisnēm,

un uzzīmē attēlus, kas ilustrē visas iespējas.

3. Saliec uz galda 6 pogas tā, lai uz 3 taisnēm atrastos pa 3 pogām un uz 3 taisnēm pa 2 pogām.

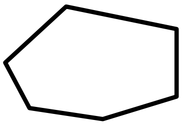
4. Caur 4 punktiem (skat. 1. zīm.) novelc slēgtu lauztu līniju, kas sastāv no 3 posmiem.

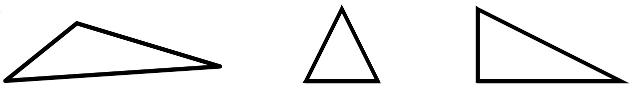


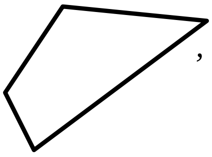
1.zīm.

Figūru skaitīšana.

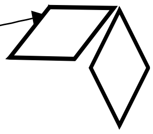
Lai labāk veiktos ar turpmākajiem uzdevumiem, iepazīsimies ar tām figūrām , kuras šajos uzdevumos būs pieminētas:

Izliekti daudzstūri  *,pie kuriem pieskaitāmi arī*

visi trijstūri 

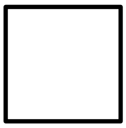
četrstūri  *,* *kuri var būt*

1)Paralelogrami  ***,****kuri var būt arī* **rombi,**
(ja visas malas vienādas)

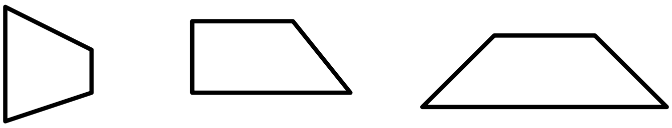


vai ***taisnstūri***
(ja visi leņķi taisni)

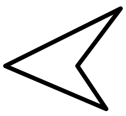
,*kuri var būt arī* ***kvadrāti***
(ja visas malas vienādas)



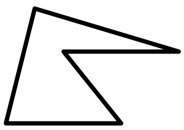
2) Trapeces *(ja 2 malas ir paralēlas, bet otras 2 nav)*



Ieliekti daudzstūri



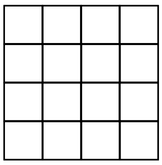
četrstūris



piecstūris; utt.

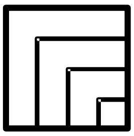
Lai saskaitītu figūras kādā zīmējumā ,var mēģināt saskatīt, kādas vienādu figūru grupas veidojas, un pēc tam noskaidrot, cik katrā šai grupā ir locekļu.

Piemērs. *Cik kvadrātu vari saskaitīt 2. zīmējumā?*

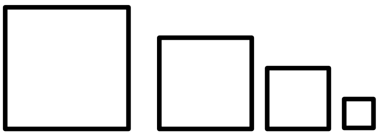


2.zīm.

Ievērosim, ka uz lielā kvadrāta diagonāles atrodas kreisā augšējā virsotne kvadrātiem, kuru malas ir 4; 3; 2 un 1 rūtiņu garas (skat.3.zīm.). Tās tad arī būs meklējamās grupas (skat.4.zīm.).



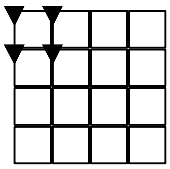
3.zīm.



4.zīm.

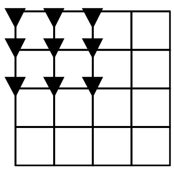
Tālāk noskaidrosim, cik punktos var atrasties kreisais augšējais stūris katras grupas "pārstāvim"

a) *kvadrātam ar malu 4 rūtiņas - 1 punktā, tātad šāds kvadrāts te ir tikai viens;*
b) *kvadrātam ar malu 3 rūtiņas - 4 punktos (skat.5.zīm.), tātad te ir 4 šādi kvadrāti;*



5.zīm.

c) *kvadrātam ar malu 2 rūtiņas - 9 punktos (skat.6.zīm.), tātad šādi kvadrāti ir 9;*



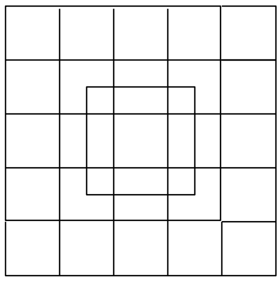
6.zīm.

d) *kvadrātam ar malu 1 rūtiņa - 16 punktos (katras rūtiņas kreisais augšējais stūris), tātad šādi kvadrāti ir 16.*

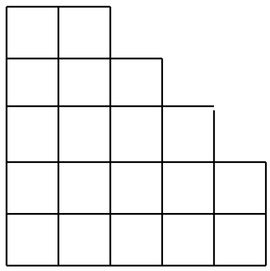
Saskaitot visus, iegūsim kopā $1 + 4 + 9 + 16 = 30$ *kvadrātus.*

5. Cik kvadrātus vari saskaitīt

a) 7. zīm.;
b) 8.zīm.?



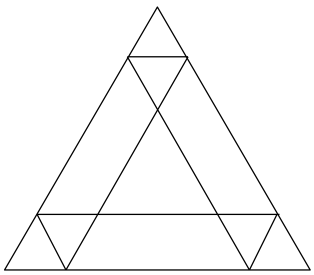
7.zīm.



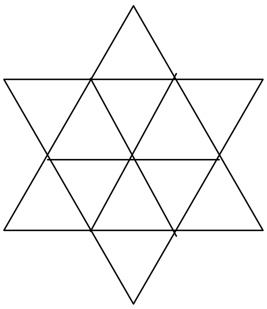
8.zīm.

6. Cik daudz trijstūru vari saskaitīt

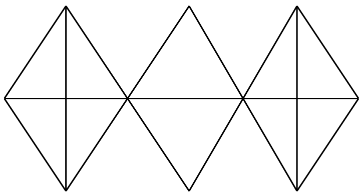
a) 9. zīm.;
b) 10. zīm.;
c) 11. zīm.?



9.zīm.

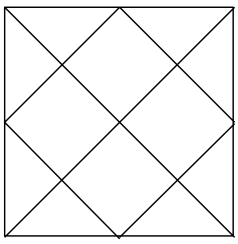


10.zīm.



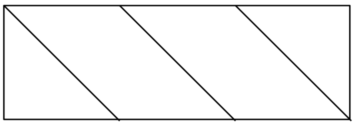
11.zīm.

7. Cik kvadrātus un cik trijstūrus vari saskaitīt 12. zīmējumā?



12.zīm.

8. Cik četrstūrus vari saskaitīt 13. zīmējumā?



13.zīm.

Figūru griešana, salikšana un krāsošana.

9. Kādos daudzstūros ar vienu taisnu griezienu var sagriezt

a) trijstūri,
b) četrstūri,
c) piecstūri?

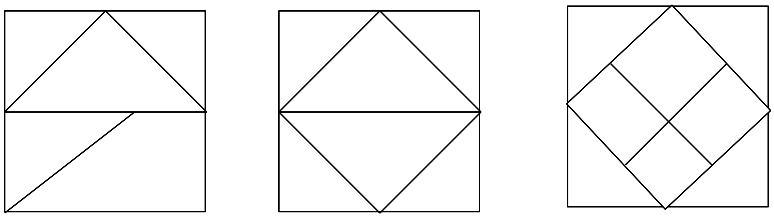
10. Ar vienu griezienu sagriez taisnstūri divās daļās tā, lai no tām varētu salikt

a) gan trijstūri,
b) gan paralelogramu,
c) gan trapeci.

11. Doti divi vienādi kvadrāti. Katru no tiem sagriez divās daļās tā, lai no iegūtajām četrām daļām varētu salikt vienu kvadrātu.

12. Ar diviem taisniem griezieniem sadali taisnstūri divos vienādos piecstūros un divos vienādos taisnleņķa trijstūros.

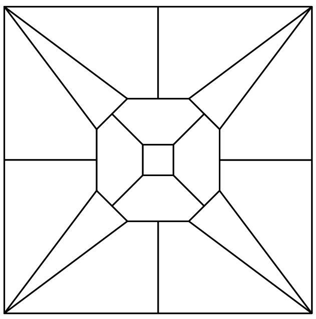
13. Izkrāso katra 14. zīmējumā dotā kvadrāta daļas, izmantojot tikai 2 krāsas, tā, lai tās daļas, kam ir kāds kopīgs robežas posms, būtu atšķirīgās krāsās. Kuriem zīmējumiem vajag vismaz trīs krāsas? Paskaidro, kāpēc!



a) b) c)

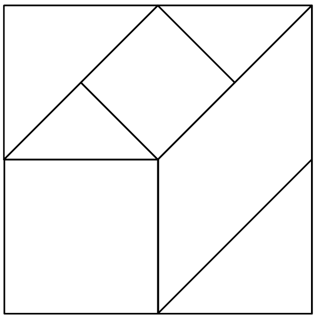
14.zīm.

14. Pieņemsim, ka 15. zīm. dots kādas kartes attēls. Izkrāso šo karti tā, lai jebkuras kaimiņzemes (kam kopīgs kāds robežas posms) būtu izkrāsotas atšķirīgās krāsās. Vai vari to paveikt ar 3 krāsām? Ja nē, tad pamato, kāpēc!



15.zīm.

15. a) Izkrāso 16. zīm. doto kvadrātu tā, lai tā daļas, kam kopīgs kāds robežas posms, būtu atšķirīgās krāsās. Vai vari to izdarīt ar 2 krāsām; ar 3 krāsām?



16.zīm.

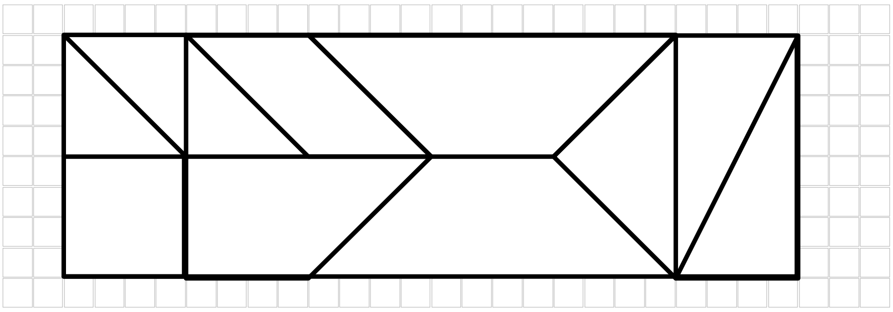
b) Sagriez doto kvadrātu pa dalījuma līnijām un no iegūtajām daļām saliec

1) kvadrātu;
2) taisnstūri, kas nav kvadrāts;
3) paralelogramu, kas nav taisnstūris;
4) trapeci;
5) taisnleņķa trijstūri ar 2 vienādām malām.

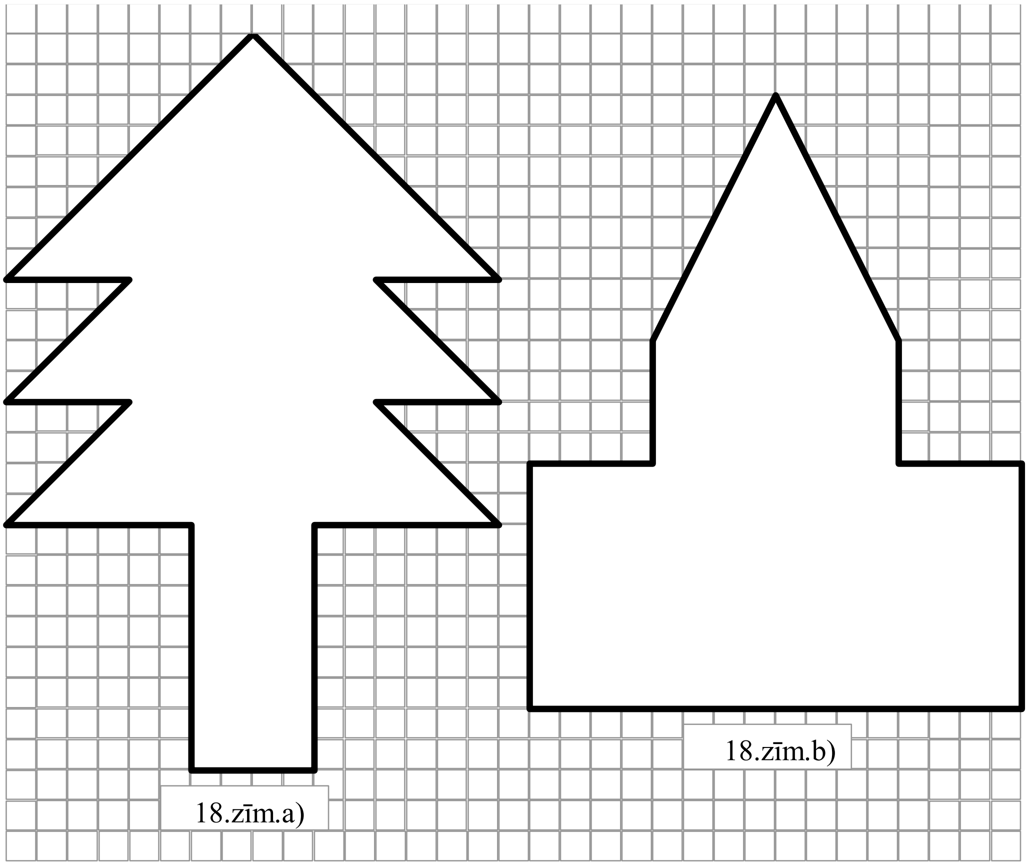
16. Dots taisnstūris, kura garums ir 3 reizes lielāks nekā platums. Tas sadalīts 11 daļās tā, kā parādīts 17. zīmējumā.

a) sagriez taisnstūri pa dalījuma līnijām un no iegūtajām figūrām saliec 18. zīmējumā dotos siluetus (mazās figūriņas nedrīkst pārklāties un nekur silueta iekšienē nedrīkst palikt brīvi laukumi).

b) pēc katra silueta salikšanas iezīmē mazo figūriņu robežas un izkrāso šīs silueta daļas tā, lai katras divas, kam ir kopīgs kāds robežas posms, būtu atšķirīgās krāsās. Kurus no Taviem atrastajiem salikumiem var izkrāsot, izmantojot tikai 2 krāsas? Kuriem noteikti vajadzīgas vismaz 3 krāsas?

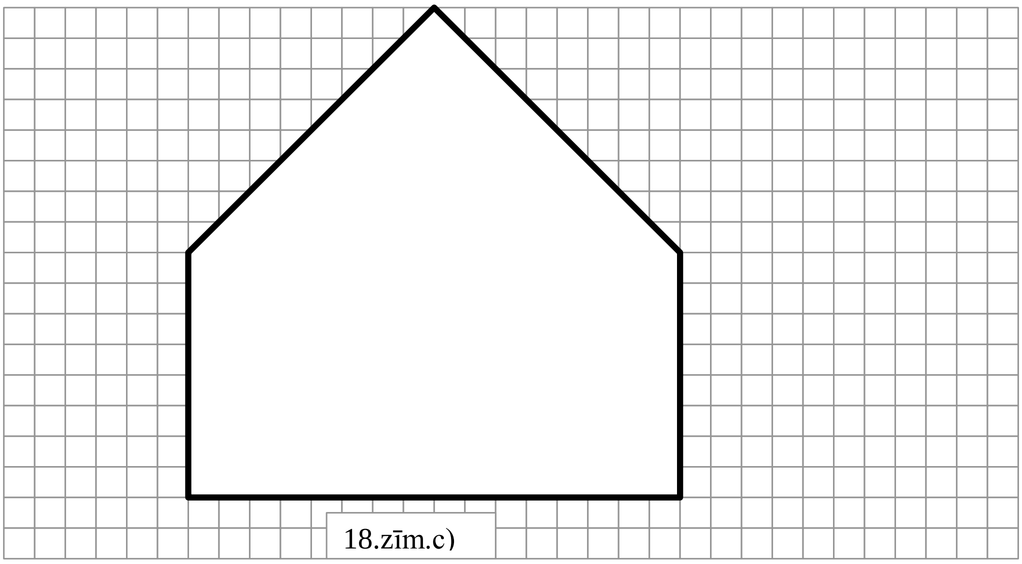


17.zīm.

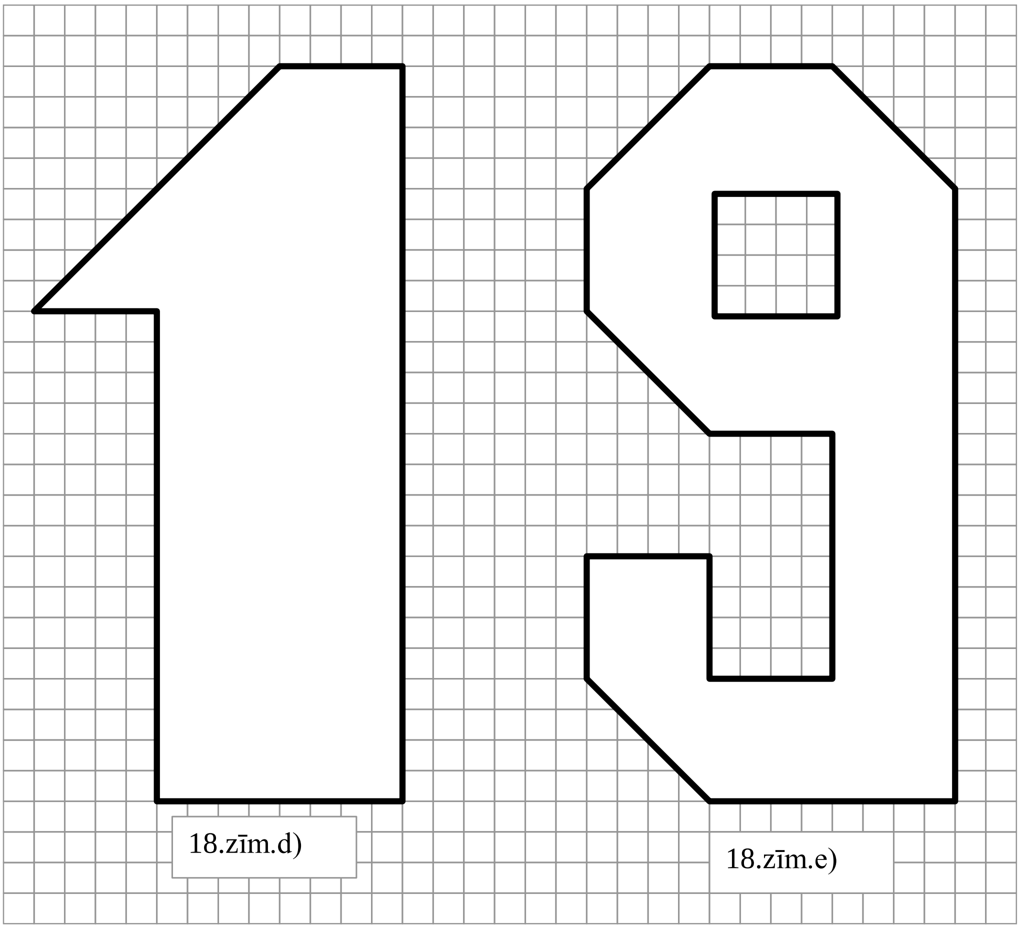


18.zīm.a)

