ATRISINĀJUMI

1. Konkurss 4.klasēm „Tik vai… Cik?”

1.1. Pirmā kārta

1.1.1. Atbilde: B.

Risinājums: Ievērojot darbību secību, aprēķinām $9+81-1=89$.

1.1.2. Atbilde: A.

Risinājums: Aizpildot *saulītes* no beigām (tātad izpildot apgrieztās darbības), iegūst:

$10-5=5$;

$5\cdot 3=15$;

$15+1=$ **16**.

1.1.3. Atbilde: A.

1.1.4. Atbilde: B.

Risinājums: Iekrāsots ir 1 no 4 vienādiem trijstūrīšiem.

1.1.5. Atbilde: B.

Risinājums: Lauztās līnijas daļa *ABC* ir divas reizes garāka nekā nogrieznis *AC* (jo sastāv no diviem tādiem pašiem nogriežņiem); līdzīgi arī lauztā līnija *CDE* ir divas reizes garāka nekā nogrieznis *CE*, lauztā līnija *EFG* ir divas reizes garāka nekā nogrieznis *EG,* lauztā līnija *GHI* ir divas reizes garāka nekā nogrieznis *GI*. Tāpēc visas lauztās līnijas *ABCDEFGHI* garums ir divreiz lielāks nekā nogriežņa *AI* garums. Tātad visas lauztās līnijas garums ir $15\cdot 2=30\,cm$.

1.1.6. Atbilde: D.

Risinājums: Doto vienādojumu apmierina tikai šādi naturālu skaitļu pāri: $a=3$, $b=3$ un $a=6$, $b=1$. Izmantojot to, redzam, ka patiess ir tikai apgalvojums D. **Piezīme.** Atrisinājumu atrod, piemēram, tieši pārbaudot vērtības a = 1, 2, ... un skatoties, kuros gadījumos b arī ir naturāls skaitlis. Jāatceras, ka **0 nav naturāls skaitlis!** Taču šajā uzdevumā pat atrisinājums a = 0, b = 5 neietekmē doto apgalvojumu patiesumu vai aplamību.

1.1.7. Atbilde: B.

Risinājums: No dotajiem cipariem var izveidot tikai sekojošas stundas: 00; 02; 07; 20. Tātad, ja vajadzīgais brīdis iestātos vēl tajā pašā diennaktī, tas būtu plkst. 20:*xx* (*xx* – minūtes). Bet tā kā no cipariem 0 un 7 var izveidot tikai minūšu rādījumu „07”, tad šajā diennaktī tāds mirklis iestāties nevar. Tāpēc tuvākais interesējošais laika brīdis var būt pēc pusnakts, t.i., plkst. **00:27**, tātad pēc 4 h 20 min.

1.1.8. Atbilde: E.

1.1.9. Atbilde: D.

Risinājums: Sākumā ievērojam, ka 1 *h* 20 *min* laikā gliemezis tiek tikai 5 cm uz augšu. Tātad pēc 18 šādiem kāpšanas/ atpūtas cikliem jeb 18 · 1 *h* 20 *min* = 24 *h* gliemezis būs ticis 90 *cm* augstumā. Un pēc vēl 1 *h* kāpšanas gliemezis būs jau 1 *m* augstumā, t.i., būs sasniedzis staba virsotni, un uz leju vairs neslīdēs.

1.1.10. Atbilde: C.

Risinājums: Aizpildot sudoku kvadrātu tālāk, redzams, ka pirmās kolonnas trešajā rindā jāraksta 3, tālāk – trešās rindas otrajā kolonnā nevar būt ne 1, ne 3, tāpēc jābūt 2. Līdz ar to jautājuma zīmes vietā jāraksta **3**.

1.1.11. Atbilde: B.

Risinājums: Nepilngadīgie ir gan bērni, gan pusaudži; abi atbilstošie diagrammas sektori kopā sastāda vairāk nekā pusi no visa riņķa un ir lielāki, nekā pieaugušajiem atbilstošais sektors.

1.2. Otrā kārta

1.2.1. Atbilde: C.

Risinājums: Izteiksmes vērtību aprēķinām pakāpeniski, vispirms atverot iekšējās iekavas:

$$(((2+2)\cdot 2+2)\cdot 2+2):2=((4\cdot 2+2)\cdot 2+2):2=(10\cdot 2+2):2=22:2=11$$

1.2.2. Atbilde: C.

Sniegsim vairākus iespējamos risinājumus.

