1. KONKURSS 4. KLASĒM „TIK VAI... CIK?"

2007./2008. M. G.

1.1. PIRMĀ KĀRTA

1.1.1. Atbilde: B.

Risinājums: 2007 – 19 + 21 = 2009.

1.1.2. Atbilde: 16 cm.

Risinājums: Kvadrāta (un tātad arī trijstūru) vienas malas garums ir 8 cm : 4 = 2 cm. Attēlotās figūras robeža sastāv no 8 šādiem nogriežņiem, tātad perimetrs ir 8 · 2cm = 16 cm.

1.1.3. Atbilde: B.

Risinājums: 1 ābols sver 150 g, 1 bumbieris sver 50 g, 1 arbūzs sver 5 kg.

1.1.4. Atbilde: B.

Risinājums: Zinām, ka, palielinot mazināmo par kādu skaitli, starpība arī palielinās par to pašu skaitli. Savukārt, mazinātāju samazinot par kādu skaitli, starpība palielināsies par to pašu skaitli.

Tātad, ja mazināmo palielinās par 2, tad starpība arī palielināsies par 2. Un, ja mazinātāju samazinās par 2, tad tieši par 2 palielināsies starpība. Tātad kopā starpība būs **palielinājusies** par $2+2=\mathbf{4}$.

Izvēlēsimies un apskatīsim konkrētu piemēru! Sākotnējā izteiksmē $10-3=7$ mazināmo (10) palielināsim par 2 $(10+2=12)$ un mazinātāju (3) samazināsim par 2 $(3-2=1)$. Aprēķinot starpību, iegūstam $12-1=11$. Jauniegūtā starpība ir palielinājusies par $11-7=4$.

1.1.5. Atbilde: C.

Risinājums: Redzam, ka kvadrāts *ABCD* sastāv no 9 vienādiem kvadrātiem. No tiem četri kvadrāti ir iekrāsoti pilnībā; savukārt vēl četriem ir iekrāsota tieši puse. Viegli saprast, ka no šīm 4 pusēm varam izveidot 2 pilnus iekrāsotus kvadrātus. Tātad iekrāsoti kopā būs $4+2=6$ no 9 kvadrātiem, t.i., $\frac{6}{9}$ no kvadrāta *ABCD* laukuma.

1.1.6. Atbilde: D.

Risinājums:

$$400\cdot 200=(4\cdot 100)\cdot(2\cdot 100)=(4\cdot 2)\cdot(100\cdot 100)=8\cdot 10\,000=80\,000.$$

1.1.7. Atbilde: B.

Sniegsim divus veidus, kā atrisināt šo uzdevumu.

1. risinājums: Padomāsim, cik māju ir katrā ielas pusē! Ielas kreisajā pusē ir 11 mājas (no 1 līdz 21 ir 11 nepāra skaitļi), bet labajā pusē ir 18 mājas (no 2 līdz 36 ir 18 pāra skaitļi). Tātad pavisam ir $11+18=29$ mājas.

2. risinājums: Redzam, ka uz ielas ir visas mājas no 1. līdz 22. mājai ieskaitot, tātad kopā 22 mājas. Atliek saskaitīt, cik vēl māju ir ielas labajā pusē sākot no divdesmit ceturtās: 24., 26., 28., 30., 32., 34. un 36; tātad kopā vēl 7 mājas. Tātad pavisam uz ielas ir $22+7=29$ mājas.

1.1.8. Atbilde: E.

Risinājums: Šo uzdevumu var atrisināt, izmantojot izslēgšanas metodi – pakāpeniski pārbaudot visus dotos atbilžu variantus un „atmetot” nederīgos.
A) 1 neder, jo tad reizinājumam jābūt tādam pašam kā otram reizinātājam (jebkuru skaitli reizinot ar 1, iegūstam to pašu skaitli);
B) 2 neder, jo, pat ņemot vislielāko četrciparu skaitli, kas sākas ar 2, t.i., 2999, un sareizinot to ar 2, iegūsim ($2 \cdot 2999 = 5998$) četrciparu skaitli, taču rezultātā jāiegūst piecciparu skaitlis. Iegūta pretruna.