18.zīm.b)

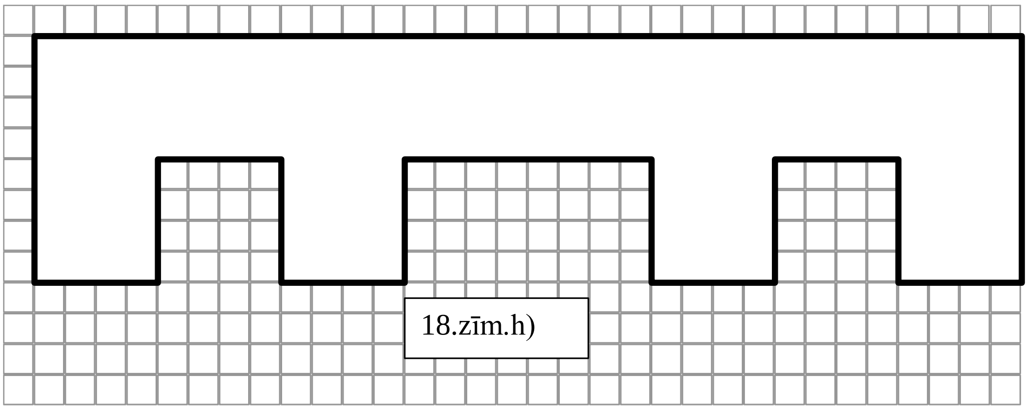


18.zīm.c)

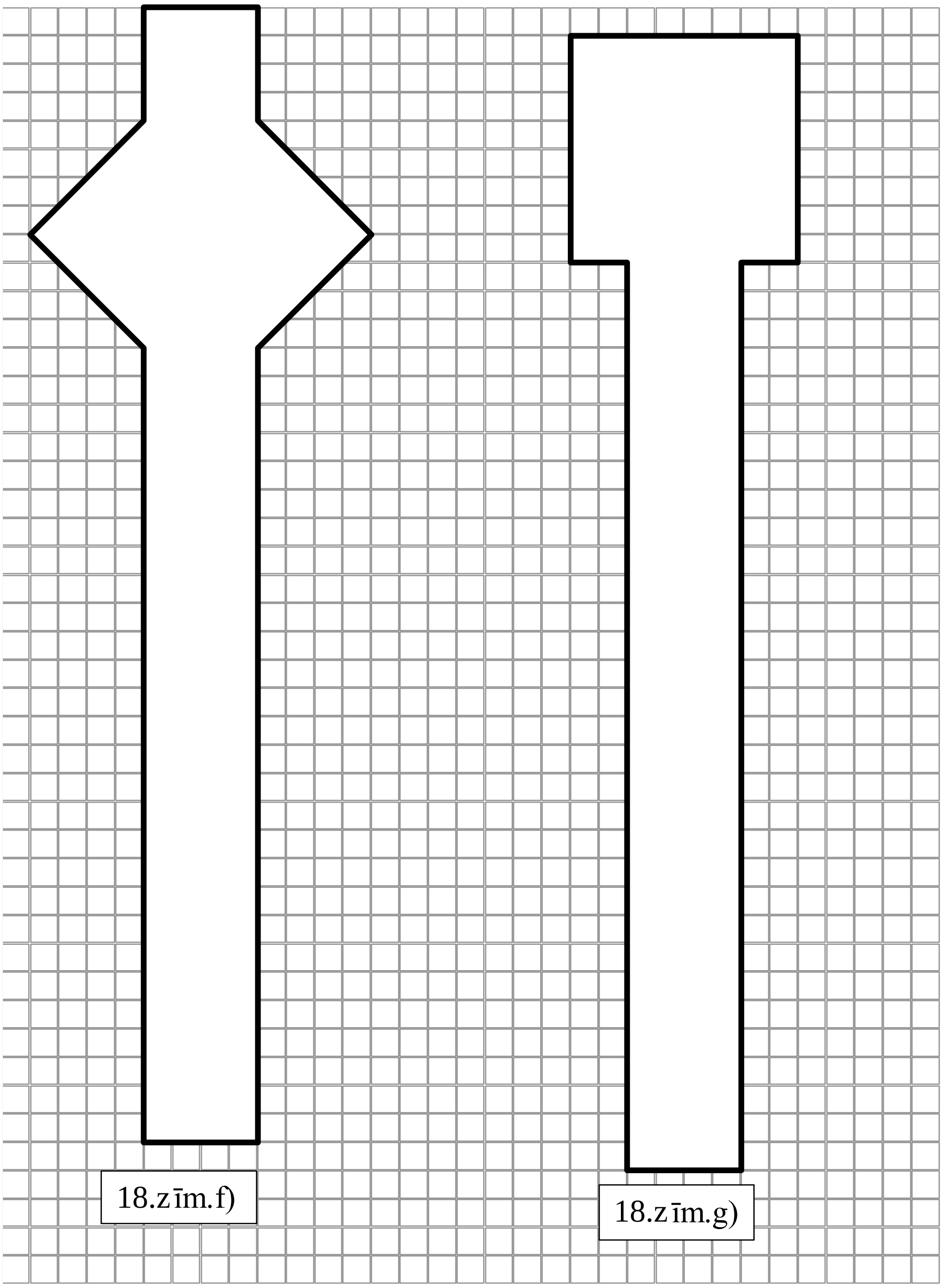


18.zīm.d)

18.zīm.e)



18.zīm.h)



18.zīm.f)

18.zīm.g)

Sērkociņu ģeometrija.

Saliekot no sērkociņiem dažādas figūras, uzskatīsim, ka sērkociņu saskares vietās nav atstarpju un ka visi sērkociņi ir vienāda garuma nogriežņi.

17. Saliec trīs vienādus kvadrātus

a) no 11 sērkociņiem;

b) no 10 sērkociņiem.

18. Saliec no 16 sērkociņiem 5 vienādus kvadrātus. Vai vari tos salikt no 15 sērkociņiem?

19. Paņem 12 sērkociņus un saliec

a) 2 kvadrātus;

b) 3 kvadrātus;

c) 5 kvadrātus;

d) 6 kvadrātus.

Kvadrāti var nebūt vienādi un sērkociņus var likt vienu otram pāri.

20. No 6 sērkociņiem saliec 6 vienādmalu trijstūrus (sērkociņus var likt vienu otram pāri).

21.. No 14 sērkociņiem saliec 5 vienādus rombus.

22. No 12 sērkociņiem saliec 4 vienādus kvadrātus.

a) pārliec uz citu vietu 3 sērkociņus, lai izveidotos 3 vienādi kvadrāti;

b) noņem 2 sērkociņus, lai paliktu

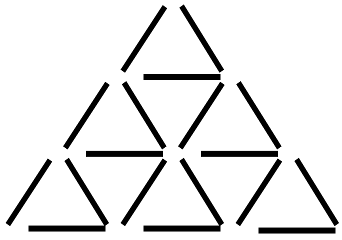
- 3 kvadrāti
- 2 kvadrāti.

23. No sērkociņiem saliktā figūra sastāv no 9 vienādiem trijstūrīšiem (skat.19. zīm.)

a) noņem 5 sērkociņus, lai paliktu 5 vienādi trijstūri,

b) noņem 6 sērkociņus, lai nepaliktu neviens trijstūris,

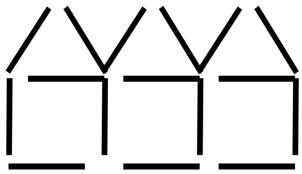
c) pārliec uz citu vietu 6 sērkociņus, lai iegūtajā figūrā būtu 6 vienādi rombi.



19.zīm.

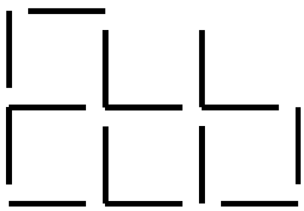
24. Pārliec 20. zīmējumā dotajā figūrā 2 sērkociņus uz citu vietu tā, lai izveidotos

a) 5 trijstūri un 2 kvadrāti;
b) 5 trijstūri un 1 taisnstūris;
c) 3 trijstūri, 1 taisnstūris un 1 "slīps" rombs, kas nav taisnstūris;
d) 2 trijstūri, 3 kvadrāti un 1 trapece;
e) 2 trijstūri, 3 kvadrāti un 1 "slīps" rombs.



20.zīm.

25. Pārliec 21. zīmējumā dotajā figūrā 3 sērkociņus tā, lai iegūtu 3 vienādus taisnstūrus. (Atrodi vismaz 3 dažādas iespējas, kā to izdarīt).

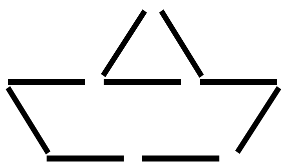


21.zīm.

26. Saliec no sērkociņiem kuģīti tā, kā tas redzams 22. zīmējumā. Pārliec tajā uz citu vietu

a) 2 sērkociņus;
b) 4 sērkociņus;
c) 6 sērkociņus

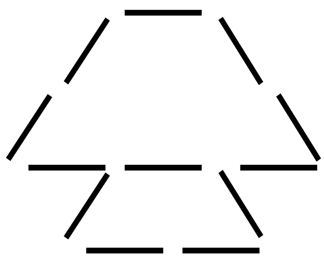
tā, lai iegūtu 1 trijstūri un 2 rombus.



22.zīm.

27. Saliec no sērkociņiem 23. zīmējumā redzamo galda lampu. Pārliec šajā figūrā uz citu vietu 4 sērkociņus tā, lai iegūtajā figūrā būtu

a) 1 trijstūris un 1 trapece;
b) 1 trijstūris un 2 trapeces;
c) 2 trijstūri un 1 trapece;
d) 2 trijstūri un 3 trapeces;
e) 3 trijstūri un 1 trapece;
f) 3 trijstūri un 1 vienādmalu sešstūris.

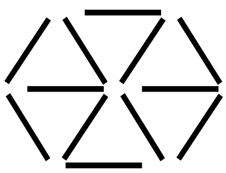


23.zīm.

28. No sērkociņiem saliec figūru, kas sastāv no 6 vienādmalu trijstūriem (skat. 24. zīm.)

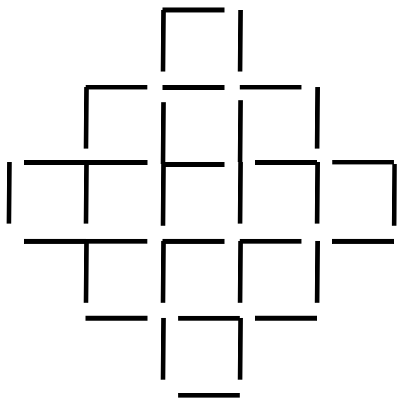
a) Pārliec tajā uz citu vietu 4 sērkociņus tā, lai iegūtajā figūrā būtu 3 vienādmalu trijstūri.

b) Cik vismaz sērkociņu jāpārliek šajā figūrā, lai to pārvietotu par viena sērkociņa attālumu pa labi?



24.zīm.

29. Noņem 25. zīmējumā redzamajai figūrai 4 sērkociņus, lai paliktu 8 kvadrāti ar malu 1 sērkociņa garumā.



25.zīm.

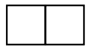
*Nosauksim par **elementāro sērkociņu trijstūrīti** tādu vienādmalu trijstūri, ko var salikt no 3 sērkociņiem, un uzskatīsim to par "būvmateriālu", no kā veidot jaunas figūras.*

30. Konstruē, izmantojot tikai elementāros sērkociņu trijstūrīšus un nelietojot lineālu,

a) nogriezni, kura garums ir 3 sērkociņi;
b) vienādmalu trijstūri, kura malas garums ir 3 sērkociņi;
c) vismaz 4 dažādus daudzstūrus, kuri katrs sastāv no 5 elementārajiem sērkociņu trijstūrīšiem.

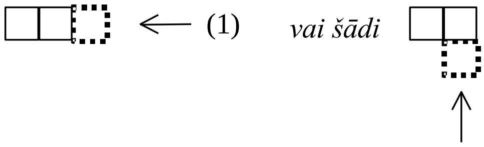
Polimino.

Par polimino figūriņām ir pieņemts saukt figūriņas, kas sastāv no vismaz divām rūtiņām, kuras savienotas ar kopīgu malu.

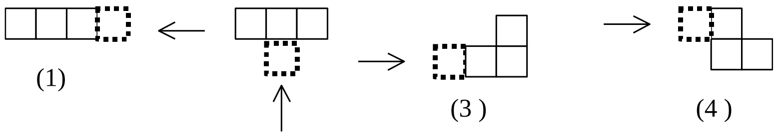
Mazākā polimino figūriņa sastāv no 2 rūtiņām un to sauc par ***domino****:*  .

No trim rūtiņām sastāvošu polimino figūriņu sauc par ***trimino*** *un to var iegūt, domino figūrai pievienojot 1 rūtiņu*

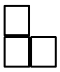
šādi (1) *vai šādi* (2)



Četru rūtiņu polimino sauc par ***tetramino****, un ir 4 veidu tetramino*



(1) (2) (3) (4)

Nosauksim šīs mazās polimino figūriņas par vienības figūriņām, *__piemēram__**,* *apzīmējums trimino (2) būs vienības figūrai*  .

No šīm vienības figūriņām varēsim salikt lielākas figūras.

Turpmākajos uzdevumos ievēro, ka figūriņas var būt dažādi pagrieztas un tās nedrīkst pārklāties viena ar otru.

31. Saliec no trimino (2) veida vienības figūriņām kvadrātu, kura malas garums ir

a) 3 rūtiņas;
b) 6 rūtiņas.

32. Saliec

a) no tetramino (2);
b) no tetramino (3) vienības figūriņām kvadrātu, kura malas garums ir
  1) 4 rūtiņas;
  2) 8 rūtiņas.

__Piemērs__*. Saliec no trimino (2) vienības figūriņām tādas pašas formas figūru, kurai katra mala ir 2 reizes garāka nekā vienības figūrai.*

Lai to veiktu, vispirms uzzīmēsim saliekamo figūru un tad to pārklāsim ar vienības figūrām (skat. 26. zīm.):

26.zīm.

33. Saliec no trimino (2) vienības figūriņām tādas pašas formas figūru, kurai katra mala ir 4 reizes garāka nekā šai vienības figūrai.

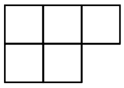
34. Saliec no tetramino (3) vienības figūriņām tādas pašas formas figūru, kurai katra mala ir

a) 2 reizes;
b) 3 reizes;
c) 4 reizes garāka nekā šai vienības figūrai.

35. Saliec no tetramino (2) vienības figūriņām tādu figūru, kurai katra mala ir 4 reizes garāka nekā šai vienības figūrai.

36. Izveido visas iespējamās dažādās 5 rūtiņu vienības figūras (pentamino).

37. Saliec no vienības pentamino figūriņas



figūru, kurai ir tāda pati forma ,bet malu garumi ir 3 reizes lielāki nekā šai vienības figūriņai.

Ja turpmāko polimino uzdevumu risināšanā rodas grūtības, var izgriezt no papīra polimino figūras, kuru malu garumi ir vismaz 2 reizes lielāki nekā vienības figūrām, un tad katru turpmāko uzdevumu veikt praktiski, saliekot taisnstūri no norādītajām figūriņām. Šajos gadījumos varētu dot papildus uzdevumu: pārzīmēt iegūto salikumu ar vienības pentamino figūriņām.

38. Saliec no 3 dažādām vienības pentamino figūriņām taisnstūri, kura izmēri ir 3×5 rūtiņas. Pacenties atrast visus iespējamos atrisinājumus.

39. Saliec no 4 dažādām vienības pentamino figūriņām taisnstūri, kura izmēri ir 4×5 rūtiņas. Pacenties atrast vairākus iespējamos atrisinājumus.

40. Saliec kvadrātu, kura malas garums 5 rūtiņas, no 5 dažādām vienības pentamino figūriņām. Centies atrast vairākus veidus, kā to izdarīt.

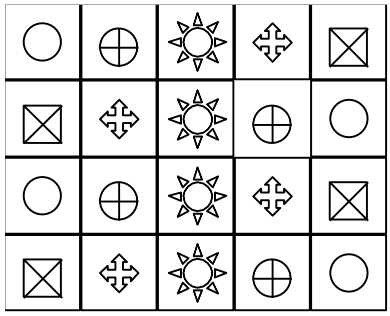
41. Saliec no dažādām vienības pentamino figūriņām taisnstūri, kura izmēri ir

a) 5×6 rūtiņas;
b) 5×7 rūtiņas;
c) 5×8 rūtiņas;
d) 5×9 rūtiņas;
e) 5×10 rūtiņas.

Centies atrast vairākus veidus, kā to izdarīt.

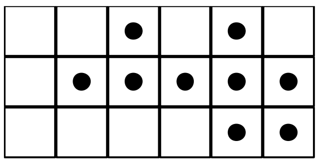
Raibie pārklājumi.

42. Sagriez 27. zīmējumā doto figūru 4 vienādās daļās tā, lai visās daļās būtu arī vienādi raksti (griezumi jāveic pa rūtiņu līnijām).

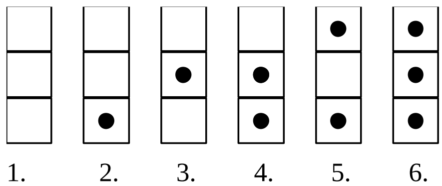


27.zīm.

43. 28. zīmējumā doto taisnstūri pārklāj ar 29. zīmējumā dotajiem kauliņiem tā, lai kauliņu raksts sakristu ar dotā taisnstūra rakstu.

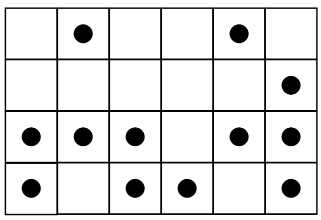


28.zīm.

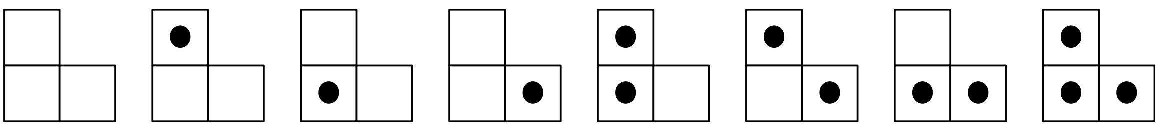


29.zīm.

44. 30. zīmējumā doto taisnstūri pārklāj ar 31. zīmējumā dotajiem kauliņiem tā, lai kauliņu raksti sakristu ar dotā taisnstūra rakstu (kauliņi var būt pagriezti citādāk, taču ne apgriezti uz “kreiso” pusi).