1) Tā kā kaķiem ir 4 kājas, bet kanārijputniņiem – 2 kājas, tad $16=4k+2(5-k)$, kur k ir kaķu skaits. No vienādojuma iegūstam $k = 3$.

2) Varam pieņemt, ka visi dzīvnieki ir kaķi. Tā kā tiem ir 4 kājas, tad to būtu skaitā $16:4=4$. Tā kā teikts, ka ir 5 dzīvnieki, tad vienu no šiem četriem kaķiem *aizstājam* ar diviem kanārijputniņiem – tad mums ir 3 kaķi un 2 kanārijputniņi. Pārbaudot secinām, ka šī atbilde apmierina uzdevuma nosacījumus.

3) Šo uzdevumu var atrisināt arī tieši pārbaudot visas iespējas, cik var būt kaķi (t.i., 0; 1; 2; 3; 4; 5) un iegūstot, ka uzdevuma nosacījumi izpildās vienīgi tad, ja ir 3 kaķi.

1.2.3. Atbilde: C.

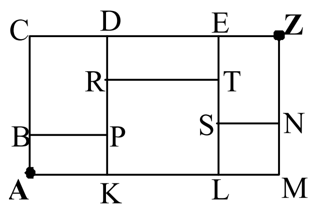
No uzdevumā dotā seko $s=2\cdot b$ un $b=z+2$. Tātad $s=2\cdot(z+2)=2\cdot z+4$. Tāpēc $s+b+z=(2\cdot z+4)+(z+2)+z=4\cdot z+6$.

1.2.4. Atbilde: B.

1.2.5. 1) 2009 *sant.* < 209 *sant.* · 10 = 2090 *sant.*

2) 412 *s* : 2 = 206 *s* = 3 *min.* 26 *s* > 2 *min.* 2 *s*

1.2.6. Atbilde: 8 veidos.



A1.1.zīm.

Iespējamie maršruti (skat. A1.1. zīm.):

ABCDEZ (jeb *ACZ*)

AKPRDEZ (jeb *AKDZ*)

ABPRDEZ (jeb *ABPDZ*)

AKPRTEZ (jeb *AKRTEZ*)

ABPRTEZ

AKLSTEZ (jeb *ALEZ*)

AKLMNZ (jeb *AMZ*)

AKLSNZ (jeb *ALSNZ*)

1.2.7. **Atbilde:** 4 meitenes, 3 zēni.

Sniegsim divus iespējamos risinājumus.

1.risinājums: Apzīmēsim meiteņu skaitu ar *m*, zēnu skaitu – ar *z* un vietu skaitu – ar *v*. Tad no dotā izriet, ka $z+m=v+1$.

Ievērosim, ka $v = m + 2$ un $z = m - 1$ (jo, ja apsēstos visi zēni, paliktu par vienu vietu vairāk brīvas nekā tad, ja apsēstos visas meitenes).

Ievietojam iegūtās sakarības vienādībā $z+m=v+1$ un iegūstam $(m-1)+m=(m+2)+1$ un tālāk $2m-1=m+3$, no kā iegūst $m=4$. Tāpēc $z=3$.

2.risinājums: No tā, ka, apsēžoties visām meitenēm, paliktu 2 brīvas vietas, iegūstam, ka zēnu skaits ir 2 + 1 = 3, t.i., tik, cik brīvo vietu un vienam zēnam vietas pietrūkstu.

No tā, ka, apsēžoties visiem zēniem, paliktu 3 brīvas vietas, iegūstam, ka meiteņu skaits ir 3 + 1 = 4, t.i., tik, cik ir brīvo vietu un vienai meitenei vietas pietrūktu. Tātad ir 3 zēni un 4 meitenes.

1.2.8. Vispirms ievērosim, ka taisnību runājošajam rūķītim (***t***) **abās pusēs** stāv meļi, bet melim (***m***) vismaz viens kaimiņš ir taisnību runājošais rūķītis. Tātad nevar būt, ka visi seši rūķīši ir meļi, vai visi seši rūķīši ir taisnību runājošie. Tātad ir vismaz viens taisnību runājošais rūķītis t_1. Viņam abās pusēs stāv meļi m_1 un m_2.

Tagad apskatām rūķīti m_1 (skat. A1.2. zīm.). Viņam vienā pusē jau stāv taisnību runājošs rūķītis t_1, tāpēc otrs kaimiņš var būt gan melis, gan taisnību runājošs kaimiņš (jebkurā gadījumā m_1 jau ir samelojies, teikdams. ka **abi** kaimiņi ir meļi).