C) Ja M = 3, tad A=1: $\overline{3ATE}$ ·3<3999·3=11997. Tātad T jābūt 1 vai 0 – pretruna, jo visiem cipariem jābūt dažādiem un neviens no tiem nav 0.
D) Ja M = 5, tad A jābūt vai nu 5, vai 0. Neviena no šīm iespējām neder.
E) Atliek variants M = 8. Viegli redzēt, ka tas der, jo 8692 · 8 = 69536.
Var pierādīt, ka aizstāt burtus ar cipariem citā veidā nekā parādītajā piemērā nevar.

1.1.9. Atbilde: E.

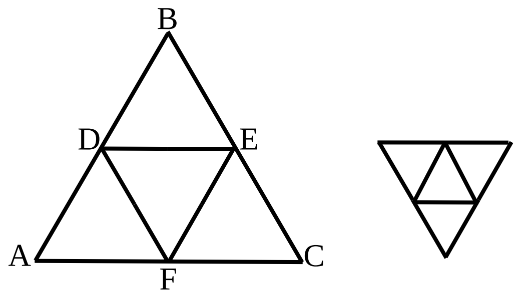
Risinājums: Ievērojam, ka četrstūri veidojas, tikai kombinējoties lielajam trijstūrim ar vidējo trijstūri, kā arī vidējam trijstūrim kopā ar mazo trijstūri (skat. A1.1.zīm.). Turklāt šie gadījumi ir līdzīgi, tātad iegūstamo četrstūru skaiti tajos būs vienādi. Tātad pietiek apskatīt vienu no gadījumiem.

Apskatām lielākā un vidējā trijstūra veidoto figūru.

Viena veida četrstūri veidojas, „piesedzot” kādu no virsotnēm *A*, *B* vai *C*. Tādējādi rodas 3 četrstūri *DBCF*, *ECAD* un *FABE*.

„Piesedzot” vienlaicīgi divas no virsotnēm *A*, *B* un *C*, rodas 3 četrstūri *DECF*, *EFAD* un *FDBE*. Citu iespēju, kā iegūt četrstūrus, nav. Tātad kopā ieguvām $3+3=6$ četrstūrus.

Tāpat arī vidējā un mazākā trijstūra veidotajā figūrā iegūstam 6 četrstūrus. Tātad kopā redzami $6+6=12$ četrstūri.



A1.1. zīm.

1.1.10. Atbilde: A.

1.1.11. Atbilde: C.

Risinājums: Ievērosim, ka no pirmdienas uz otrdienu temperatūra palielinājās par 1°, no otrdienas uz trešdienu – par 2°, **no trešdienas uz ceturtdienu – par 4°**, no ceturtdienas uz piektdienu temperatūra samazinājās par 3°, no piektdienas un sestdienu – par 2°, bet no sestdienas uz svētdienu – par 3°!

1.1.12. Atbilde: C.
Risinājums: pārbaudīsim katru atbildes variantu.
A) Nekas nav zināms, vai zēni arī rotaļājas ar lellēm, tāpēc nevar droši apgalvot, ka visi bērni rotaļājas ar lellēm.

B) Ja bērns nelasa grāmatas, tad viņš arī nerotaļājas ar lellēm. Tā kā visi zēni lasa grāmatas, bet meitenes spēlējas ar lellēm (tātad nevar būt, ka viņas nelasa grāmatas), tad nav neviena bērna, kas atbilst šim apgalvojumam.

C) Zēni lasa grāmatas (pēc dotā), un nevar būt, ka meitenes nelasa grāmatas (jo tad viņas nerotaļātos ar lellēm), tātad visi bērni lasa grāmatas – **patiess apgalvojums.**

D) No dotajiem apgalvojumiem neko nevar secināt par zēnu un meiteņu sadalījumu klasē.