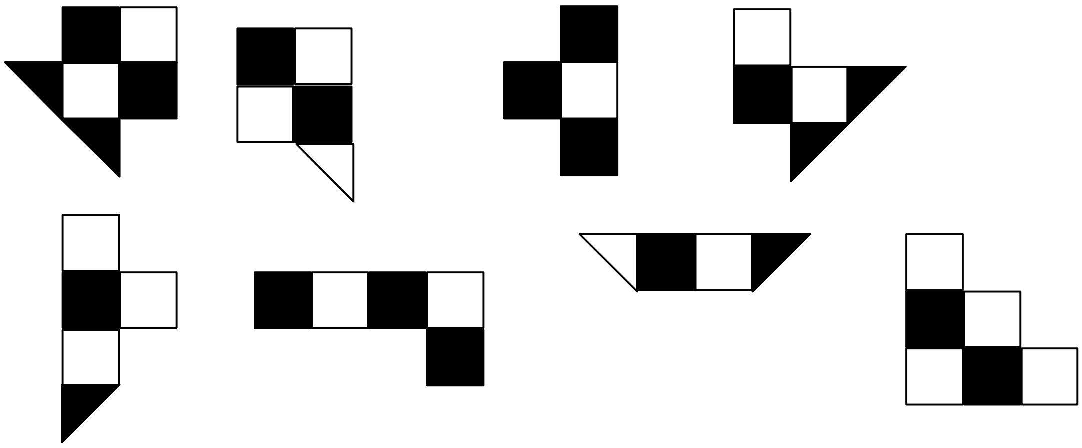


30.zīm.



31.zīm.

45. No 32.zīmējumā dotajām figūrām saliec kvadrātu, kam būtu tāds pats krāsojums kā šaha galdiņam.



32.zīm.

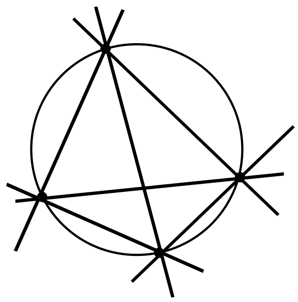
ATBILDES.

1.

a) No katra punkta uz katru no 3 atlikušajiem var novilkt 1 taisni (skat. 33. zīm.), tātad pavisam šos 4 punktus pa **pāriem** iespējams savienot ar $(4\cdot 3):2=6$ dažādām taisnēm (ar 2 jādala tāpēc, ka, šādi skaitot, katra taisne tiek pieskaitīta divreiz).

b) ar $(5\cdot 4):2=10$ dažādām taisnēm;

c) ar $(10\cdot 9):2=45$ dažādām taisnēm.

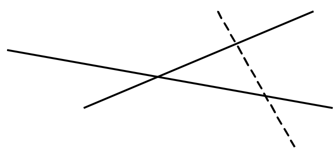


33.zīm.

2. a) 2 taisnēm kopīgi punkti var būt (skat.34. zīm.)

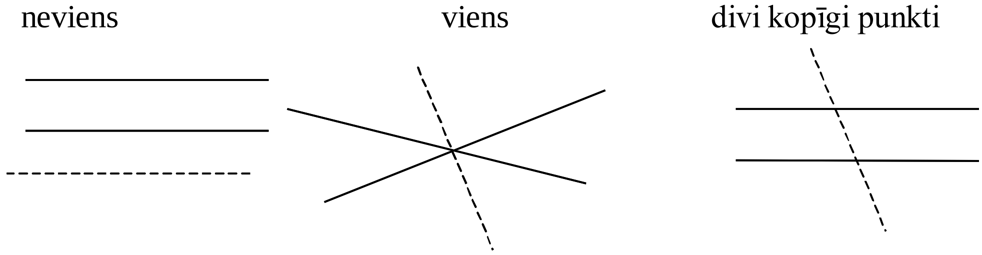
34.zīm.

b) Tālāk ievērosim, ka katrs gadījums nākošajam taišņu skaitam ir iegūstams no iepriekšējā, papildinot zīmējumu ar 1 taisni. Lielākais kopīgo punktu skaits 3 taisnēm var būt $(3\cdot 2):2=3$ (katrai no 3 taisnēm ir 2 krustpunkti ar abām pārējām un, šādi skaitot, katrs krustpunkts tiek pieskaitīts 2 reizes) (skat.35.zīm.).



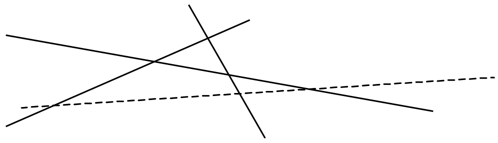
35.zīm.

Vēl bez tam 3 taisnēm var būt (skat.36.zīm.)



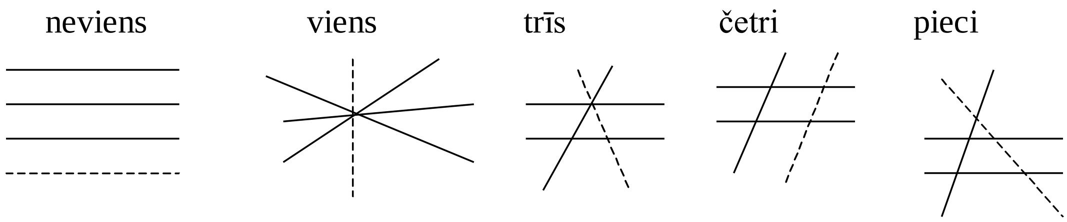
36.zīm.

c) Lielākais kopīgo punktu skaits 4 taisnēm var būt $(4\cdot 3):2=6$ (skat. 37.zīm.)



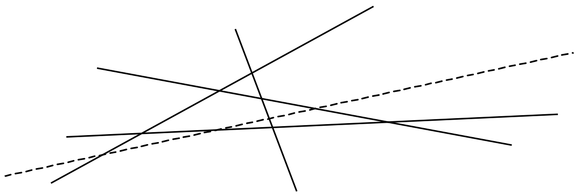
37.zīm.

bet vēl 4 taisnēm krustpunktu skaits var būt arī (skat.38.zīm.)



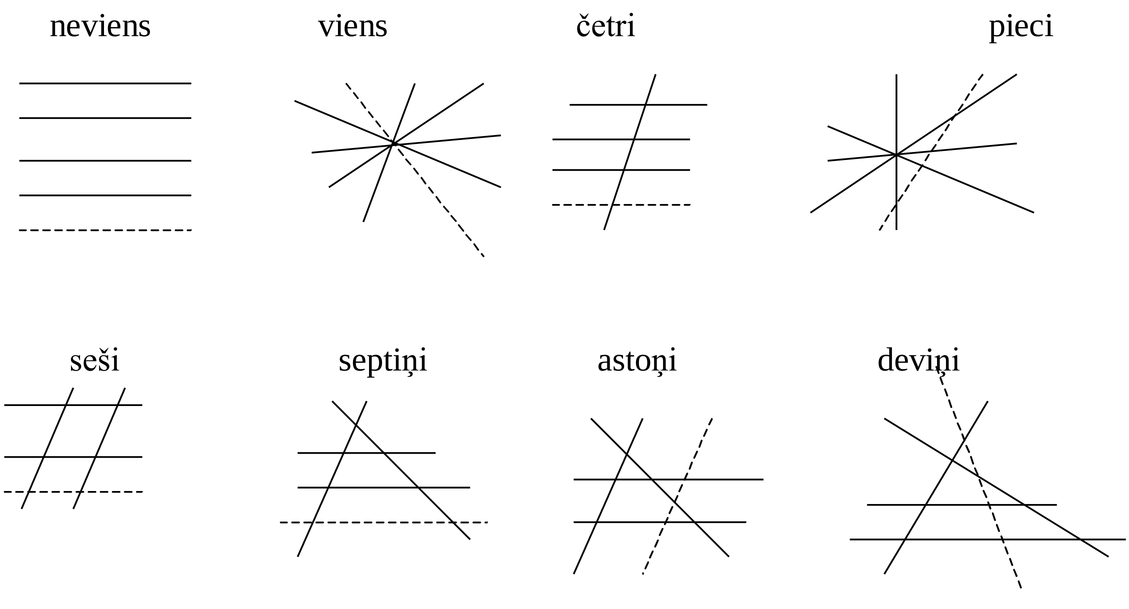
38.zīm.

d) Lielākais kopīgo punktu skaits 5 taisnēm var būt $(5\cdot 4):2=10$ (skat. 39.zīm.)



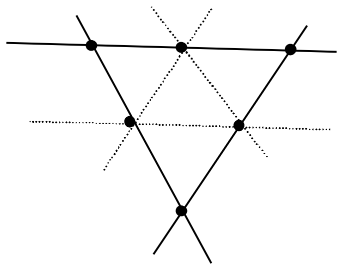
39.zīm.

Bet vēl kopīgo punktu var būt (skat.40.zīm.)



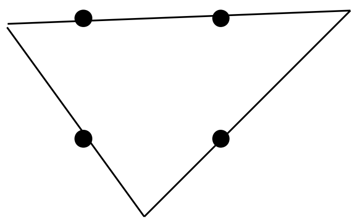
40.zīm.

3. Pogas var salikt šādi (skat.41.zīm.)



41.zīm.

4. To var izdarīt šādi (skat.42.zīm.)



42.zīm.

5.

a) $5 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 1 = 55$ lielajā kvadrātā un $2 \cdot 2 + 4 + 1 = 9$ centrā, tātad kopā 64 kvadrātus.

b) 19 + 10 + 3 = 32 kvadrātus.

6.

a) 3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 1 = 14 trijstūru;

b) 12 + 6 + 2 = 20 trijstūru;

c) $2 \cdot 4 + 6 + 2 \cdot 2 = 18$ trijstūru.

7. 4 + 1 + 1 = 6 kvadrāti;
$4 \cdot 2 + 4 + 4 + 4 = 20$ trijstūri.

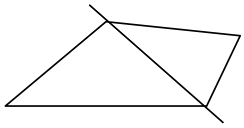
8. 3 paralelogrami + 4 trapeces + 1 taisnstūris = 8 četrstūri.

9. **a)** Ar vienu taisnu griezienu trijstūri var sagriezt (skat.43.zīm.)

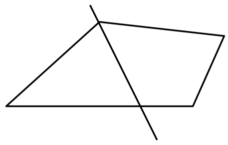
43.zīm.

***b)** Ar vienu taisnu griezienu **izliektu** četrstūri var sagriezt (skat.44.zīm.)*

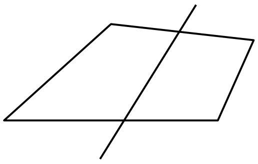
<u>divos trijstūros</u>,(ja taisni velk caur pretējām virsotnēm)



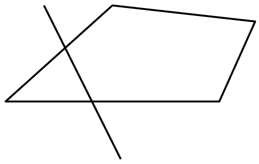
<u>trijstūrī un četrstūrī</u> (ja taisni velk no virsotnes uz pretējo malu)



<u>divos četrstūros</u>(ja taisne krusto 2 pretējās malas



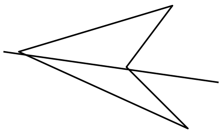
<u>trijstūrī un piecstūrī</u> (ja taisne krusto blakusmalas)



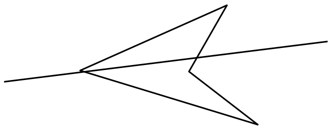
44.zīm

Ieliektu četrstūri, savukārt, var sadalīt (skat.45.zīm.)

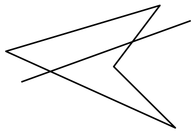
2 trijstūros;



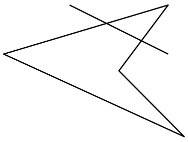
trijstūrī un četrstūrī;



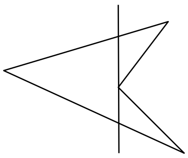
2 četrstūros



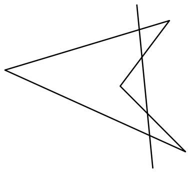
trijstūrī un piecstūrī;



3 trijstūros



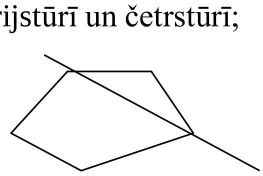
2 trijstūros un 1 sešstūrī.



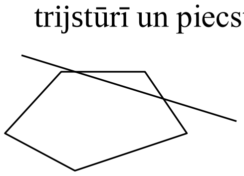
45.zīm.

c) ***Izliektu*** piecstūri ar vienu taisnu griezienu var sadalīt (skat.46.zīm.)

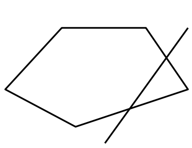
trijstūrī un četrstūrī;



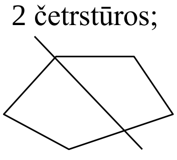
trijstūrī un piecstūrī;



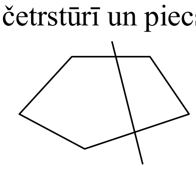
trijstūrī un sešstūrī;



2 četrstūros;



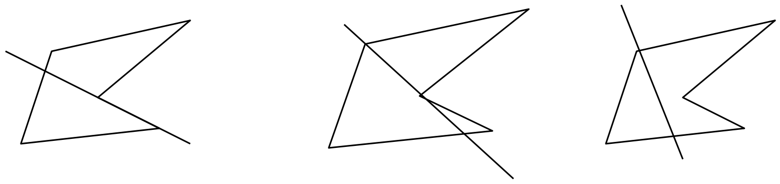
četrstūrī un piecstūrī;



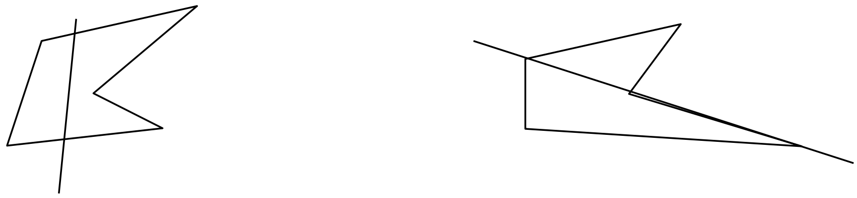
46.zīm.

ieliektu piecstūri var sadalīt (skat.47.zīm.)

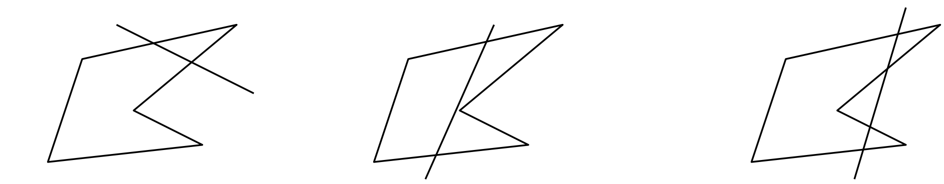
trijstūrī un četrstūrī; 3 trijstūros ; trijstūrī un piecstūrī;



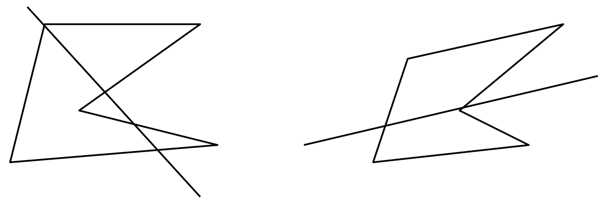
četrstūrī un piecstūrī; 2 trijstūros(ja 3 virsotnes atrodas uz vienas taisnes)



trijstūrī un sešstūrī; 2 trijstūros un 1 četrstūrī; 2 trijstūros un 1 septiņstūrī

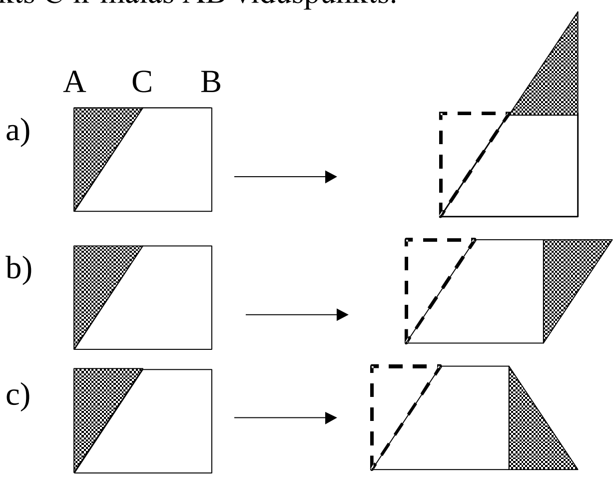


2 trijstūros un 1 sešstūrī 2 četrstūros



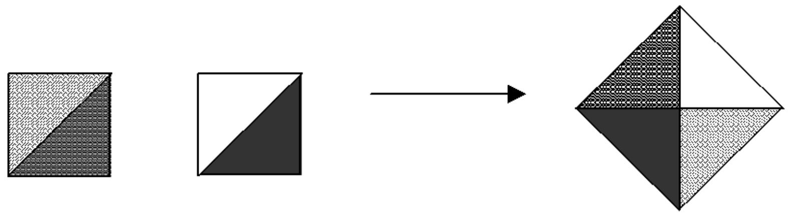
47.zīm.

10. Skat.48.zīm. Punkts C ir malas AB viduspunkts.



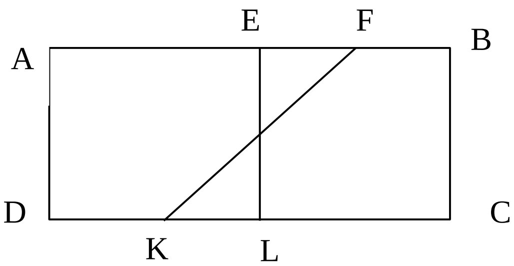
48.zīm.

11. Skat. 49.zīm.



49.zīm.

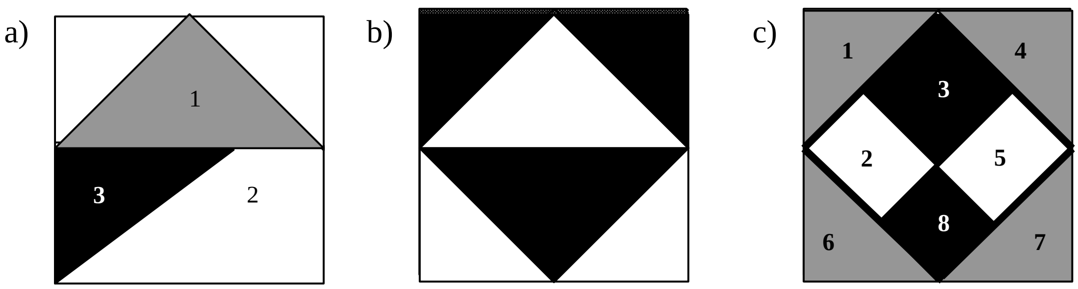
12. Skat. 50.zīm.



50.zīm.

Punkti E un L jāizvēlas tā, lai AE = EB un DL = LC, bet punkti F un K jāatliek tā, lai EF = KL.

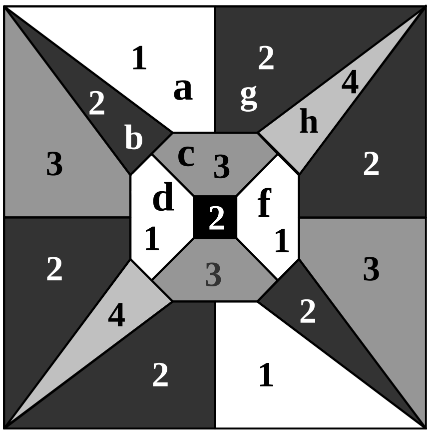
13.