$\boldsymbol{t_1}$ $\qquad\qquad\qquad$ $\boldsymbol{t_1}$

$\boldsymbol{m_1}$ $\quad$ $\boldsymbol{m_2}$ $\qquad$ $\boldsymbol{m_1}$ $\quad$ $\boldsymbol{m_2}$

$\boldsymbol{m_3}$ $\quad$ $\boldsymbol{t_4}$ $\qquad$ $\boldsymbol{t_2}$ $\quad$ $\boldsymbol{t_3}$

$\boldsymbol{t_2}$ $\qquad\qquad\qquad$ $\boldsymbol{m_3}$

A1.2.zīm.

1) Ja m_1 otrs kaimiņš ir melis m_3. Rūķītim m_3 viens kaimiņš jau ir melis, tātad otram jābūt taisnību runājošam rūķītim t_2. Bet rūķītim t_2 arī otram kaimiņam jābūt melim m_4. Esam ieguvuši gadījumu, kad pa apli stāv 4 meļi un 2 taisnību runājošie rūķīši.

2) Ja m_1 otrs kaimiņš ir taisnību runājošais rūķītis t_2. Rūķītim t_2 arī otram kaimiņam jābūt melim m_3. Šobrīd jau pa apli ir izvietoti pieci rūķīši m_2, t_1, m_1, t_2, m_3. Vēl viens rūķītis jāievieto starp rūķīšiem m_2 un m_3. Tā kā abi kaimiņi meļi var būt tikai taisnību runājošajam rūķītim, tad brīvajā vietā var būt tikai rūķītis t_3. Esam ieguvuši gadījumu, kad pa apli stāv 3 meļi un 3 taisnību runājošie rūķīši.

No risinājuma gaitas redzams, ka citi varianti nav iespējami.

1.3. Trešā kārta

1.3.1. 2 *km* 400 *m* : 300 – 60 *dm* =

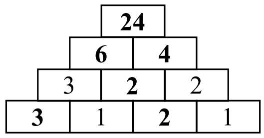
= 2400 *m* : 300 – 60 *dm* =

= 8 *m* – 60 *dm* =

= 80 *dm* – 60 *dm* =

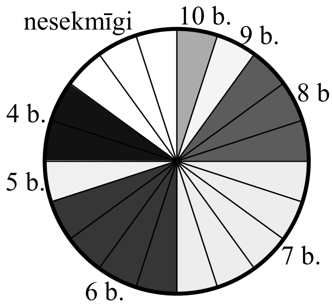
= **20 *dm***

1.3.2. Skat., piem., A1.3. zīm. (tajā izcelti atbilstoši uzdevuma prasībām ierakstītie skaitļi).



A1.3.zīm.

1.3.3. Nesekmīgu vērtējumu ieguvuši $20-(1+1+3+5+4+1+2)=\mathbf{3}$ skolēni.



A1.4.zīm.

Vismaz 7 balles ieguva 1 + 1 + 3 + 5 = 10 skolēni jeb **puse** no klases skolēniem.

Piemēru, kā rezultātus var attēlot riņķa diagrammā, skat. A1.4. zīm.

1.3.4. Zem zvaigznītēm paslēpušies skaitļu pēdējie cipari (arī viencipara skaitlim tā vienīgo ciparu varam saukt gan par pirmo, gan par pēdējo).

Ievērosim, ka *reizinājuma pēdējais cipars vienāds ar reizinātāju pēdējo ciparu reizinājuma pēdējo ciparu* (t.i., lai noskaidrotu vairāku skaitļu reizinājuma pēdējo ciparu, pietiek sareizināt šo skaitļu pēdējos ciparus, iegūtā reizinājuma pēdējais cipars būs arī pašu skaitļu reizinājuma pēdējais cipars; par to varam pārliecināties, piemēram, apskatot „reizināšanas stabiņā” algoritmus).

Tātad šajā uzdevumā mums jānoskaidro, kāds varētu būt tas cipars *, kuru sareizinot pašu ar sevi, reizinājuma pēdējais cipars atkal ir *.

Pārbaudot reizinājumus

0 · 0 = 0; **1 · 1 = 1**; 2 · 2 = 4; 3 · 3 = 9; 4 · 4 = 16;

5 · 5 = 2**5**; **6 · 6 =** 3**6**; 7 · 7 = 49; 8 · 8 = 64; 9 · 9 = 81.