E) Arī šīs apgalvojums nav patiess, jo, kā pamatots iepriekš, arī meitenes lasa grāmatas.

1.2. OTRĀ KĀRTA

1.2.1. Atbilde: B.

Risinājums: $33-3\cdot 35:5+2=33-105:5+2=33-21+2=12+2=14$.

1.2.2. Atbilde: B.

Risinājums: Viens no risinājuma veidiem ir šāds. Pieņemsim, ka visi 10 dzīvnieki ir kaķi. Tad tie kopā būtu apēduši 50 kotletes, paliek vēl 6 kotletes. Tā kā katrs suns apēda par 1 kotleti vairāk nekā katrs kaķis, tad šīs 6 „liekās” kotletes ir tikušas suņiem – katram pa vienai. Tāpēc suņu ir 6, bet kaķu ir 10 – 6 = 4.

Protams, par pareizu uzskatāms arī jebkurš cits risinājums, kas noved līdz pareizai atbildei.

1.2.3. Atbilde: C.

1.2.4. Atbilde: E.

Risinājums: B, C un D figūras vispār nav kuba izklājumi. Figūra A ir kuba izklājums, taču tas nav dotā metamā kauliņa izklājums – ievērojam, ka punktu summai uz šī metamā kauliņa pretējām skaldnēm jābūt 7, taču, piem., 6 + 3 = 9 nav 7. Tātad atliek tikai variants E. Pārbaudot secinām, ka tas patiešām ir tāda paša kauliņa izklājums, kāds redzams U1.5.zīm.

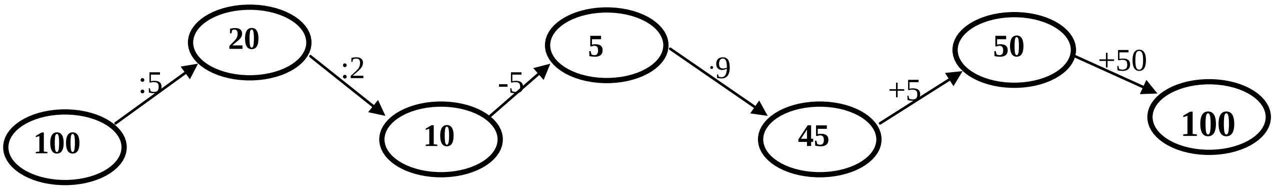
1.2.5. **1)** 156 dm = 15 m 60 cm < 3 m 14 cm · 5 = 15 m 70 cm

2) 432 min. – 3000 s = 432 min. – 50 min. = 382 min. = 6 h 22 min. > 4 h 2 min.

1.2.6. Atbilde: 12 minūtēs.

Risinājums: Tā kā vectētiņš no mājas līdz veikalam var nokļūt 30 min., bet mazdēliņš pārvietojas 10 reizes ātrāk, tad Jānītis no veikala līdz vectētiņa mājai nokļūs 3 min. No veikala līdz Jānīša mājai ir 3 reizes tālāk, tātad ceļā jāpavada 3 reizes ilgāks laiks, tāpēc no savas mājas līdz veikalam Jānītis brauc 9 min. Kopā visu ceļu no savas mājas līdz vectētiņa mājai Jānītis var veikt 3+9=12 min.

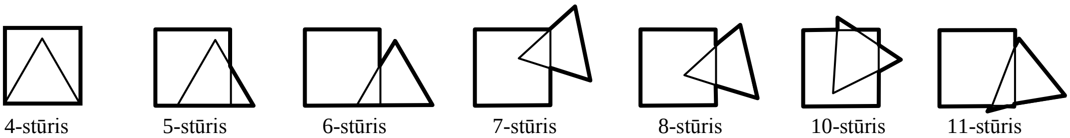
1.2.7. Lai atrisinātu šo uzdevumu atceramies, ka saskaitīšanai pretējā darbība ir atņemšana, atņemšanai attiecīgi – saskaitīšana, reizināšanai pretējā darbība ir dalīšana un dalīšanai – reizināšana. Varam sākt risināt uzdevumu „no beigām” un, lietojot pretējās darbības, virzīties no labās uz kreiso pusi. Neaizmirsīsim pārbaudīt rezultātu! Skat. A1.2.zīmējumu.