51.zīm.

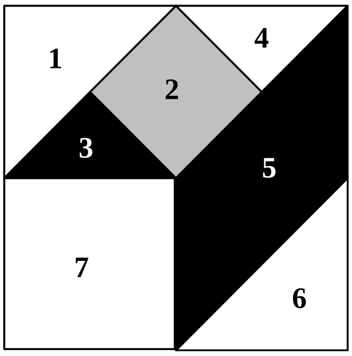
Vienīgi 51.zīm. b) attēloto kvadrātu iespējams izkrāsot, izmantojot tikai 2 krāsas, jo 51.zīm. a) kvadrātā ir apgabals 1, kas ir jākrāso citā krāsā nekā apgabali 2 un 3. Taču, tā kā arī apgabaliem 2 un 3 ir kopīga robeža, tad arī tie abi jākrāso katrs savā krāsā, un 1, 2, 3 apgabalu izkrāsošanai nepieciešamas 3 krāsas. Līdzīgi varam spriest par 51.zīm.c) apgabaliem 1, 2, 3;   3, 5, 4;   5, 8, 7;   8, 2, 6.

14. Pieņemsim, ka apgabals a) ir nokrāsots krāsā 1 (skat.52.zīm.).
Tad apgabals b) būtu jākrāso krāsā 2, jo tiem ir kopēja robeža. Savukārt apgabals c) būtu jākrāso krāsā 3, jo tam ir kopēja robeža gan ar a), gan ar b). Apgabalu d), kas robežojas gan ar b), gan ar c) var krāsot krāsā 1. Centra apgabalu, kas robežojas ar 1. un 3. krāsā nokrāsotajiem apgabaliem c) un d), var nokrāsot krāsā 2. Apgabalu f), kas robežojas ar 2. un 3. krāsā nokrāsotajiem apgabaliem, var nokrāsot ar 1. krāsu. Apgabalu g), kas robežojas ar 1.un 3.krāsā nokrāsotajiem apgabaliem, var krāsot 2.krāsā. Esam ieguvuši, ka apgabals h) robežojas ar 1., 2. un 3. krāsā nokrāsotajiem apgabaliem, tāpēc tā nokrāsošanai nepieciešama 4.krāsa. Tas, ka tālākajai šīs kartes nokrāsošanai pietiks ar šīm 4 krāsām, redzams 52.zīmējumā.



52.zīm.

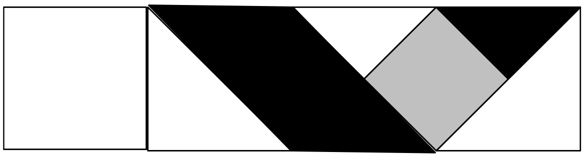
15. a**)** Apgabals 1 robežojas ar apgabaliem 2 un 3, tāpēc 1 ir jākrāso citā krāsā nekā 2 un 3, taču tādēļ, ka apgabaliem 2 un 3 arī ir kopēja robeža, tie arī jākrāso katrs savā krāsā un varam secināt, ka apgabaliem 1, 2 un 3 jābūt izkrāsotiem 3 dažādās krāsās (skat.53.zīm.).



53.zīm.

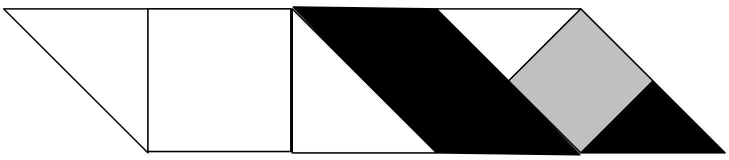
b)

2) Skat. 54.zīm.



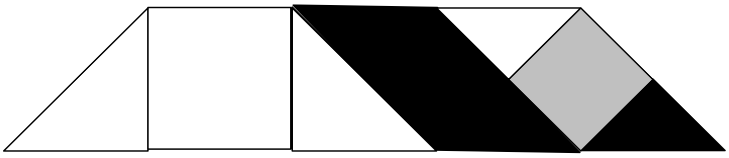
54.zīm.

3) Skat. 55.zīm.



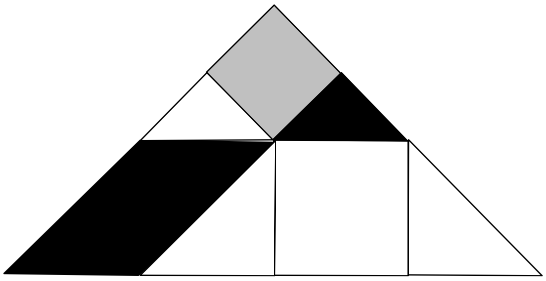
55.zīm.

4) Skat. 56.zīm.



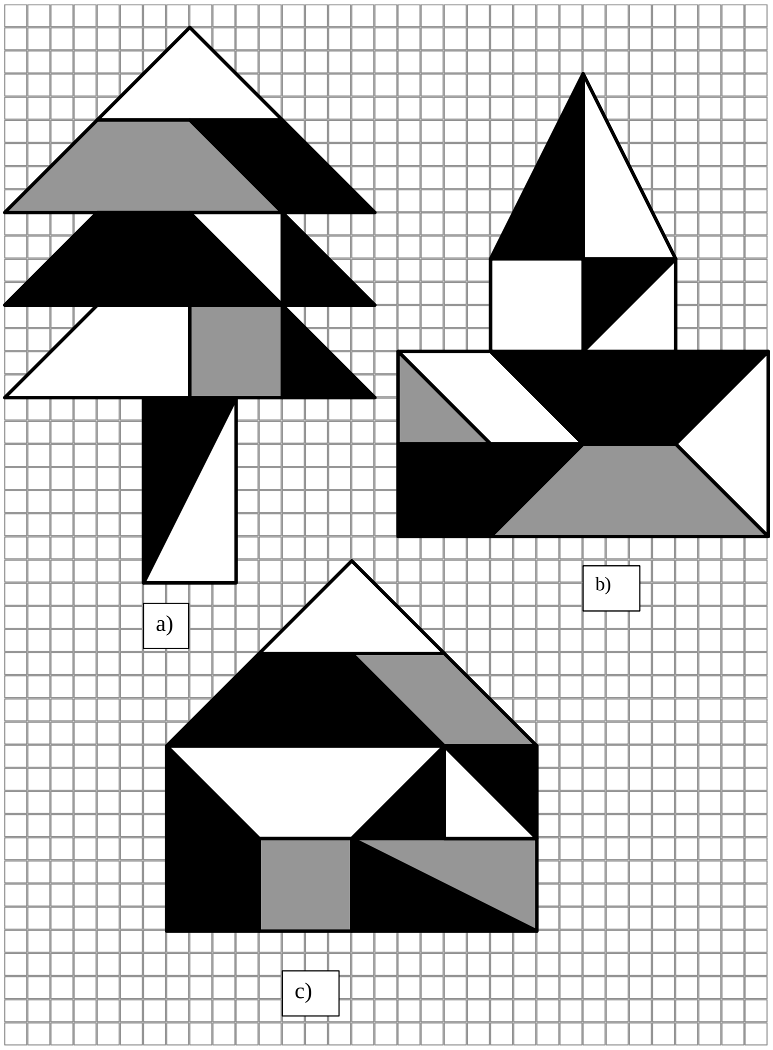
56.zīm.

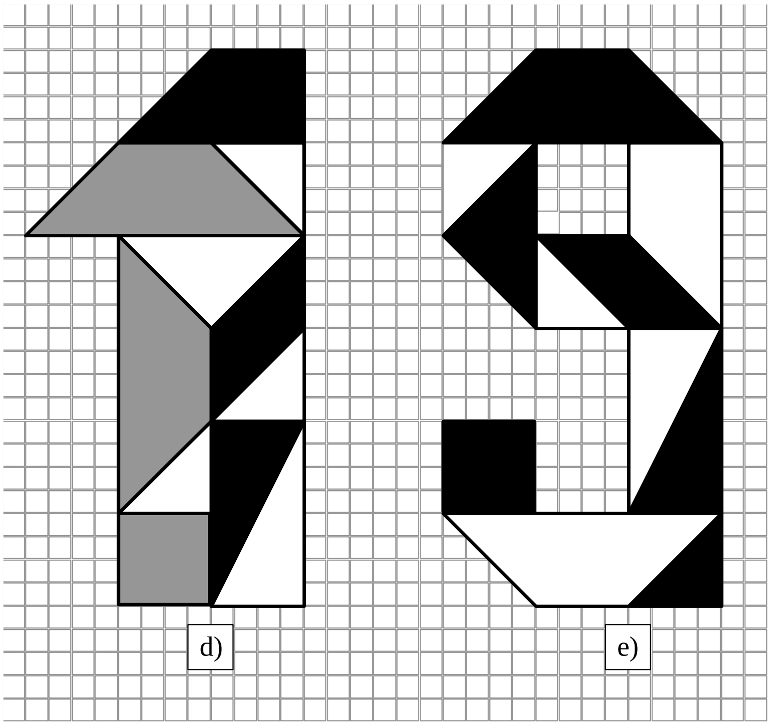
5) Skat. 57.zīm.

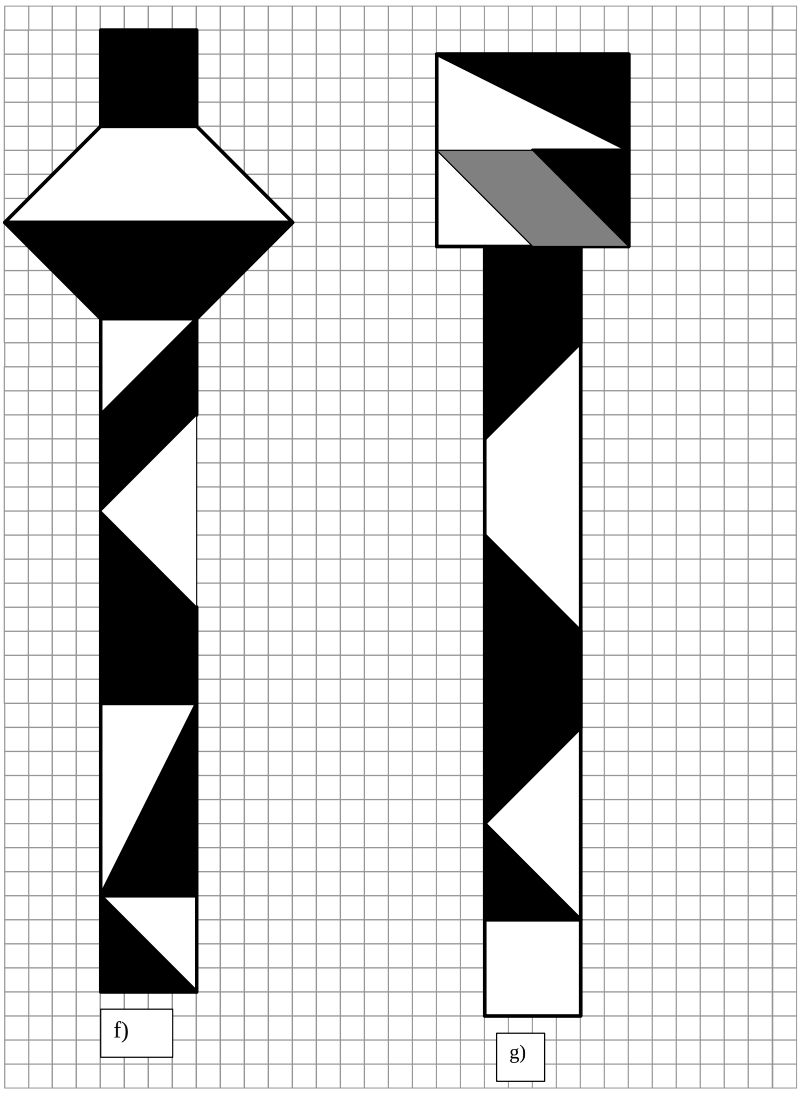


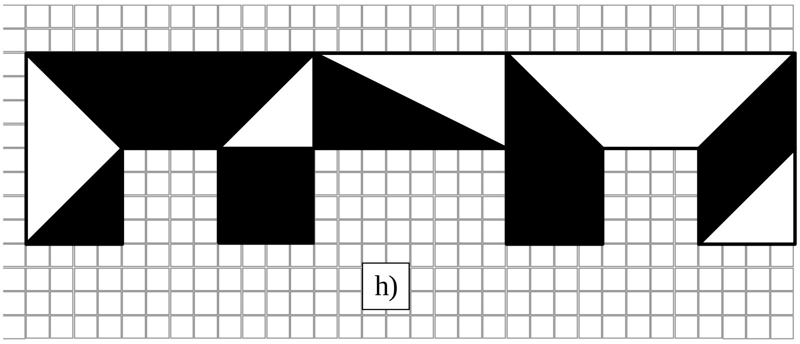
57.zīm.

16. Viena no iespējām, kā katrā gadījumā salikt doto siluetu, redzama 58.zīm.




d)
e)

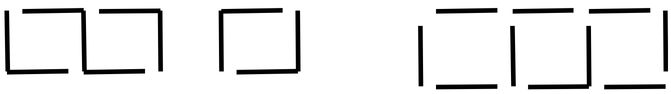

f)
g)



58.zīm.

Pamatojums tam, ka 58.zīm. a); b); c); g); d) figūru salikumu izkrāsošanai nepieciešamas vismaz 3 dažādas krāsas, ir līdzīgs kā 15. a) uzdevuma atrisinājumā.

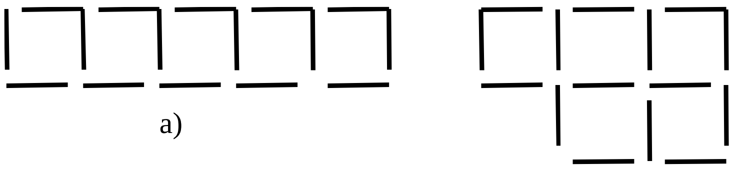
17. Skat. 59.zīm.



a) b)

59.zīm.

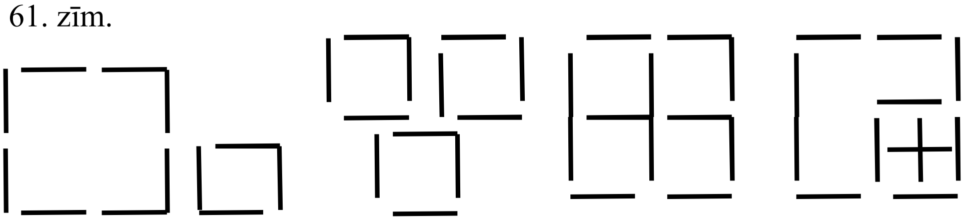
18. No 16 sērkociņiem saliktus 5 kvadrātus skat. 60. zīm. a), bet no 15 sērkociņiem - 60. zīm. b)



a) b)

60.zīm.

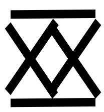
19. Skat. 61. zīm.



a) 2 kvadrāti b) 3 kvadrāti c) 5 kvadrāti d) 6 kvadrāti

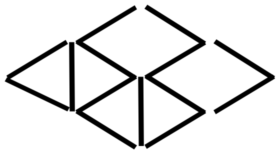
61.zīm.

20. No 6 sērkociņiem saliktus 6 vienādmalu trijstūrus skat. 62. zīm.



62.zīm.

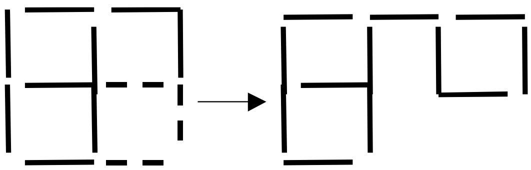
21. Skat. 63. zīm.



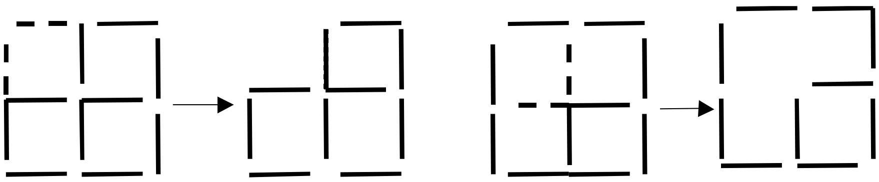
63.zīm.

22. Skat. 64. zīm.

a)



b)

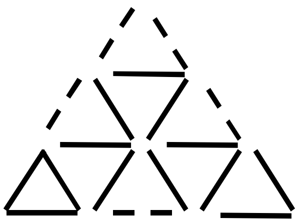


3 kvadrāti 2 kvadrāti

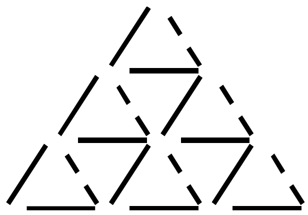
64.zīm.

23. Skat.65.zīm.

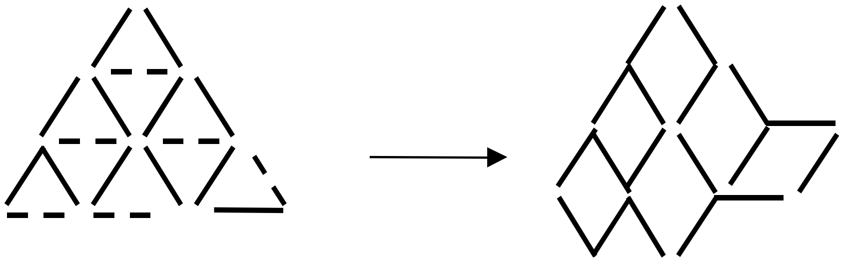
a)



b)



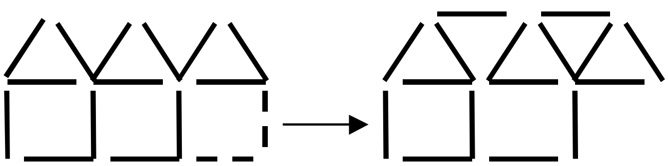
c)



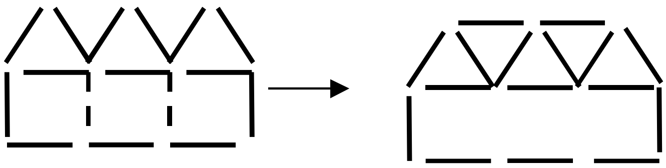
65.zīm.