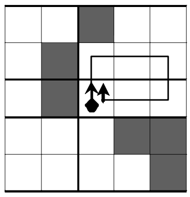
Pārbaudot izceltās iespējas, redzam, ka pareizu vienādību iegūst tikai gadījumā, ja * = 5: **25 · 5 = 125**.

Uzdevumu var risināt, arī tieši pārbaudot visus 10 reizinājumus:

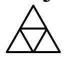
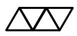
20 · 0 ≠ 120; 21 · 1 ≠ 121; 22 · 2 ≠ 122; 23 · 3 ≠ 123; 24 · 4 ≠ 124;

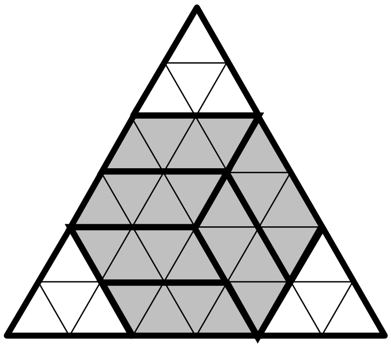
25 · 5 = 125; 26 · 6 ≠ 126; 27 · 7 ≠ 127; 28 · 8 ≠ 128; 29 · 9 ≠ 129.

1.3.5. Robots pārvietosies bezgalīgi ilgi pa taisnstūrveida maršrutu, kas parādīts A1.5. zīmējumā.



A1.5.zīm.

1.3.6. Lielais trijstūris sastāv no 36 maziem trijstūrīšiem, katra dalījumā iegūstamā figūriņa sastāv no 4 maziem trijstūrīšiem, tātad dalījumā pavisam tiks iegūtas 36 : 4 = 9 figūriņas. Tā kā viena veida figūriņām jābūt divas reizes vairāk nekā otra veida figūriņām, tad dalījumā jāiegūst 3 figūriņas  un 6 figūriņas . Vienu no veidiem, kā to var izdarīt, skat., piem., A1.6. zīm.



A1.6.zīm.

1.4. Ceturtā kārta

1.4.1. Viens no risinājumiem ir, piemēram, šāds: $9-8+7-6+5-4+3-2+1=5$.

1.4.2. a) 3 *dm* + 17 *mm* = 317 *mm* > 31 *cm* = 310 *mm*

b) 1 h 30 *min.* = 90 *min.* < 23 *min.* · 5 = 115 *min.*

1.4.3. Tā kā uzdevumā prasīts tikai uzrakstīt četrus skaitļus, par atrisinājumu der jebkurš skaitlis, kas ir mazāks nekā skaitlis 5,5 $=5\frac{1}{2}$ (piemēram, 5; 4; 3; 2; 1; 0; u.t.t.).

To, ka der tikai tie *x*, kas ir mazāki nekā $5\frac{1}{2}$, iegūst, atrisinot doto nevienādību (atrisinot nevienādību izmantots, ka, patiesas nevienādības **abām pusēm pieskaitot vai atņemot vienu un to pašu** skaitli, nevienādība paliek patiesa):

$$x+7>3x-4$$

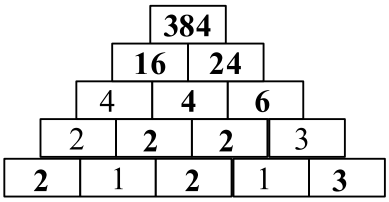
$$3\cdot x-4<x+7$$

$$3\cdot x-4+4<x+7+4$$

$$3\cdot x-x<x-x+11$$

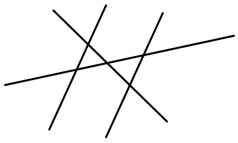
$$2\cdot x<11 \text{ un tad } x<5\frac{1}{2}$$

1.4.4. Skat., A1.7. zīm. (tajā treknrakstā izcelti atbilstoši uzdevuma prasībām ierakstītie skaitļi).



A1.7.zīm.

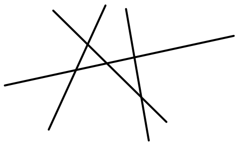
1.4.5. Viens no iespējamiem atbilžu variantiem redzams A1.8. zīm.



A1.8.zīm.

Lai uzzīmētu 4 taisnes atbilstoši prasītajam, noteikti divas no tām būs paralēlas (t.i., tādas, kuras nekad nekrustojas). Pretējā gadījumā vai nu visas taisnes savā starpā krustojas un tad tām kopā ir 6 krustpunkti, vai arī trīs no taisnēm iet caur vienu punktu un ceturtā taisne krusto šīs trīs taisnes – kopā ir 4 krustpunkti.