A1.2. zīm.

1.2.8. Mēs nevaram iegūt figūru ar mazāk kā četrām virsotnēm, jo kvadrātam jau ir 4 virsotnes un trijstūris nevar to pilnībā pārklāt. Nevaram iegūt arī figūru ar vairāk nekā 11 virsotnēm, jo iegūtā daudzstūra virsotnes var būt 4 kvadrāta virsotnes + 3 trijstūra virsotnes + ne vairāk kā 4 virsotnes, kas rodas, trijstūra malām krustojot kvadrāta malas. Tiešām, trijstūris var krustot ne vairāk kā 2 kvadrāta blakus malas (jo lielākais attālums starp trijstūra diviem punktiem vienāds ar trijstūra garākās malas garumu, šajā gadījumā 1 cm), katru ne vairāk kā 2 punktos.

Gadījumi, kad iegūstamo virsotņu skaits ir 4, 5, 6, 7, 8, 10 un 11, skat. A1.3.zīm. Protams, zīmējumi katram gadījumam var būt arī citi.



A1.3. zīm.

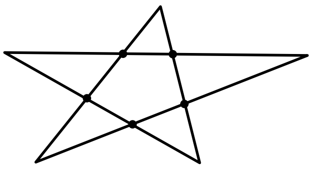
1.2.9. Atbilde: ir tieši viens godīgs rūķītis.

Risinājums: Uzdevumā teikts, ka vismaz vienam godīgam rūķītim jābūt. Savukārt, ja būtu 2 vai vairāk godīgi rūķīši, tad, izvēloties šos divus rūķīšus, starp tiem nebūtu neviena meļa – pretruna ar uzdevuma nosacījumiem.

1.3. TREŠĀ KĀRTA

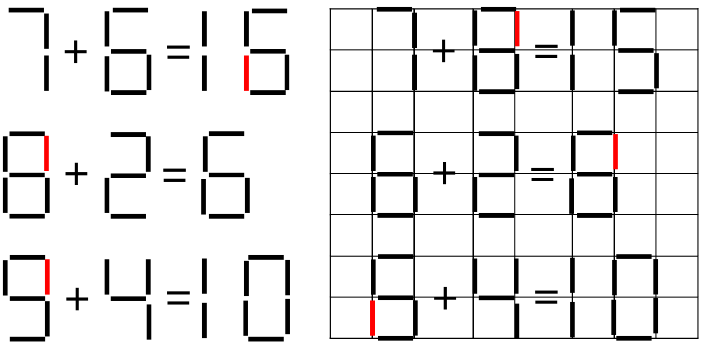
1.3.1. (15 h 15 min. + 45 min.) · 6 = 16 h · 6 = 96 h = **4 diennaktis.**

1.3.2. Skat., piem., A1.4.zīm.



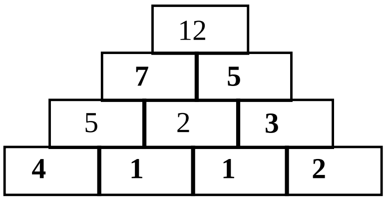
A1.4. zīm.

1.3.3. Skat., piem., A1.5.zīm.



A1.5. zīm.

1.3.4. Vienīgo pareizo atbildi skat. A1.6.zīm.



A1.6. zīm.

Ievērojam, ka vienīgais veids, kā izteikt 2 kā divu naturālu skaitļu summu, ir $1+1=2$. Tālāk pakāpeniski iegūstam pārējos iztrūkstošos skaitļus.

1.3.5. Atbilde*:* Ašajam ir zaļa cepure, Īsajam – sarkana cepure, Nīgrajam – pelēka cepure.

Risinājums: No 2), 3) un 4) nosacījuma seko, ka Īsajam ir sarkana cepure (viņam nav pelēka cepure, jo viņš neguļ ilgāk par citiem, un viņam nav zaļa cepure, jo viņam garšo piens).