24. Atrisinājums redzams 66.zīm.

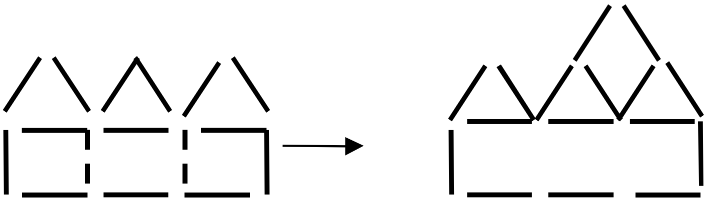
a)



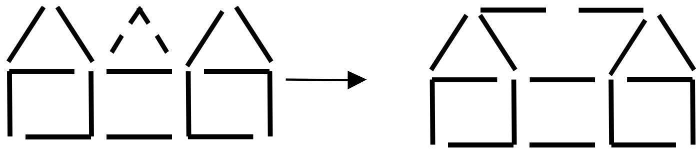
b)



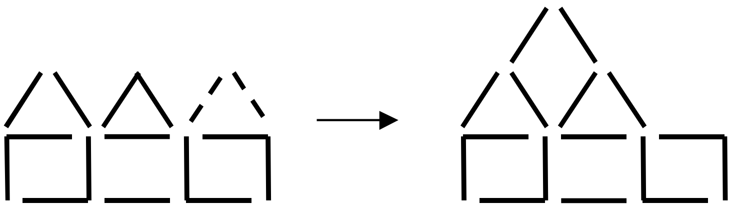
c)



d)

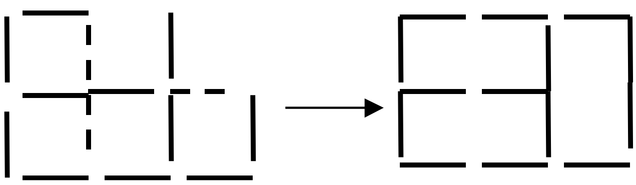


e)



66.zīm.

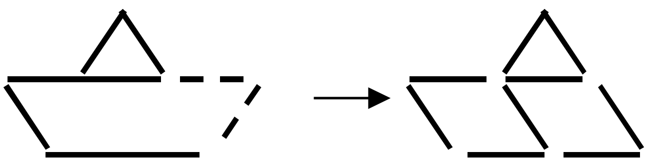
25. Viens no atrisinājumiem redzams 67. zīm.



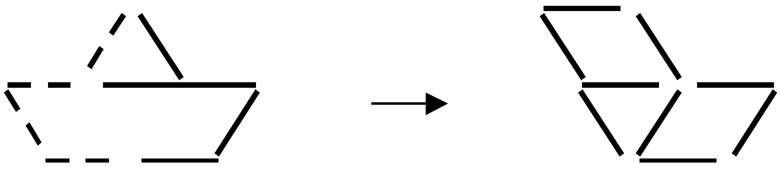
67.zīm.

26. Viens no atrisinājumiem redzams 68. zīm.

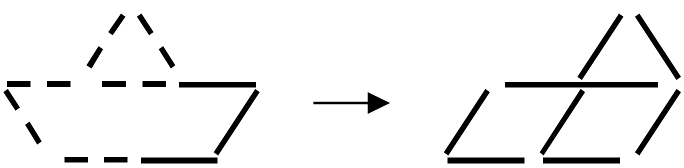
a)



b)

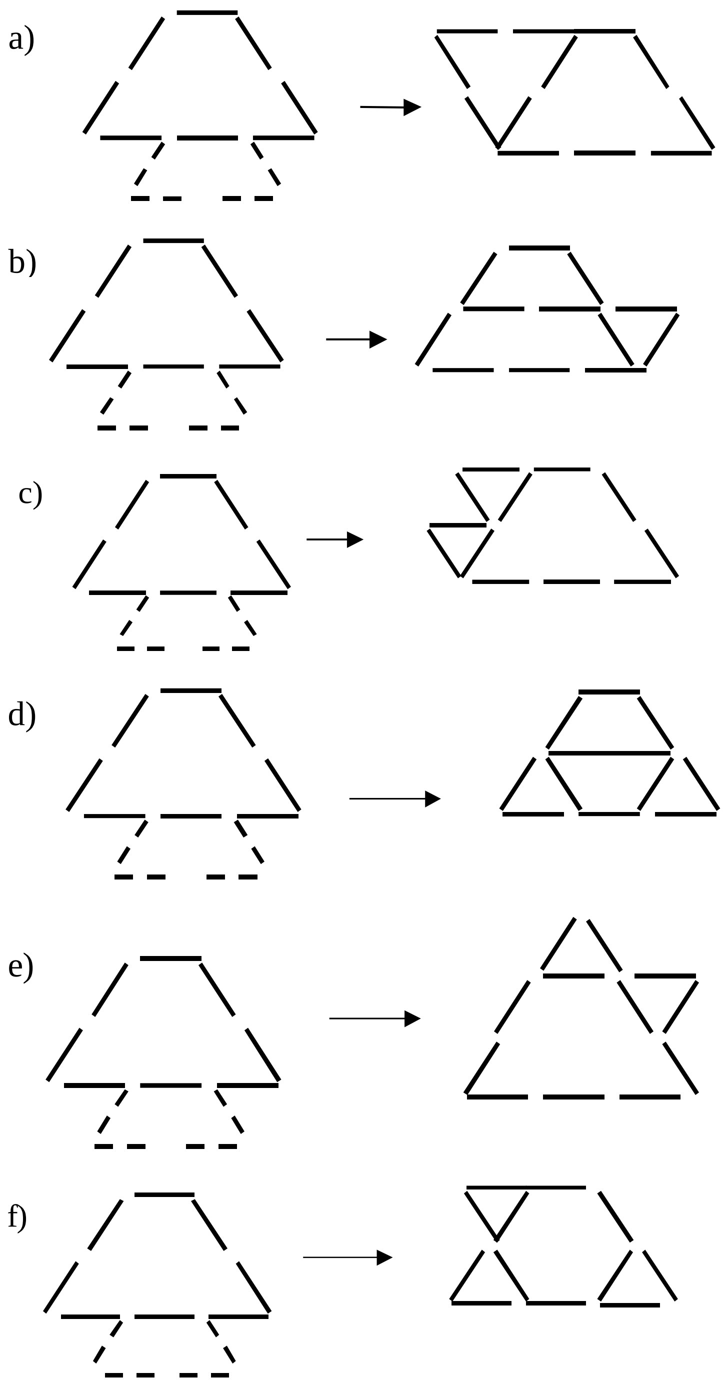


c)



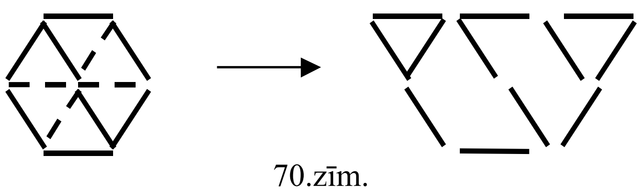
68.zīm.

27. Viens no atrisinājumiem redzams 69. zīm.



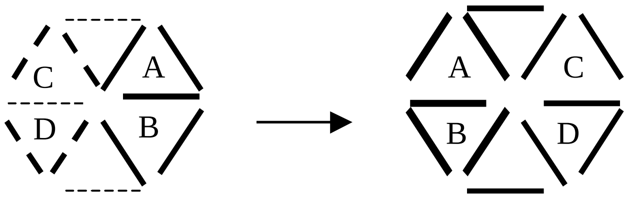
69.zīm.

28. a) Viens no iespējamajiem atrisinājumiem redzams 70. zīm.



70.zīm.

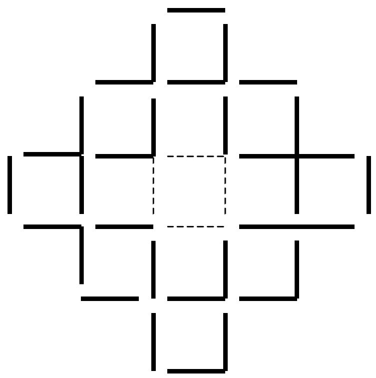
b) Jāpārceļ vismaz 7 sērkociņi (skat. 71. zīm.)



71.zīm.

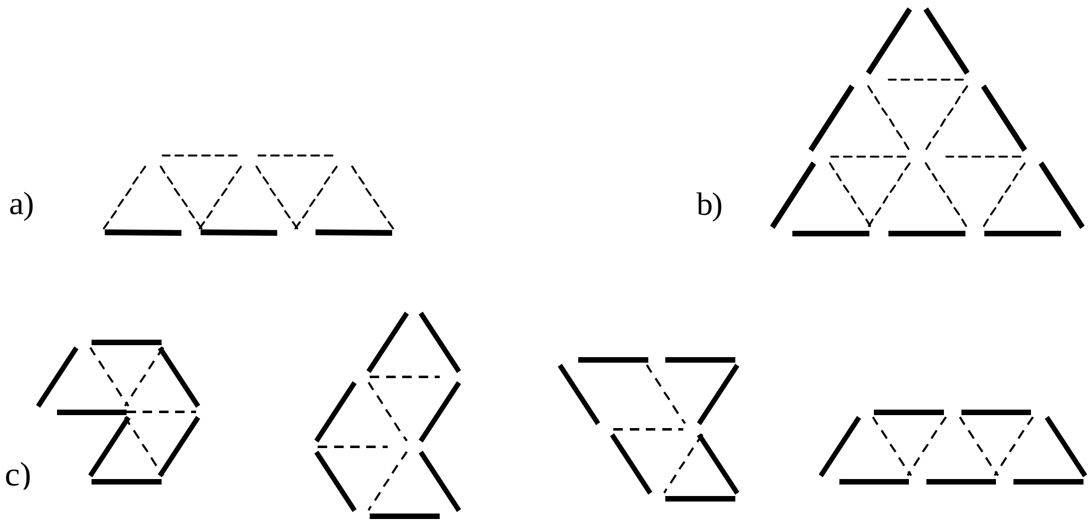
Trijstūrīši A un B ir tie, kas šai pārvietošanā paliek uz vietas. Pārceļot sērkociņus, kas veido trijstūrīšus C un D, kuru malas garums 1 sērkociņš, un 2 “saites” sērkociņus, figūra saglabā savu formu un ir notikusi pārnese par 1 sērkociņu pa labi.

29. Skat. 72. zīm.



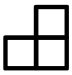
72.zīm.

30. Figūru veidošana no elementārajiem sērkociņu trijstūrīšiem attēlota 73. zīm. Ar pārtrauktām līnijām attēloti sērkociņi, kas izmantoti palīgkonstrukcijās.

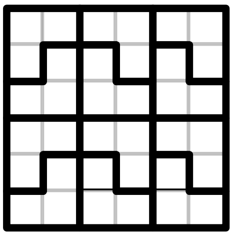


7-stūris 6-stūris 5-stūris 4-stūris

73.zīm.

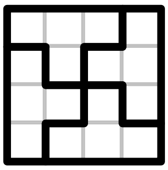
31. a) Kvadrātu, kura malas garums 3 rūtiņas, ar  veida figūriņām pārklāt nevar, jo veidojot no šādām figūriņām 3×3 rūtiņu kvadrātu, 1 figūriņu nāksies ielikt stūrī, lai kvadrāta stūra rūtiņa nepaliktu brīva. Otru figūriņu pievienojot, izveidojas taisnstūris, kura malu garumi ir 2 un 3 rūtiņas, kas gan ietilpst kvadrātā ar malu 3 rūtiņas, toties atliek taisnstūris, kura malu garumi ir 1 un 3 rūtiņas. To nevar pārklāt ar šādu "stūrīti".

b) kvadrātu, kam malas garums 6 rūtiņas, var salikt no stūrīšiem (skat.74.zīm.).

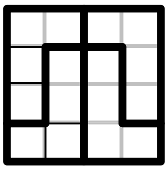


74.zīm.

32. a); b) – 1) Salikšanu var veikt piemēram tā, kā tas redzams, 75. zīm.



a)

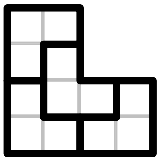


b)

75.zīm.

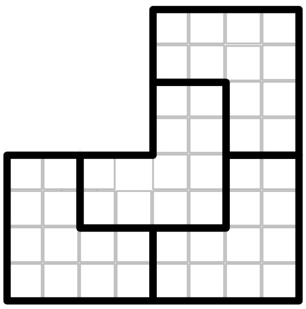
2) Saliekot kvadrātu, kura mala 8 rūtiņas, ievērosim, ka šādu kvadrātu var sadalīt 4 mazākos kvadrātos, kuru malas ir 4 rūtiņas, bet katru šādu "mazo" kvadrātu var salikt no norādītajām tetramino figūriņām, kā jau tas iepriekš tika parādīts 75. zīmējumā.

33. Figūru, kam katra mala 4 reizes garāka nekā vienības trimino (2) figūrai, var salikt no tādām trimino (2) figūrām, kam katra mala 2 reizes garāka nekā vienības figūrai (skat. 76. b) zīm.). Savukārt, tas, kā salikt figūru ar 2 reizes garāku malu nekā vienības figūrai, redzams 76. a) zīm. .



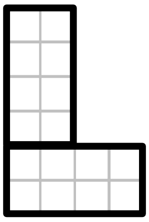
a)

b)

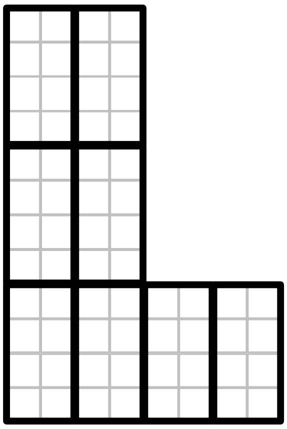


76.zīm.

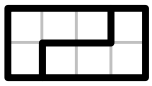
34. a); **c)** Tetramino (3) figūru, kam katra mala 2 vai 4 reizes garāka nekā vienības figūrai, var salikt no taisnstūriem kuru izmēri 2×4 rūtiņas (skat. 77. a) zīmējumu), bet katru šādu taisnstūri var salikt no 2 tetramino (3) figūrām (skat. 77. b) zīm.)



a)

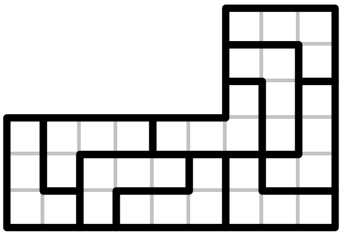


b)



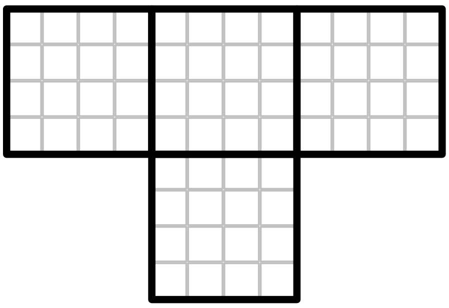
77.zīm.

b) viens no iespējamajiem salikumiem redzams 78.zīm.



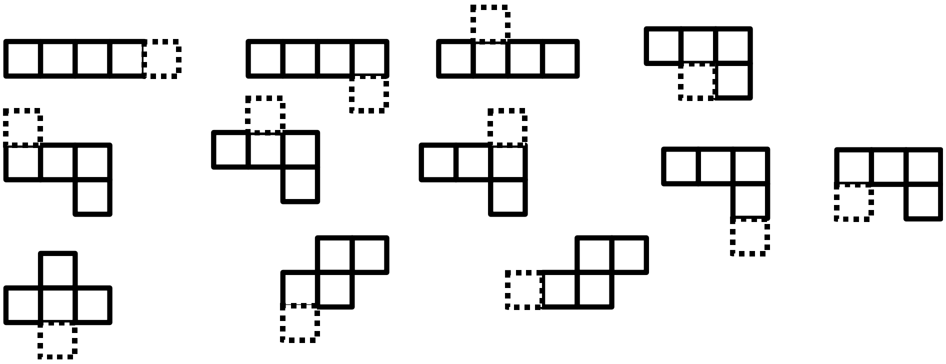
78.zīm.

35. Tetramino (2) figūru, kam katra mala 4 reizes garāka nekā vienības figūrai, var salikt no 4 kvadrātiem, kuru izmēri 4×4 rūtiņas (skat. 79. zīm.), bet katru kvadrātu kura izmēri 4×4 var salikt no tetramino (2) figūrām, kā redzams, piemēram, 75. zīm. a).



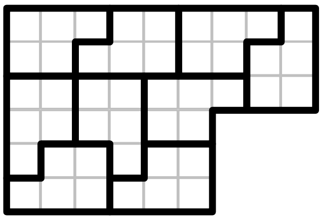
79.zīm.

36. Katru pentamino figūriņu var iegūt no tetramino figūriņas, pievienojot tai 1 rūtiņu; tādā veidā iespējams izveidot 12 pentamino figūriņas (skat. 80. zīm.)



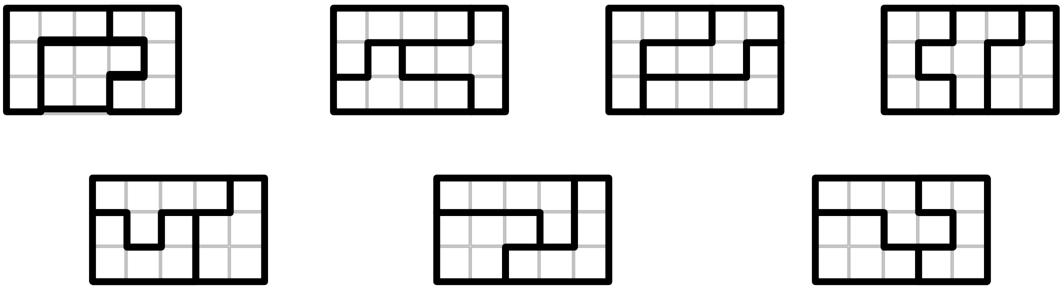
80.zīm.

37. Skat. 81. zīm.



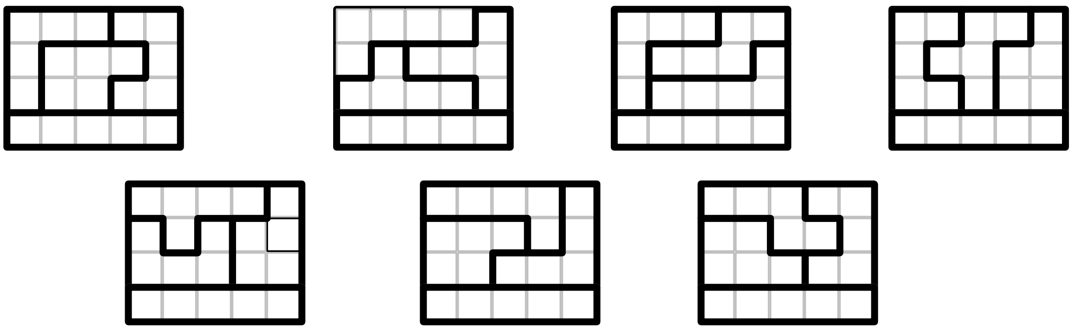
81.zīm.

38. Pavisam iespējami 7 šādi salikumi (skat. 82. zīm.).

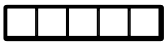


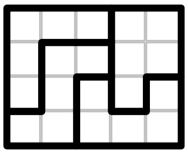
82.zīm.

39. 4×5 rūtiņu taisnstūra salikumu var iegūt no 3×5 rūtiņu taisnstūra salikuma, tam pievienojot vienības figūriņu  (skat. 83. zīm.)