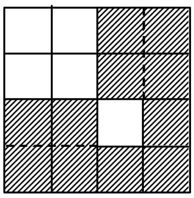
Ievēro! A1.9. zīm. attēlotajām taisnēm **nav** 5 krustpunkti, jo, tā kā taisnes ir bezgalīgas, tās var neierobežoti pagarināt, tādējādi rodas vēl viens krustpunkts.



A1.9.zīm.

1.4.6. No dotā iegūstam, ka 1 burka ar zemeņu ievārījumu sver 3 kg 500 g : 5 = 700 g. Tā kā tukša burka sver 200 g, tad ievārījuma masa katrā burkā ir 700 g – 200 g = 500 g. Tātad 10 pilnās burkās būs 500 g · 10 = 5000 g = **5 kg** zemeņu ievārījuma.

1.4.7. a) Varam pagarināt jau ievilktās taisnās līnijas tā, lai kvadrāts tiktu sadalīts 16 vienādos kvadrātiņos. Tad, lai iekrāsotu $\frac{11}{16}$ no dotā kvadrāta, pietiek iekrāsot 11 no šiem kvadrātiņiem. Vienu no veidiem, kā to var izdarīt, skat., A1.10. zīm.



A1.10.zīm.

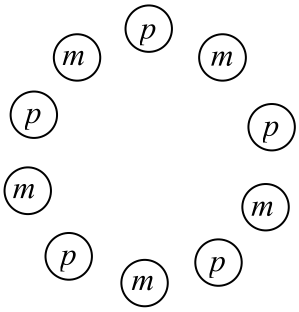
b) Viegli redzēt (un aprēķināt), ka neiekrāsoti palika 16 – 11 = 5 mazie kvadrāti.

1.4.8. Tā kā ir doti 5 cipari un, rakstot skaitli, tiem visiem jābūt dažādiem, tad lielākais skaitlis, ko var uzrakstīt, noteikti ir piecciparu. Lai uzrakstītu vislielāko skaitli, tā desmittūkstošu šķirā jāraksta lielākais no dotajiem cipariem, tūkstošu šķirā – nākamais lielākais, simtu šķirā – nākamais u.t.t. Tādējādi iegūstam, ka lielākais „labais" skaitlis ir 97531.

1.4.9. Ja riņķi ir vienādi, tad ir vienādi to rādiusi. Redzam, ka katra sešstūra mala sastāv no diviem rādiusiem, kas katrs ir 3 *cm* garš. Tātad katras sešstūra malas garums ir $2 \cdot 3 = 6$ *cm*. Tā kā visas šī sešstūra malas ir vienādas, tā perimetrs ir $6 \cdot 6 = 36$ *cm*.

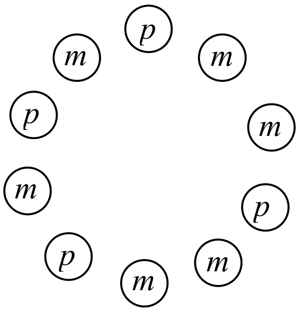
1.4.10. Atbilstoši uzdevuma nosacījumiem, jebkuram patiesajam rūķītim abās pusēs noteikti ir meļi. Savukārt jebkuram melim abi blakus esošie rūķīši noteikti nevar būt meļi, tāpēc viens vai abi no tiem ir rūķīši, kas vienmēr saka patiesību.

Izmantojot šos secinājumus, varam izveidot, piemēram, A1.11. zīm. attēloto situāciju, kur katram patiesajam rūķītim (*p*) abi blakus esošie rūķīši ir meļi (*m*), bet meļiem blakus abi rūķīši vienmēr saka patiesību .

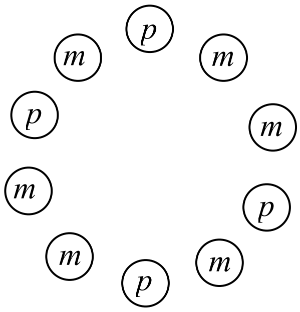


A1.11.zīm.

Protams, iespējami arī citi atrisinājumi, piemēram, izvēloties gadījumus, kad ne vienmēr melim blakus stāv divi patiesie rūķīši (skat., piem., A1.12. un A1.13.zīm.).



A1.12.zīm.



A1.13.zīm.