No 1) nosacījuma, ka Ašajam nav pelēka cepure, un no secinājuma, ka sarkana cepure ir Īsajam, seko, ka Ašajam var būt tikai zaļa cepure.

Tā kā sarkanā un zaļā cepures jau „aizņemtas”, atliek vienīgi iespēja, ka Nīgrajam ir pelēka cepure. Pārbaudot secinām, ka tas atbilst uzdevuma nosacījumiem.

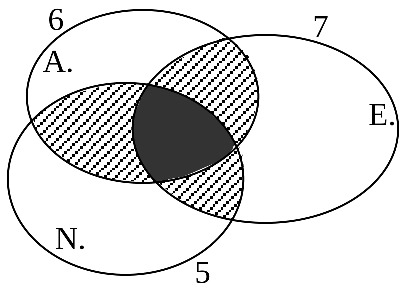
1.3.6. Atbilde*:* visas trīs grāmatas izlasīja 4 skolēni, bet nav neviena skolēna, kas izlasīja tieši divas grāmatas.

Risinājums: Iespējami vairāki risinājuma veidi.

1.risinājums. Pieņemsim, ka katrs bērns lasīja savu grāmatas eksemplāru (viens bērns izlasīja ne vairāk kā vienu katra nosaukuma grāmatu). Tad pavisam tika izlasītas 7 + 6 + 5 = 18 grāmatas.

Seši skolēni izlasīja tikai 1 grāmatu, tātad 18 – 6 = 12 grāmatas izlasīja tie bērni, kas izlasījuši vairāk nekā 1 grāmatu. Tādu skolēnu (kas izlasījuši vairāk nekā 1 grāmatu) ir 10 – 6 = 4. Katrs no šiem 4 skolēniem var būt izlasījis vai nu 2, vai 3 grāmatas. Ja kāds no viņiem būtu izlasījis tikai 2 grāmatas, tad viņi visi četri kopā būtu izlasījuši **mazāk** nekā $4\cdot 3=12$ grāmatas, bet viņi kopā ir izlasījuši **tieši** 12 grāmatas. Tas iespējams tādā gadījumā, ja 4 skolēni izlasījuši visas trīs grāmatas, un nav neviena skolēna, kas izlasīja tieši 2 grāmatas.

2.risinājums. Apskatīsim diagrammu (skat. A1.7.zīm.). Tie, kas izlasījuši „Alisi Brīnumzemē” (A.), attēloti elipses A. iekšpusē, elipses E. iekšpusē attēloti tie, kas izlasījuši grāmatu par Emīla nedarbiem (E.), bet elipses N. iekšpusē attēloti tie, kas lasīja par Nezinīti (N.). Iesvītrotajos apgabalos iekļauti tie, kas izlasījuši tieši 2 atbilstošās grāmatas, bet melnajā apgabalā iekļauti tie, kuri izlasījuši visas 3 grāmatas.



A1.7. zīm.

Katra elipse satur 1 balto apgabalu, 2 iesvītrotos apgabalus, katrs no kuriem pieder 2 elipsēm, un 1 melno apgabalu, kurš pieder visām trim elipsēm. Apzīmēsim visos baltajos apgabalos kopā iekļauto skolēnu skaitu ar v (tie ir tie, kas izlasījuši tikai 1 grāmatu), pie tam $\boldsymbol{v}$ **= 6**; visos iesvītrotajos apgabalos kopā iekļauto skolēnu skaitu ar d (tie ir tie, kas izlasījuši tieši 2 grāmatas); melnajā apgabalā iekļauto skolēnu skaitu ar t (tie, kas izlasījuši visas 3 grāmatas).