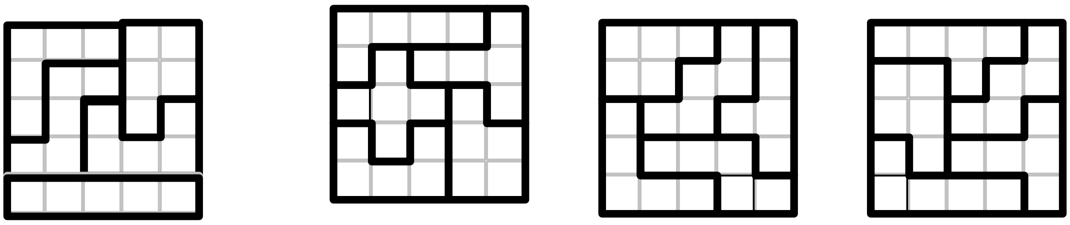
83.zīm.

Vēl bez tam iespējami arī salikumi, neizmantojot vienības figūriņu 
Viens no tādiem redzams 84. zīmējumā.



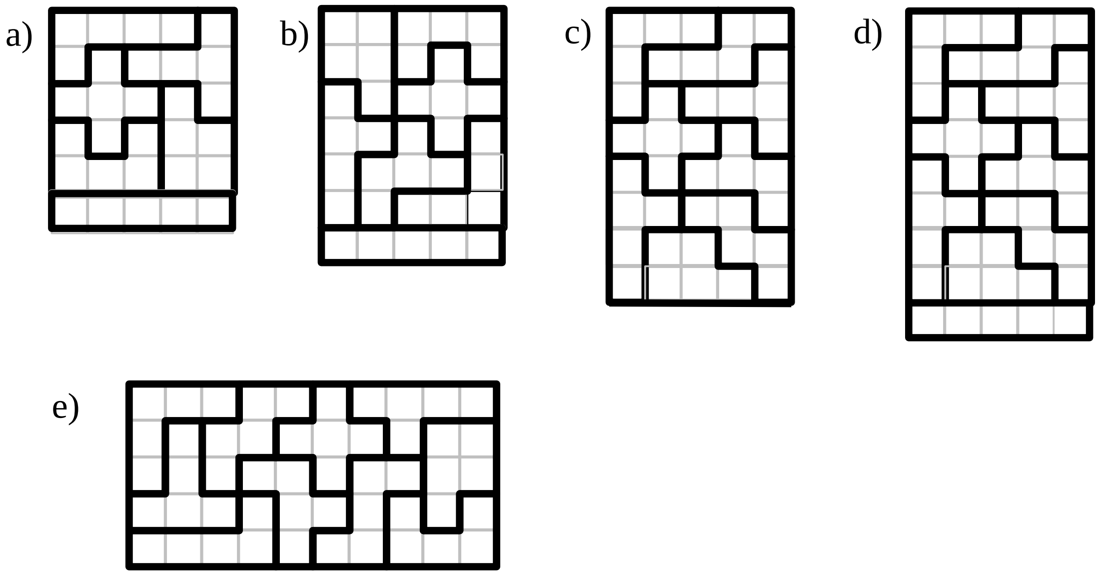
84.zīm.

40. Tas, kā no dažādām pentamino figūriņām salikt kvadrātu, kura izmēri 5×5 rūtiņas, redzams 85. zīm.



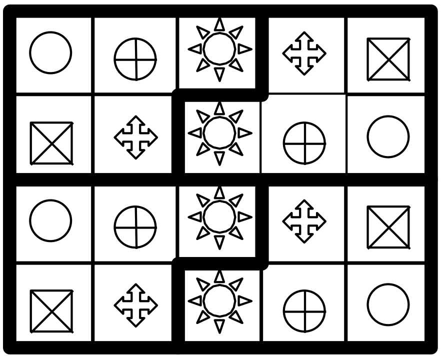
85.zīm.

41. Skat. 86. zīm.



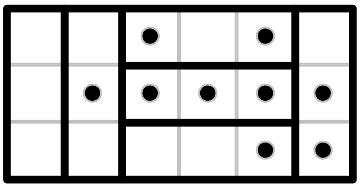
86.zīm.

42. Skat. 87.zīm.



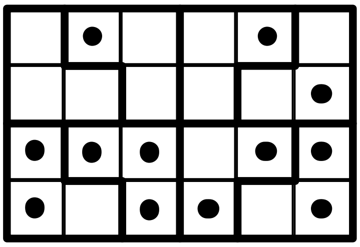
87.zīm.

43. Iespējamais atrisinājums redzams 88.zīm.



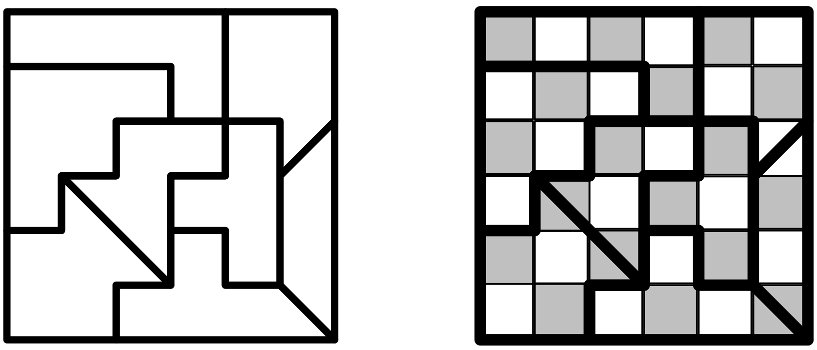
88.zīm.

44. Atrisinājums redzams 89.zīm.



89.zīm.

45. Tas, kā salikt kvadrātu no dotajām daļām, parādīts 90.zīm. Pirms sākt salikšanu, var noskaidrot, ka iegūtā kvadrāta izmēri būs 6×6 rūtiņas.



90.zīm.

4.nodaļa.

"TEKSTA" UZDEVUMI.

Uzdevumi, kuru risināšanā tiek izmantoti grafi.

Daudzu uzdevumu atrisināšana kļūst vienkāršāka un pārskatāmāka, ja to nosacījumus mēģina uzzīmēt. Tie ir uzdevumi, kuros norādītas kaut kādas attiecības starp objektiem vai minētas īpašības, kas tiem piemīt.

Parasti zīmējumus veido shematiskus, apzīmējot uzdevumā minētos lielumus ar punktiem, bet attiecības starp tiem attēlojot ar līnijām. Tādā veidā tiek iegūti attēli, ko matemātikā sauc par grafiem : punktus sauc par grafa virsotnēm, bet līnijas- par grafa šķautnēm.

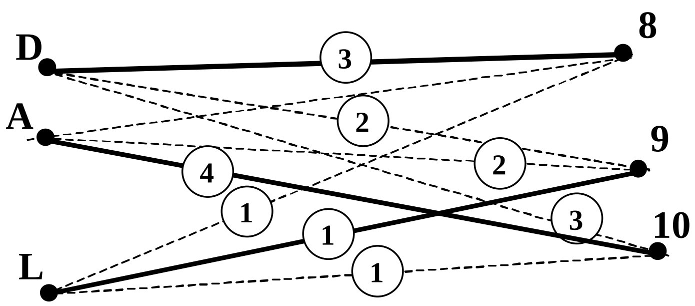
Turpmāko uzdevumu risinājumos izmantosim grafus ar divu veidu šķautnēm:

ar ___________ *savienosim tos punktus, kas attēlo objektus, starp kuriem uzdevumā minētās attiecības pastāv;*

ar \- \- \- \- \- \- \- \- \- \- \- \- \- \- *savienosim tos punktus, kas attēlo objektus, starp kuriem uzdevumā minētās attiecības nepastāv.*

1. Trīs draudzenes Dace, Auce un Līva matemātikas kontroldarbā saņēma dažādas atzīmes: 10, 9 un 8. Kad mājās māte Līvai jautāja, par to, kā veicies kontroldarbā, viņa atbildēja: "Man bija 9, toties Dacei šoreiz nebija 10." Kāda atzīme bija katrai meitenei?

Atrisinājums. *Apskatīsim, kā šo uzdevumu var atrisināt ar grafa palīdzību, kaut arī atbilde šeit atrodama, vienīgi uzmanīgi izlasot uzdevuma formulējumu.*
Apzīmēsim ar punktiem D , A un L meitenes, bet ar 10, 9 un 8 attiecīgās atzīmes. Uzdevums būs atrisināts, ja katrs no burtiem ar skaitli būs savienots ar nepārtrauktu līniju.



1.zīm.

1 *Tā kā Līvai ir 9, novelkam nepārtrauktu šķautni no L uz 9, kā arī pārtrauktās šķautnes no L uz 8 un uz 10*

2 *Tā kā no punkta 9 jau ir novilkta 1 nepārtraukta šķautne, varam no tā novilkt 2 pārtrauktās šķautnes uz punktiem D un A.*

3 *Tā kā Dacei nav 10, varam novilkt pārtraukto šķautni no D uz 10. Līdz ar to skaidrs, ka nepārtrauktā šķautne velkama no D uz 8.*

4 *Atlicis vienīgi novilkt nepārtraukto šķautni no A uz 10, jo tie ir vienīgais skaitlis un burts , no kuriem neiziet nepārtraukta līnija*

2. Trim skolniecēm Ilzei, Lienei un Baibai ir uzvārdi (varbūt citā secībā) Zīle, Lapiņa un Bite. Par viņām ir zināms, ka

1) Ilzes uzvārds nav Bite;
2) Lienes māte ir mājsaimniece;
3) Liene mācās 8.klasē;
4) meitene, kuras uzvārds ir Bite, mācās 7.klasē;
5) meitenei, kuras uzvārds ir Lapiņa, māte ir pārdevēja.

Nosaki, kurš uzvārds atbilst kuram vārdam!

3. Trim rūķīšiem - Ašajam, Īsajam un Nīgrajam - katram ir atšķirīgas krāsas cepurīte: pelēka, zaļa vai sarkana. Ir zināms, ka

1) Ašajam nav pelēka cepure;
2) Īsajam garšo piens un viņš no rītiem ceļas pirmais;
3) rūķītis, kam ir pelēka cepure, no rītiem guļ visilgāk;
4) rūķītim, kas nēsā zaļo cepuri, negaršo piens.

Kādas krāsas cepuri nēsā katrs no rūķīšiem?

4. Pirmajā septembrī klases audzinātājs iepazīstināja klasi ar trim jaunajiem skolēniem: ”Viņu vārdi ir Pēteris, Mārtiņš un Miķelis, bet uzvārdi – Alksnis, Ozols un Pīlādzis.” Klase uzzināja, ka

1) Mārtiņš un Pīlādzis pārnākuši pie viņiem no Cēsīm;
2) Ozols ir jaunāks par Mārtiņu;
3) Pēterim, kas uz šejieni pārnācis no Siguldas, uzvārds nav Pīlādzis.

Kāds uzvārds atbilst katra jaunā skolnieka vārdam?

5. Trīs draudzenes Liene, Zane un Sandra mācās mūzikas skolā katra savā specialitātē- flauta, klavieres un akordeons, un viņām visām ir atšķirīgas acu krāsas: brūna, zila un pelēka. Ir zināms, ka

1) Liene un flautiste brīvajā laikā labprāt ada;
2) topošā pianiste, akordeoniste un Sandra ir arī aktīvas sportistes;
3) akordeonistei ir zilas acis;
4) meitenei, kas mācās klavierspēli, ir pelēkas acis, un viņa uz skolu bieži iet kopā ar Lieni.

Noskaidro katras meitenes acu krāsu un to, kādu instrumentu kura spēlē.

6. Četri zēni, kuru vārdi Jānis, Pēteris, Kristaps un Tālis, bet uzvārdi Bērziņš, Liepiņš, Apse un Ozoliņš (varbūt citā secībā) ieradās pie sava drauga Jēkaba uz dzimšanas dienu.

1) Kā pirmais viesis ieradās Ozoliņš, otrais atnāca Tālis, pēc tam - Bērziņš, bet Pēteris – pats pēdējais.
2) Katrs, protams, atnesa Jēkabam dāvanu: Ozoliņš - mozaīku, Jānis - flomasterus, Pēteris - konfekšu kasti, bet Apse - grāmatu.

Noskaidro, kāds uzvārds atbilst katra Jēkaba viesa vārdam.

7. Četriem draugiem, kuru vārdi ir Valdis, Juris, Ints un Lauris, uzvārdi (varbūt citā secībā) ir Garais, Biezais, Īsais un Platais. Ir zināms, ka

1) Valdis, Juris un Īsais kopā trenējas basketbolu;
2) Ints un Īsais iet kopā uz baseinu;
3) Valdis, Ints un Platais dejo vienā deju kolektīvā;
4) Valdis un Biezais ir klasesbiedri.

Nosaki, katra zēna vārdam atbilstošo uzvārdu.

8. Pasaku mežā dzīvo 4 rūķi: Jēcis, Fricis, Pēcis un Tedis. Viens no viņiem rūpējas par zaķiem, viens - par vāverēm, viens - par stirniņām, viens- par mazajiem putniņiem. Katram rūķim ir citas krāsas cepure: zaļa, zila, sarkana un brūna. Ir zināms, ka

1) Tedim ir zaļa cepure, un viņš bieži ciemojas pie vāveru drauga Jēča;
2) mazo putniņu palīgs valkā zilu cepuri un bieži ciemojas pie Friča;
3) stirniņu palīgam ir brūna cepure.

Nosaki, par kādiem dzīvniekiem kurš rūķis rūpējas un kādas krāsas cepuri valkā.

Uzdevumi ar kombinatorikas elementiem.

9. Cik daudz dažādu trīsciparu skaitļu vari sastādīt no cipariem 1; 2; 3? Bet cik - no cipariem 0; 1; 2? Katru ciparu katrā skaitlī vari izmantot tikai 1 reizi.

10. Cik daudz dažādu četrciparu skaitļu vari sastādīt no 2 vieniniekiem un 2 nullēm?

11. Cik daudz dažādu septiņciparu skaitļu vari sastādīt no 3 vieniniekiem un 4 nullēm?

12. Uz galda atrodas 5 pēc lieluma vienādi kubiņi: 2 sarkani, 1 balts un 2 melni, kā arī 2 kastītes. Vienā kastītē var ielikt tieši 2 kubiņus, bet otrā - tieši 3 kubiņus. Cik dažādos veidos šos 5 kubiņus vari salikt pa šīm kastītēm (kubiņu izvietojuma secību kastītē neņemsim vērā).

13. Atrisini iepriekšējam līdzīgu uzdevumu, ja doti 4 sarkani, 2 balti un 2 melni kubiņi un ja mazākajā kastītē var ielikt 3, bet lielākajā - 5 kubiņus.

14. Kastītē atrodas 3 baltas, 3 melnas un 5 sarkanas lodītes. Cik lodīšu neskatoties jāizņem no kastītes, lai

a) starp izņemtajām vismaz 1 noteikti būtu balta;
b) starp izņemtajām vismaz 1 noteikti būtu sarkana?

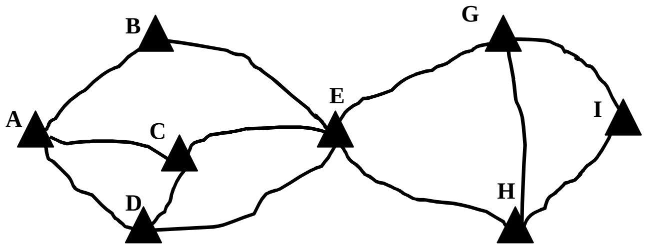
15. Jēcim ir paradums visas savas tīrās zeķes glabāt kopējā maisiņā, un viņš valkā vienkrāsainas zeķes. Reiz viņam vajadzēja tumsā sakārtot ceļasomu. Cik zeķu vismaz Jēcim bija jāizņem, lai starp izņemtajām atrastos vismaz 1 pāris vienādu zeķu? Viņš zināja, ka maisiņā ir 4 melnas 3 baltas un 6 brūnas zeķes.

16. Dacei ir Bārbija, ar kuru viņa katru dienu spēlējas. Patreiz Bārbijas garderobē ir sarkani, zili un zaļi svārki, kā arī dzeltena un balta blūze.

a) Cik dienas Dace spēs savu Bārbiju apģērbt atšķirīgos tērpos?
b) Cik dienām Daces lellei pietiks dažādu tērpu pēc tam, kad draudzene tai uzdāvināja raibu un sarkanu blūzi, kā arī melnus svārkus ?

17. 2. zīmējumā redzams Rūķu ciema plāns. Rūķi dzīvo draudzīgi un šad tad viens otru apciemo. Viņi pastaigājas pa ierastām taciņām, bet nekad, dodoties ciemos, neiet pa vienu un to pašu taciņu turp un atpakaļ un vairākas reizes vienā mājiņā neiegriežas.

a) Cik dažādos veidos rūķītis A var nokļūt pie rūķīša E?
b) Cik dažādos veidos rūķītis E var nokļūt pie rūķīša I ?
c) Cik dažādos veidos rūķītis A var nokļūt pie rūķīša I ?



2.zīm.

18. Cik dažādos veidos vari izlasīt "doma" un "rudens", burtus vācot no piramīdas (skat. 3. zīm.) un pārvietojoties no piramīdas virsotnes uz pamatu.

d
o o
m m m
a a a a

r
u u
d d d
e e e e
n n n n n
s s s s s s

3zīm.

19. Kvadrātā dzīvo sienāzis, kurš lēkā no rūtiņas centra uz centru un lēcienā šķērso tikai rūtiņas malu, ne virsotni, pie tam viņš neprot lēkt ne uz augšu, ne pa kreisi. Cik dažādos veidos tas spēj nokļūt kvadrāta labējā apakšējā rūtiņā no augšējās kreisās stūra rūtiņas, ja viņš atrodas kvadrātā, kura izmēri rūtiņās ir

$a)\ 3\times 3$

$b)\ 4\times 4$

$c)\ 5\times 5$

20. Atrisini iepriekšējam līdzīgu uzdevumu, ja sienāzis prastu lekt arī pa diagonāli un nokļūt citā rūtiņā arī, šķērsojot rūtiņas virsotni.

Uzdevumi, kuros notiek iezīmēšana un kārtošana.

21. Kvadrātos, kuru izmēri 4×4, 5×5, 6×6 rūtiņas, dažās rūtiņās ievelc pa krustiņam tā, lai katrā tā rindiņā un katrā kolonā būtu

a) tieši 1 krustiņš;
b) tieši 2 krustiņi;
c) tieši 3 krustiņi.

22. Kvadrātos, kuru izmēri 3×3, 4×4, 5×5 rūtiņas, dažās rūtiņās ievelc pa krustiņam tā, lai visās rindiņās krustiņu skaits būtu atšķirīgs (kādā var nebūt arī neviena krustiņa), bet katrā kolonā būtu

a) tieši 2 krustiņi;
b) tieši 3 krustiņi.

Kuriem kvadrātiem to nevar izdarīt un kāpēc?

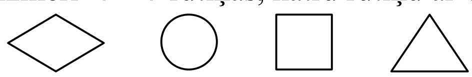
23. 4. zīmējumā dotajā kvadrātā katrā tukšajā rūtiņā ieraksti pa skaitlim 2, 3, 4, vai 5 tā, lai nevienā rindā vai kolonā blakus nebūtu ierakstīti "kaimiņi" - skaitļi, kas viens no otra atšķiras par 1.

1				
	1			
		1		
			1	
				1

4.zīm.

24. Katrā no 4×4 kvadrāta rūtiņām ieraksti pa ciparam 1, 2, 3 vai 4 tā, lai ne pa rindiņām, ne pa kolonām cipari neatkārtotos.

25. Aizpildi kvadrāta, kura izmēri 4×4 rūtiņas, katru rūtiņu ar vienu no figūriņām

,

uz kurām uzrakstīts viens no cipariem 1; 2; 3 vai 4 tā, lai nevienā rindiņā vai kolonā ne cipari, ne figūriņas neatkārtotos un lai katrs cipars būtu ierakstīts tieši vienā katra veida figūriņā.

Uzdevumi, kuros sakārtošanu izdara, veicot salīdzināšanu.

26. Kārlis ir vieglāks par Pēteri, bet smagāks par Jāni. Rūdis ir vieglāks par Kārli, bet smagāks par Jāni. Andris ir vieglāks par Imantu, bet smagāks par Daini. Jānis ir smagāks par Imantu. Sakārto zēnus pēc to smaguma, sākot ar smagāko.

27. Jānis ir garāks par Juri, Ivars ir mazāks nekā Gunārs, bet garāks nekā Jānis. Ierindā zēni nostājās pēc auguma, sākot ar garāko. Kādā secībā stāv zēni?

28. Jānis, Juris, Andris, Pēteris un Kārlis katrs iedomājās pa skaitlim, tie visi bija dažādi. Jāņa skaitlis bija lielāks par 2 citiem; Kārļa skaitlis - par 4 citiem; Pētera skaitlis - par 1 citu; Jura skaitlis- ne par vienu citu. Par cik iedomātajiem skaitļiem bija lielāks Andra skaitlis?

29. Skolas slēpošanas sacensībās piedalījās arī 7 trešās klases zēni. Meitenes vēlāk pārrunāja šo sacīkšu rezultātus.

Zane teica: "Jānis bija ātrāks par Ģirtu, bet slēpoja lēnāk nekā Didzis."
Ilze viņu papildināja: "Pēteris toties bija ātrāks par Jāni, bet Didzim viņš zaudēja."
Anete pastāstīja, ka Pauls bijis ātrāks par Aleksi, bet lēnāks par Miķeli.
Vita piebilda, ka Aleksis tomēr bijis ātrāks par Didzi.
Anita, visu to noklausījusies, sacīja: "Nu arī es zinu, kurš no mūsu zēniem šoreiz bija ātrākais!"
Kuru zēnu nosauca Anita? Kādā secībā sarindojās zēni pēc to rezultātiem sacensībās?

30. Bērni, nākot no skolas, ieraudzīja kādu skatlogu, kurā bija salikti sarkani, zili, balti un dzelteni klucīši . Viņi kādu brīdi tos aplūkoja un tad gāja tālāk.

Vēlāk Edīte ierunājās: "Sarkanie un zilie kopā bija 5."
Ivars viņu papildināja: "Zilie un dzeltenie kopā bija 8."
Anna bija ievērojusi, ka zilo klucīšu bijis vismazāk, bet Linda – ka balto bijis visvairāk. Toms bija paguvis saskaitīt, ka skatlogā pavisam bijuši 19 klucīši.
Tad Ivars teica, ka zinot, cik tur bijis balto klucīšu, kaut arī neesot tos skaitījis. Kādu skaitli nosauca Ivars?

Uzdevumi vērīgam un attapīgam lasītājam.

31. Jānis ar velosipēdu brauca uz ciematu. Pa ceļam viņš satika 3 vieglās mašīnas un 2 mikroautobusus. Cik pavisam mašīnu brauca uz ciematu?

32. Tālis ar Pēteri sastrīdējās, un Tālis devās makšķerēt viens pats. Pa ceļam uz upi viņš atrada 1 latu. Cik naudas zēni būtu atraduši, ja makšķerēt būtu gājuši abi kopā?

33. Vienu olu vāra 5 minūtes. Cik minūšu katliņā jāvāra 5 olas?

34. Ģimenē ir divi tēvi un divi dēli. Cik vīriešu šai ģimenē?

35. Ģimenē ir 5 dēli, un katram ir 1 māsa. Cik bērnu šai ģimenē?

36. 10 zīlītes apēd 10 kg kaitēkļu 10 dienās. Cik dienās 1 zīlīte apēd 1kg kaitēkļu?

37. 5 mērkaķēni apēd 5kg banānu 5 minūtēs. Cik mērkaķēni apēdīs

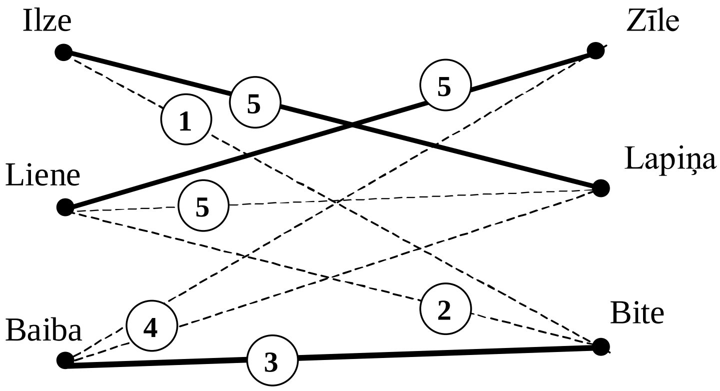
a) 10kg banānu 10 minūtēs;
b) 10kg banānu 5 minūtēs?

Cik kg banānu apēd 10 mērkaķēni 20 minūtēs?
Pieņemsim, ka visiem mērkaķēniem ir vienāda apetīte un ēšanas ātrums.

38. 3 vistas izdēj 3 olas 3 dienās. Cik olu izdēj 6 vistas 6 dienās? Cik vistu izdēj 6 olas 6 dienās? Cik dienās 6 vistas izdēj 6 olas?

ATBILDES.

2.



5.zīm.

1 attēlojam 1) apgalvojumu “Ilze nav Bite” (skat.5. zīm.);

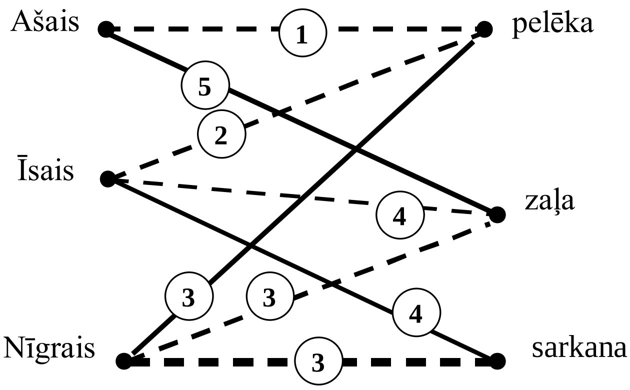
2 no 3) un 4) apgalvojuma izriet, ka Liene nav Bite;

3 tā kā Bite nav Ilze ,un Bite nav Liene, tad Bite ir Baiba ;

4 kļuvis skaidrs, ka Baiba nav Zīle un Baiba nav Lapiņa;

5 no 5) un 2) apgalvojuma izriet, ka Liene nav Lapiņa, tātad Liene ir Zīle, bet Lapiņa ir Ilze.

3.



6.zīm.

1 attēlojam apgalvojumu “Ašajam nav pelēka cepure” (skat.6.zīm.);

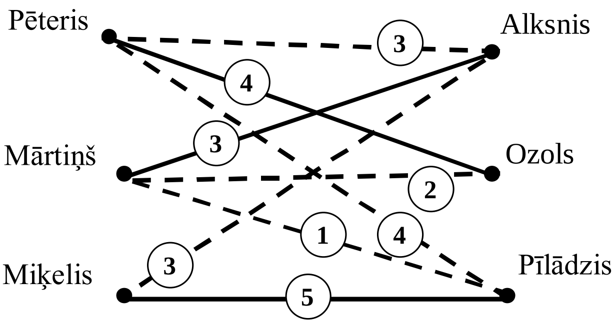
2 no 2) un 3) apgalvojuma izriet, ka Īsajam nav pelēka cepure;

3 kļuvis skaidrs, ka pelēka cepure ir Nīgrajam, un tātad Nīgrajam nav ne zaļa, ne sarkana cepure;

4 no 2) un 4) apgalvojuma izriet, ka Īsajam nav pelēka cepure, tātad Īsajam ir sarkana cepure;

5 kļuvis skaidrs, ka zaļa cepure ir Ašajam .

4.



7.zīm.

1 no 1) apgalvojuma izriet, ka Mārtiņš nav Pīlādzis (skat.7.zīm.);

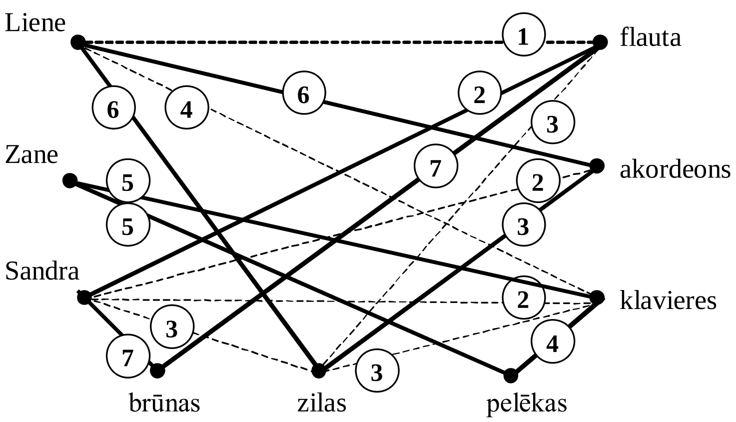
2 no 2) apgalvojuma izriet, ka Mārtiņš nav Ozols;

3 kļuvis skaidrs, ka Mārtiņš ir Alksnis un tātad Alksnis nav Pēteris un Miķelis;

4 no 3) apgalvojuma izriet, ka Pēteris nav Pīlādzis, tātad Pēteris ir Ozols;

5 kļuvis skaidrs, ka Miķelis ir Pīlādzis.

5.



8.zīm.

1 no 1) apgalvojuma izriet, ka Liene nav flautiste (skat.8.zīm.);

2 no 2) apgalvojuma izriet, ka Sandra nespēlē ne klavieres, ne akordeonu, tātad Sandra spēlē flautu;

3 no 3) apgalvojuma izriet, ka akordeonistei ir zilas acis un ka zilas acis nav ne meitenei, kas spēlē klavieres, ne flautistei Sandrai;

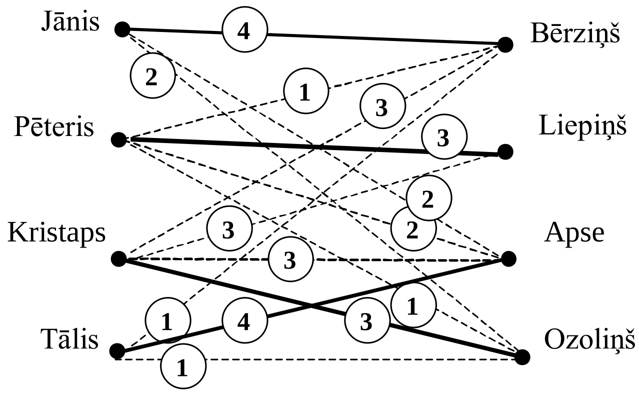
4 no 4) apgalvojuma izriet, ka meitenei, kas spēlē klavieres, ir pelēkas acis un ka viņas vārds nav Liene;

5 kļuvis skaidrs, ka klavieres spēlē Zane un ka Zanei ir pelēkas acis;

6 tāpat noskaidrojies, ka Liene spēlē akordeonu un ka viņai ir zilas acis;

7 visbeidzot esam uzzinājuši, ka flautistei Sandrai ir brūnas acis.

6.



9.zīm.

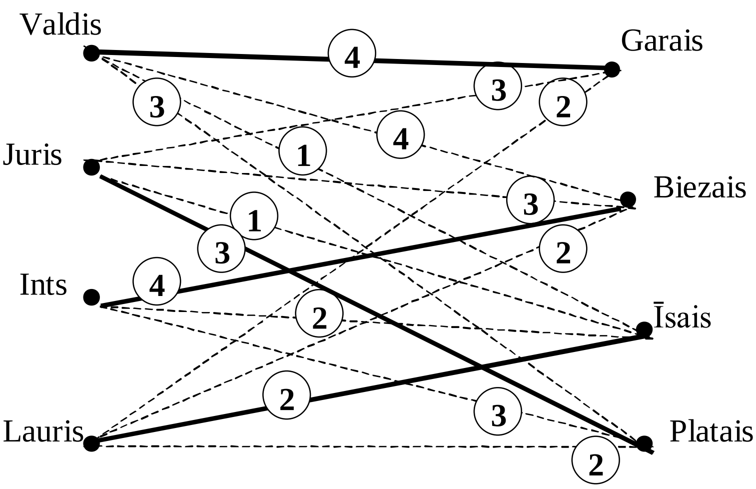
1 no 1) apgalvojuma izriet, ka ne Tāļa, ne Pētera uzvārdi nav ne Ozoliņš, ne Bērziņš (skat.9.zīm.);

2 no 2) apgalvojuma izriet, ka Jāņa uzvārds nav ne Ozoliņš, ne Apse, bet Pētera uzvārds nav arī Apse;

3 kļuvis skaidrs, ka Pētera uzvārds ir Liepiņš , ka Ozoliņš ir Kristaps un ka Kristaps nav ne Bērziņš, ne Liepiņš, ne Apse;

4 noskaidrojies arī, ka Apse ir Tālis un ka Bērziņš ir Jānis.

7.



10.zīm.

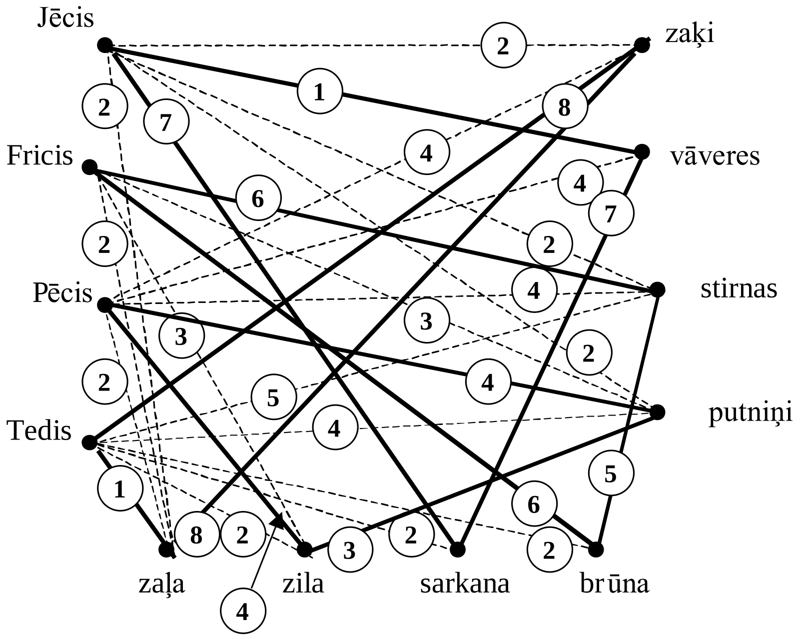
1 no 1) apgalvojuma izriet, ka ne Valda, ne Jura uzvārds nav Īsais (sk.10.zīm.);

2 no 2) apgalvojuma izriet, ka arī Ints nav Īsais, tātad Īsais ir Lauris un Lauris nav ne Platais, ne Garais, ne Biezais;

3 no 3) apgalvojuma izriet, ka ne Valda, ne Inta uzvārds nav Platais, tātad Platais ir Juris un Jura uzvārds nav ne Garais, ne Biezais;

4 no 4) apgalvojuma izriet, ka Valda uzvārds nav Biezais, tātad Valdis ir Garais un Inta uzvārds ir Biezais.

8.



11.zīm.

1 no 1) apgalvojuma izriet, ka Tedim ir zaļa cepure un ka Jēcis draudzējas ar vāverēm (skat.11.zīm.)

2 tātad skaidrs, kaTedim nav ne zila, ne sarkana, ne brūna cepure, ka Jēcis nav ne zaķu, ne putniņu, ne stirnu aizbildnis un ka zaļa cepure nav ne Pēcim, ne Fricim, ne Jēcim;

3 no 2) apgalvojuma izriet, ka Fricis nav mazo putniņu aizbildnis un ka viņam nav zila cepure, bet mazo putniņu palīgam ir zila cepure;

4 kļuvis skaidrs, ka Tedis nav mazo putniņu palīgs, tātad putniņu aizbildnis ir Pēcis, viņam ir zila cepure, un Pēcis nav ne stirnu, ne zaķu, ne vāveru aizbildnis.

5 no 3) apgalvojuma izriet, ka stirnu palīgam ir brūna cepure, un tātad tas nav Tedis;

6 kļūst skaidrs, ka stirnu palīgs ir Fricis un ka viņam ir brūna cepure;

7 noskaidrojas arī, ka sarkana cepure ir Jēcim, un viņš ir vāveru aizbildnis;

8 kļūst skaidrs, ka zaķu draugs ir Tedis, un viņš valkā zaļu cepuri.

9. Sastādot skaitļus no cipariem 1; 2; 3, ievērosim, ka katrs no tiem var būt pirmais cipars, un aiz tā divos dažādos veidos 2. un 3.vietā var atrasties abi pārējie cipari. Tātad pavisam no šiem cipariem var sastādīt $3 \cdot 2 = 6$ dažādus trīsciparu skaitļus:

123	213	312
132	231	321

Sastādot skaitļus no cipariem 0; 1; 2, ievērosim, ka skaitlī pirmais cipars nevar būt 0, tātad pirmo ciparu var izvēlēties 2 veidos, un katram no tiem 2 dažādos veidos var piemeklēt 2. un 3. ciparu:

120	201
102	210

10. Viens no vieniniekiem būs 1. cipars. Atlikušās 2 nulles un 1 vieninieku var sakārtot 3 dažādos veidos (vieninieks 2., 3., 4. vietā), tātad kopā var izveidot 3 dažādus četrciparu skaitļus:

1100
1010
1001

11. Viens no 3 vieniniekiem noteikti būs 1.cipars.

Ja 2.cipars arī ir 1, tad atlikušais vieninieks var atrasties 5 dažādās vietās:

1110000
1101000
1100100
1100010
1100001

Ja otrais vieninieks ir kā 3.cipars, tad trešais vieninieks var atrasties atlikušajās 4 vietās:

1011000
1010100
1010010
1010001

Ja otrais vieninieks ir 4.cipars, tad trešais var atrasties atlikušajās 3 vietās:

1001100
1001010
1001001

Ja otrais vieninieks ir 5.cipars, tad trešais var atrasties atlikušajās 2 vietās:

1000110
1000101

Ja otrais vieninieks ir 6.cipars, tad trešais būs pēdējais cipars:

1000011

Kopā esam izveidojuši 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 dažādus septiņciparu skaitļus.