Tad $6 + 7 + 5 = 18 = v + 2d + 3t$. Tā kā $v = 6$, tad

$$\mathbf{2d + 3t = 12}.$$

Grāmatu A. nav lasījuši $10 - 6 = 4$ skolēni; tie ir tie, kas izlasīja tikai E., tikai N. vai 2 grāmatas E. un N. (2 balti apgabali un viens iesvītrotais); grāmatu E. nelasīja $10 - 7 = 3$ skolēni, un grāmatu N. nelasīja $10 - 5 = 5$ skolēni. Ja saskaitīsim šos trīs skaitļus, tad divreiz tiks ieskaitīti visi baltie apgabali un vienreiz visi iesvītrotie apgabali (t.i., šajos apgabalos iekļautie skolēni). Tātad $4 + 3 + 5 = 12 = 2v + d$. Tā kā $v = 6$, tad $12 = 2\cdot6 + d$ jeb $12 = 12 + d$ un $d = 0$. Tad no iepriekš izceltās vienādības iegūstam $2\cdot0 + 3t = 12$ jeb $t = 12:3 =$ **4**.

1.4. Ceturtā kārta

1.4.1. Sniegsim divus piemērus, kā var atrisināt šo uzdevumu:

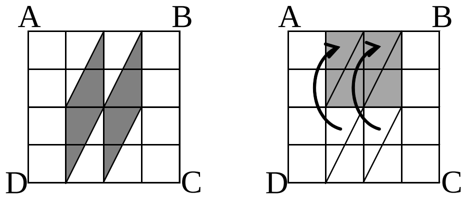
$$((1\cdot2+3)\cdot4:5\cdot6-7-8):9=1$$

$$1+2+3+4-5+6+7-8-9=1$$

1.4.2. Piemēram, 912, 12121212 u.c.

Der visi trīs un vairāk ciparu skaitļi, kuru pēdējie cipari ir 12, bet pārējo ciparu summa ir 9. Tiešām, lai skaitlis dalītos ar 12, tam jādalās gan ar 4, gan ar 3 (jo $12=4\cdot3$ un skaitļiem 4 un 3 nav citu kopīgu dalītāju kā 1). Savukārt skaitlis dalās ar 3, ja tā ciparu summa dalās ar 3 ($9+1+2=12$ dalās ar 3), un skaitlis dalās ar 4, ja tā pēdējo divu ciparu veidotais skaitlis dalās ar 4 (12 dalās ar 4).

1.4.3. Pārvietojot iekrāsotās dalās tā, kā parādīts A1.8.zīm., redzam, ka nokrāsotas ir 4 no 16 rūtiņām, tātad kvadrātā ABCD ir iekrāsota $\frac{4}{16}$ jeb $\frac{1}{4}$ daļa laukuma.



A1.8. zīm.

1.4.4. Atbilde: C

Risinājums: **C** un **E** ir pretrunīgi apgalvojumi, tāpēc viens no tiem ir patiess, bet otrs aplams. Piramīdu ir par 6 vairāk nekā kubiņu, tātad $a-6=b$ jeb $a=b+6$; tātad **E** ir patiess un <u>**C** ir aplams.</u> Bumbiņu ir 2 reizes mazāk nekā piramīdu, tātad $m=a:2$ jeb $a=2\cdot m$; tātad **B** ir patiess. Tā kā $a=2\cdot m$ un $a=b+6$, tad $2m=b+6$ un **A** ir patiess. Saskaitot vienādības $a=2m$ un $a=b+6$, iegūstam $2a=b+2m+6$, tāpēc **D** arī ir patiess.

1.4.5. 1) 156 mm < 3 cm 14 mm · 5 **2)** 7 h 2 min. > 432 min. – 3000 s

1.4.6. Atbilde: trešdien, ceturtdien, piektdien, sestdien.

1.4.7. Atbilde: C, E.

Risinājums: no pirmdienas uz otrdienu temperatūra paaugstinājās par 1 ^oC.
no otrdienas uz trešdienu temperatūra paaugstinājās par 2 ^oC.
no trešdienas uz ceturtdienu temperatūra paaugstinājās par **4 ^{o}C**.
no ceturtdienas uz piektdienu temperatūra samazinājās par 3 ^oC.
no piektdienas uz sestdienu temperatūra samazinājās par 2 ^oC.
no sestdienas uz svētdienu temperatūra samazinājās par **4 ^{o}C**.