12. Pietiek aplūkot, cik dažādos veidos kubiņus var novietot mazākajā kastītē, jo lielākajā kastītē liekam pārējos, un to savstarpējā novietojuma secība netiek ņemta vērā. Mazākajā kastītē kubiņus var salikt 5 dažādos veidos:

sarkans; sarkans
sarkans; balts
sarkans; melns
balts; melns
melns; melns

13. Kubiņus novietot mazākajā kastītē ir iespējams 8 dažādos veidos:

sarkans; sarkans; sarkans
sarkans; sarkans; balts
sarkans; sarkans; melns
sarkans; balts; balts
sarkans; balts; melns

sarkans; melns; melns
balts; melns; balts
melns; melns; balts

14.

a) Ja izņemtu 8 lodītes, var gadīties, ka tās ir 3 melnās un 5 sarkanās ,un starp tām balto lodīšu nav, tātad jāizņem vismaz 9 lodītes, starp kurām vismaz 1 noteikti būs balta, jo kastītē ir tikai 8 lodītes, kas *nav* baltā krāsā.

b) Tā kā kastītē atrodas 6 lodītes, kas *nav* sarkanā krāsā, tad jāizņem vismaz 7 lodītes, starp kurām vismaz viena noteikti būs sarkana.

15. Tā kā Jēcim ir 3 dažādu veidu zeķes, tad viņam jāizņem vismaz 4 zeķes, no kurām tad vismaz 2 būs vienādas. Izņemot 3, var gadīties, ka tās ir pa vienai no katra veida.

16.

a) Atšķirīgu tērpu pietiks 6 dienām, jo katrus no 3 svārkiem var vilkt kopā ar vienu no abām blūzēm.

b) $4 \cdot 4 = 16$ dienām, jo katru no 4 blūzēm var vilkt kopā ar kādu no 4 svārkiem.

17.

a) 5 veidos, jo rūķītis A, neiegriežoties pie E, uz B mājiņu var nonākt 1 veidā, uz C mājiņu - 2 veidos, uz D mājiņu- arī 2 veidos (1 + 2 + 2 = 5);

b) 4 veidos, jo rūķītis E gan uz G , gan uz H mājiņām var nonākt pa 2 ceļiem;

c) $4 \cdot 5 = 20$ veidos, jo, lai A nokļūtu pie I, viņam pa ceļam noteikti jāiegriežas E mājiņā. Tātad katram no 5 dažādajiem ceļiem no A uz E mājiņu atbilst 4 iespējas, kā tālāk nokļūt līdz I mājiņai.

18. Viens paņēmiens, kā to noskaidrot ir šāds: katram burtam pierakstīsim klāt skaitli, kas norāda, cik veidos no virsotnes burta līdz šim burtam var nonākt (skat. 12.zīm.)

d
o(1) o(1)
m(1) m(2) m(1)
a(1) a(3) a(3) a(1)

r
u(1) u(1)
d(1) d(2) d(1)
e(1) e(3) e(3) e(1)
n(1) n(4) n(6) n(4) n(1)
s(1) s(5) s(10) s(10) s(5) s(1)

12.zīm.

Tātad vārdu "doma" var izlasīt 1 + 3 + 3 + 1 = 8 dažādos veidos, bet vārdu "rudens" var izlasīt 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32 dažādos veidos.

19. Atrisinājums redzams 13. zīmējumā, kur katrā kvadrāta rūtiņā ir ierakstīts skaitlis, kas norāda, cik veidos līdz šai rūtiņai ir iespējams nokļūt, pārvietojoties norādītajā veidā.

a)

0	1	1
1	2	3
1	3	6

b)

0	1	1	1
1	2	3	4
1	3	6	10
1	4	10	20

c)

0	1	1	1	1
1	2	3	4	5
1	3	6	10	15
1	4	10	20	35
1	5	15	35	70

13.zīm.

20. Atrisinājumu attēlosim līdzīgi kā 19. uzdevumam, un tas redzams 14. zīmējumā.

a)

0	1	1
1	3	5
1	5	13

b)

0	1	1	1
1	3	5	7
1	5	13	25
1	7	25	63

c)

0	1	1	1	1
1	3	5	7	9
1	5	13	25	41
1	7	25	63	129
1	9	41	129	321

14.zīm.

21. a) Daži no veidiem, kā ievilkt pa vienam krustiņam, redzams 15. a) zīmējumā.

+			
	+		
		+	
			+

+				
	+			
		+		
			+	
				+

+					
	+				
		+			
			+		
				+	
					+

15. a) zīm.

b) Ievērosim, ka uzdevumu par 2 krustiņu iezīmēšanu var veikt, papildinot zīmējumus, kuros katrā rindā un kolonā jau ir ievilkts 1 krustiņš, ar attiecīgi 4; 5; 6 krustiņiem tā, lai katrā rindā un kolonā būtu tieši 2 krustiņi (skat. 15. b) zīm.).

+	×		
	+	×	
		+	×
×			+

+	×			
	+	×		
		+	×	
			+	×
×				+

+	×				
	+	×			
		+	×		
			+	×	
				+	×
×					+

15. b) zīm.

c) 4×4 kvadrātam 3 krustiņus var vilkt tur, kur tam 15. a) zīmējumā ir baltās rūtiņas; 5×5 kvadrātam - tur, kur tam 15. b) zīmējumā ir baltās rūtiņas; 6×6 kvadrātam 3 krustiņus katrā rindiņā un katrā kolonā var iezīmēt, papildinot, piemēram, 15. b) zīmējumā redzamo 6×6 kvadrātu ar 6 krustiņiem (skat. 15. c) zīm.)

+	×	×			
	+	×	×		
		+	×	×	
			+	×	×
×				+	×
×	×				+

15. c) zīm.

22. a) Ievērosim, ka ievilkto krustiņu skaitam, skaitot tos pa kolonām

3×3 kvadrātā jābūt $3\cdot 2 = 6$;
4×4 kvadrātā jābūt $4\cdot 2 = 8$;
5×5 kvadrātā jābūt $5\cdot 2 = 10$.

Tikpat krustiņu, protams, būs arī, skaitot tos pa rindiņām. Šoreiz gan krustiņu summa veidosies attiecīgi no 3, 4 vai 5 dažādiem saskaitāmajiem, un to varētu veikt šādi:

$6 = 3 + 2 + 1$
$8 = 4 + 3 + 1 + 0$
$10 = 4 + 3 + 2 + 1 + 0$

Viena iespēja, kā varētu salikt krustiņus šādos veidos redzama 16. zīmējumā.

+	+	+
	+	+
+		

+	+	+	+
	+	+	+
+			

+	+	+	+	
+	+	+		
			+	+
				+

16.zīm.

b) Lai 3×3 kvadrātā katrā kolonā būtu ievilkti tieši 3 krustiņi, tā visās rūtiņās būtu jāiezīmē pa krustiņam, un nebūtu nevienas tukšas rūtiņas, tātad arī katrā rindiņā būtu tieši 3 krustiņi, nevis atšķirīgs skaits krustiņu.

Lai 4×4 kvadrātā katrā kolonā būtu tieši 3 krustiņi, tajā būtu jāiezīmē pavisam $4\cdot 3 = 12$ krustiņi. Skaitlis 12 būtu jāsadala 4 dažādos saskaitāmajos, no kuriem neviens nedrīkstētu pārsniegt 4 (jo kvadrāta rindiņā var ievilkt ne vairāk kā 4 krustiņus). Tā kā lielākā iespējamā summa, kas apmierina šos nosacījumus ir tikai $1 + 2 + 3 + 4 = 10$, tad skaidrs, ka skaitli 12 šādi sadalīt saskaitāmajos nav iespējams.

Viena iespēja, kā var ievilkt krustiņus 5×5 kvadrātā, redzama 17. zīmējumā ($3\cdot 5 = 15$ un $15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$).

+	+	+	+	+
	+	+	+	+
		+	+	+
+	+			
+				

17.zīm.

23. Viena no iespējamajām atbildēm redzama 18. zīmējumā.

1	3	5	2	4
3	**1**	3	5	2
5	3	**1**	3	5
2	5	3	**1**	3
4	2	5	3	**1**

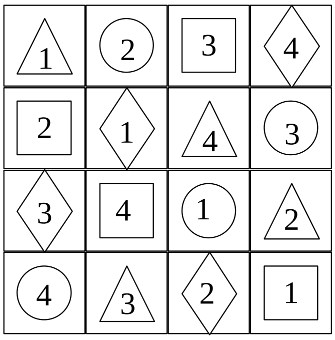
18.zīm.

24. Viens no atrisinājumiem redzams 19. zīmējumā.

1	2	3	4
2	3	4	1
3	4	1	2
4	1	2	3

19.zīm.

25. Uzdevuma atrisinājums dots 20. zīmējumā.



20.zīm.

26. Sakārtosim masu dilšanas secībā zēnus, kas minēti 1. teikumā:

Pēteris > Kārlis > Jānis.

Otrais teikums mums dod iespēju atrast šai rindā vietu Rūdim:

Pēteris > Kārlis > Rūdis> Jānis.

Nav iespējams ievietot šai sakārtojumā trešajā teikumā minētos zēnus, pirms neesam tur ievietojuši ceturtajā teikumā minēto Imantu:

Pēteris > Kārlis > Rūdis > Jānis > Imants

Tad varam pabeigt kārtošanu un, ievērojot trešā teikuma nosacījumus, iegūsim šādu secību:

Pēteris > Kārlis > Rūdis > Jānis > Imants > Andris > Dainis

27. Līdzīgi kā 26.uzdevuma atrisinājumā, papildinot ar katru teikumu veidojamo rindu, iegūsim secību:

Gunārs, Ivars, Jānis, Juris.

28. Izveidosim sarakstu, kurā ar 1. apzīmēsim mazāko no skaitļiem; ar 2.- nākamo; utt. Katram kārtas numuram pierakstīsim klāt zēna vārdu, ievērojot uzdevuma nosacījumus:

1. – Juris
2. - Pēteris
3. – Jānis
4. –
5. – Kārlis

Tātad Andra skaitlis ir lielāks par 3 citiem.

Cits atrisinājums. Uzmanīgi izlasīsim uzdevuma tekstu. Otrajā teikumā, no 5 skaitļiem nosaucot, par cik daudziem katrs no tiem ir lielāks, nav izteikts apgalvojums "lielāks par 3 citiem". Tas nozīmē, ka šis apgalvojums attiecas uz Andra skaitli.

29. Arī šā uzdevuma atrisinājumu var iegūt līdzīgi kā 26. uzdevuma risinājumā, veidojot sakārtotu rindu, sākot ar ātrāko slēpotāju.

Pēc 1.apgalvojuma iegūsim secību:

Didzis, Jānis, Ģirts.

Papildinot iegūto secību pēc 2.apgalvojuma iegūsim secību:

Didzis, Pēteris, Jānis, Ģirts.

Atkal, pirms pielietojam 3.apgalvojumu, nākas rindā "ievietot" Aleksi, ievērojot 4.apgalvojumu, līdz ar to iegūsim secību:

Aleksis, Didzis, Pēteris, Jānis, Ģirts.

Ievērojot 3.apgalvojumu, iespējams rindu pabeigt:

Miķelis, Pauls, Aleksis, Didzis, Pēteris, Jānis, Ģirts.

Tātad Anita nosauca Miķeļa vārdu.

30. Apzīmēsim:

sarkano klucīšu skaitu ar s;
balto klucīšu skaitu ar b;
zilo klucīšu skaitu ar z;
dzelteno klucīšu skaitu ar dz.
Pēc uzdevuma nosacījumiem

$$s + z = 5; \qquad z + dz = 8; \qquad z + s + dz + b = 19$$

Ja z = 1, tad s = 4; dz = 7 un b = 7. Iegūstam pretrunu ar uzdevuma nosacījumiem, ka balto ir visvairāk.

Ja z = 2, tad s = 3; dz = 6 un b = 8. Šis klucīšu skaits apmierina uzdevuma nosacījumus.

Ja $z \geq 3$, tad $s \leq 2$, un tā ir pretruna ar to, ka zilo ir vismazāk. Tātad vienīgā atbilde ir ka zilo klucīšu bija 2; sarkano - 3; dzelteno - 6; balto - 8.

31. Mašīnas nebrauca uz ciematu.

32. 1 latu (ja vispār atrastu).

33. 5 minūtes, ja visas olas vāra vienā katliņā.

34. 3 vīrieši: 1vectēvs (kas vienlaicīgi ir arī tēvs); 1 tēvs (kas ir arī dēls vectēvam) un 1 dēls.

35. 6 bērni.

36. 10 dienās.

37. No uzdevuma nosacījumiem izriet, ka 1 mērkaķēns 1kg banānu apēd 5 minūtēs. Tātad:

a) 1 mērkaķēns 10 minūtēs apēd 2 kg banānu. No tā varam secināt, ka 10 kg banānu 10 minūtēs apēdīs 10kg : 2kg = 5 mērkaķēni.
b) Ja 1 kg banānu 5 minūtēs apēd 1 mērkaķēns, tad 10 kg banānu tajās pašās 5 minūtēs apēdīs 10 mērkaķēni.
c) Ja 10 mērkaķēni 5 minūtēs apēd 10 kg banānu, tad 10 mērkaķēni 20 minūtēs apēd $(20\text{min.}:5\text{min.})\cdot 10kg = 40kg$ banānu.

38. Skaidrs, ka pa 3 dienām 1 vista izdēj 1 olu. Tātad 6 dienās 1 vista izdēj 6 : 3 = 2 olas. Tas nozīmē, ka 6 dienās 6 vistas izdēs $6 \cdot 2 = 12$ olas.

Ja 6 dienās 1 vista izdēj 2 olas, tad 6 dienās 6 olas izdēs 6:2=3 vistas.

Ja 3 dienās 1 vista izdēj 1 olu, tad arī 6 vistas 6 olas izdēs 3 dienās.

NOBEIGUMS.

Darba galvenais saturs ir uzdevumu krājums sākumskolas skolēniem un skolotājiem, kas ir izmantojams ne tikai pulciņu darbā. Ar šiem uzdevumiem bērns var darboties pilnīgi patstāvīgi, bet skolotājs tos var izmantot arī stundu darbā.

Laiks matemātikas pulciņa darbam patreizējā piesātinātajā skolas ikdienā un daudzveidīgajās ārpusskolas gaitās taču var arī neatrasties. Bet, domājams, vienmēr atradīsies kāds mazs "censonis", kam sagādās prieku pastaiga "matemātikas džungļos".

Šādu uzdevumu krājumu īpatnība ir tā, ka tie nekad nebūs ne pabeigti, ne pilnīgi. Gluži tāpat kā cilvēka fantāzijai un iztēlei nav robežu.

IZMANTOTĀ LITERATŪRA.

1. A.Vorobjovs. Psiholoģijas pamati. – R.: Mācību apgāds, 1996.
2. N.L.Geidžs, D.C.Berliners. Pedagoģiskā psiholoģija. – R:.Zvaigzne ABC, 1999.
3. D.Taimiņa. Matemātiskie raibumiņi. – R.: Mācību grāmata, 1995.
4. Ф.Ф. Нагибин,Е. С.Канин. Математическая шкатулка – Изд. Просвещение, 1984.
5. С.Н.Олехник , Ю.В.Нестеренко, М.К. Потапов. Старинные занимательные задачи. Изд. Наука , 1985.
6. K.Haase, P.Mauksch. Spaβ mit Mathe. – Urania Verlag , 1983.
7. Mathematische Schülerzeitschrift "Alpha" – Volk und Wissen Volkseigener Verlag, 1987., 1988., 1989.

Sērija LAIMA matemātikā

1991.gada augustā Islande bija pirmā valsts, kas atzina Latvijas neatkarības atjaunošanu. Tas Latvijas iedzīvotājos radīja dziļas simpātijas pret skaitliski mazo, bet dvēselē lielo islandiešu tautu.

Kopš tā laika mūsu tautu solidaritāte izpaudusies daudzējādā ziņā. Viena no tās izpausmēm ir projekts LAIMA (**LA**tvijas un **I**slandes **MA**temātiskās izglītības projekts), kas apvieno abu valstu speciālistu pieredzi un pūliņus matemātikas olimpiāžu un matemātikas padziļinātas mācīšanas jomā, sagatavojot darbu sēriju par svarīgākajiem modernās elementārās matemātikas jautājumiem.

Islandē projekta galvenais atbalstītājs ir kompānijas TALNAKŌNNUN ģenerālmenedžers Benedikts Johannessons. Nenovērtējams ir arī viņa finansiālais ieguldījums. Dažādos laika posmos projektu balstījuši arī Islandes izglītības un kultūras ministrs B.Bjarnasons, EIMSKIP prezidents H.Sigurgestsons, NYHERJI prezidents F.Sigurjonsons, MGH pārstāvis Latvijā B.Ragnarsons. Latvijā LAIMA ļoti veiksmīgi sadarbojas ar LIIS projektu, kura ietvaros tiek tiek izmantotas izstrādņu elektroniskās versijas. Daudz palīdzējusi arī agrākā Islandes konsule Latvijā J.Balode.

LAIMA-s grāmatas

1. *A.Andžāns, A.Reihenova, L.Ramāna, B.Johannessons.*

Invariantu metodes elementi. Rīga: LIIS, 1997.

2. *A.Andžāns, P.Zariņš, B.Johannessons.*

Leņķu ģeometrijas uzdevumi. Rīga: LIIS, 1998.

3. *A.Andžāns, L.Egle, L.Ramāna, B.Johannessons.*

Vektori. 1. daļa. Rīga: LIIS, 1999.

4. *A.Gailītis, A.Andžāns, I.Kudapa, L.Ramāna, B.Johannessons.*

Kārtošanas un meklēšanas uzdevumi. Rīga; LIIS, 1999.

5. *A.Andžāns, I.France, L.Ramāna.*

Matemātikas sacensības 5.-8. klasēm. Rīga: LU, 2001.

6. *A.Cibulis.*

Pentamino. 1. daļa. Rīga: LU, 2001.

7. *A.Andžāns, J.Kluša.*

Matemātikas sacensības 9.-12.klasēm 1994./95.m.g. Rīga: LU, 2001.

8. *E.Fogels, E.Lejnieks.*

Trijstūru ģeometrija. Rīga: LU, 2001.

9. *A.Andžāns, A.Ambainis, I.France.*

Matemātikas sacensības 9. - 12. klasēm 1993./94. mācību gadā. Rīga: LU, 2001.

10. *A. Bērziņš.*

Algebra. Rīga: LU, 2001.

11. *A.Andžāns, A.Čerāne, L.Ramāna.*

Matemātikas sacensības 5. - 9. klasēm 1999./2000. mācību gadā. Rīga: LU, 2001.

12. *A.Cibulis.*

Pentamino. 2. daļa. Rīga: LU, 2001.

13. *I.Saulīte.*

Uzdevumi ārpusstundu darbam sākumskolā skolēnu matemātisko spēju attīstības veicināšanai. Rīga: LU, 2002.