1.4.8. Atbilde: 16 cm.

Risinājums: Kvadrāta (un tātad arī trijstūru) vienas malas garums ir $8\,cm:4=2\,cm$. Attēlotās figūras robeža sastāv no 8 šādiem nogriežņiem, tātad perimetrs ir 8 · 2 *cm* = 16 *cm*.

1.4.9. Atbilde: Par 23 minūtēm.

Risinājums: 1) 40 · 1 min. 32 s = 40 · 92 s = 3680 s (pēc tik ilga laika biļeti saņems četrdesmitais cilvēks rindā)

2) 25 · 1 min. 32 s = 25· 92 s = 2300 s (pēc tik ilga laika biļeti saņems divdesmit piektais cilvēks rindā)

3) 3680 s – 2300 s = 1380 s = 23 min. (par tik minūtēm ātrāk nekā četrdesmitais cilvēks biļeti saņems divdesmit piektais cilvēks).

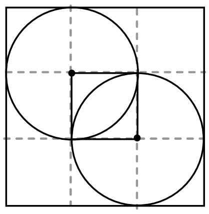
1.4.10. Vienu šķirā cipars 9 sastopams 10 reizes – katrā desmitā viens „9" (skaitļos **9**, 1**9**, 2**9**, 3**9**, 4**9**, 5**9**, 6**9**, 7**9**, 8**9**, 9**9**).

Desmitu šķirā cipars 9 arī sastopams 10 reizes – skaitļos **9**0, **9**1, **9**2, **9**3, **9**4, **9**5, **9**6, **9**7, **9**8, **9**9.

Tātad pavisam skaitļos no 0 līdz 100 cipars „9" sastopams 10 + 10 = **20 reizes.**

1.4.11. Kvadrāta malas garums ir 36 cm : 4 = 9 cm.

Sadalot kvadrātu ar pārtrauktām līnijām tā, kā parādīts A1.9.zīm., iegūstam 9 vienādus kvadrātiņus; mazā kvadrātiņa vienas malas garums ir vienāds ar riņķa rādiusu un tas ir trešā daļa no lielā kvadrāta malas. Tātad riņķa rādiuss ir 9 cm:3=3 cm, bet diametrs ir 2·3 cm = **6 cm**.



A1.9. zīm.

1.4.12. a) der tikai skaitlis ***x* = 0**;

b) *x* var būt **jebkurš skaitlis**, jo, jebkuru skaitli dalot ar 1 vai reizinot ar 1, iegūst to pašu skaitli.

1.4.13. a) **Atbilde:** D.

Risinājums: Ja apskatām tikai pozitīvus skaitļus, tad, lai $3 \cdot x$ būtu vienāds ar $5 \cdot y$, x jābūt lielākam nekā y (lai reizinājumi būtu vienādi, mazāks skaitlis jāreizina ar lielāku). Bet arī gadījumā, ja $x = y = 0$, dotā vienādība ir patiesa. Tāpēc $x \geq y$, bet, tā kā starp dotajiem atbilžu variantiem šāda varianta nav, jāatzīmē atbilde D.

b) **Atbilde:** C.

Risinājums: No $17x - 8 = 17y - 8$ seko $17x = 17y$ un tātad $x = y$.

c) **Atbilde:** D.

Risinājums: Var būt gan $x = y$, piem., $2 + 2 = 4$. Var būt arī $x < y$, piem., $1 + 3 = 4$; var būt arī $x > y$, piem., $3 + 1 = 4$.

1.4.14. Mērījumus Valdis izdarīja plkst. 12:00, 13:00, 14:00, 15:00, 16:00 un 17:00 (no plkst. 12:00 līdz plkst. 17:00 paiet 5 stundas), tātad pavisam viņš izdarīja **6 mērījumus**.