

Punktiņš. Aritmētiskās mīklas. *Atrisinājumi*
02.10.2020

1. Visās rindās, kolonās un diagonālēs skaitļu summa ir 111. Atrodi trūkstošos skaitļus!

		7
13	37	

Atbilde.

31	73	7
13	37	61
67	1	43

2. Tabulās darbojas kādas aritmētiskas likumsakarības. Atklāj tās un ieraksti trūkstošo skaitli!

3	6	9	9	4	1
12	15	18	6	6	2
21	24		1	9	

Atbilde. Pirmajā kvadrātā ir visi skaitļa 3 daudzkārtņi pieaugošā secībā tāpēc pēdējā rūtiņā ir jāieraksta skaitlis 27. Otrajā kvadrātā katrā rindā skaitļu summa ir 14, trūkstošais skaitlis ir 4.

3. Ar skaitļiem katrā rindā ir veiktas aritmētiskas darbības. Noskaidro, kādas ir šīs darbības, lai iegūtu rezultātu, kas norādīts aiz vienādības zīmes! Aprēķini skaitli, kas jāraksta jautājuma zīmes vietā!

2	1	2	=	25
1	2	4	=	49
3	3	4	=	?

Atrisinājums. Skaitli 25 var sadalīt reizinātajos $5 \cdot 5$. Vienādības kreisajā pusē skaitļu summa ir 5. Otrajā rindā skaitļu summa ir 7, bet vienādības labajā pusē ir $7 \cdot 7$. Tad līdzīgi skaitļu summa ir $3 + 3 + 4 = 10$. Reizinot šo skaitli pašu ar sevi, iegūst 100, kas arī ir trūkstošais skaitlis.

4. Vēro uzmanīgi! Kādu likumsakarību vari atklāt skaitļu tabulā? Kādu skaitli jāraksta jautājuma zīmes vietā?

7	4
15	12
20	23
28	31
39	36
47	?

Atrisinājums. Var ievērot divas skaitļu virknes

7	4
15	12
20	23
28	31
39	36
47	?

Tā, piemēram, atzīmētajā skaitļu virknē katru nākamo skaitli iegūst, dotajam skaitlim pieskaitot 8 ($7+8=15$; $15+8=23$; $23+8=31$; $31+8=39$; $39+8=47$). Arī otru skaitļu virkni veido tāpat. Tāpēc trūkstošais skaitlis ir $36+8=44$.

Punktiņš. Kopā un atsevišķi

09.10.2020

Atrisinājumi

1. Piecas dažādas konfektes ir jāizvieto uz trim vienādiem šķīvīšiem tā, lai neviens šķīvītis nepalik tukšs. Cik veidos to var izdarīt?

Atrisinājums. Uzdevumu risināsim divos soļos. Pirmkārt, novērtēsim skaitu – cik veidos skaitli 5 var sadalīt trīs saskaitāmajos:

$$5 = 1 + 1 + 3 \quad \text{vai} \quad 5 = 1 + 2 + 2$$

Otrkārt – katrā no sadalījumiem aprēķināsim variantu skaitu.

Variants $1 + 1 + 3$. Izvēlēsimies divas konfektes, kuras pa vienai var likt uz diviem šķīvīšiem. No piecām konfektēm divas konfektes var izvēlēties 10 veidos. Nosauksim konfektes a, b, c, d, e. Visi iespējamie pāri ir ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de. Atlikušās trīs konfektes liek uz pēdējā šķīvīša. Izvietojuma variantu skaits ir 10.

Variants $1 + 2 + 2$. Vienu konfekti var izvēlēties 5 veidos. Atlikušās konfektes a, b, c, d jāsadala divos pāros. Dažādie varianti ir ab un cd; ac un bd; ad un bc. Te kopumā ir $5 \cdot 3 = 15$ konfekšu izvietojuma varianti.

Piecas konfektes uz 3 vienādiem šķīvīšiem var izvietot kopumā 25 veidos.

2. Ir zināms, ka kādā ģimenē ir 5 dažāda vecuma bērni. Cik dažādi brāļu un māsu varianti te var būt, neņemot vērā bērnu konkrēto vecumu, bet ievērojot tikai jaunāks – vecāks attiecību?

Atrisinājums. Vispirms apskatīsim brāļu un māsu iespējamo skaita attiecību:

Māsas	Brāļi
5	0
4	1
3	2
2	3
1	4
0	5

Katram no gadījumiem noteiksim vecuma iedalījuma iespējas.

Ja ir tikai visas māsa vai tikai visi brāļi – tas ir tikai viens māsu (brāļu) iedalījuma pēc vecuma variants.

Ja ir viens brālis un 4 māsas. Iespējami ir 5 gadījumi – brālis ir visjaunākais, vai otrs jaunākais, vai pēc vecuma vidējais, vai otrs bērns ģimenē, vai arī visvecākais.

Ja ir divi brāļi un 3 māsas. Iespējami 10 varianti. Pieņemsim, ka viens brālis ir visjaunākais. Otrs brālis varētu būt otrs jaunākais, vai trešais jaunākais, vai pēc vecuma otrais, vai visvecākais. Pārējos gadījumus aplūko līdzīgi. Pēdējais no variantiem – abi brāļi ir ģimenē visvecākie bērni.

Līdzīgi varianti ir, ja brāļu un māsu attiecība ir otrāda. Kopējais variantu skaits ir

$$1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32$$

3. Ir uzklāts apaļš galds, vēl tikai pie katra no 11 šķīvjiem jānoliek salvetē. Tās ir zilas un baltas. Kāds ir mazākais zilo salvešu skaits, lai noteikti uz galda būtu noliktas trīs zilas salvetes pēc kārtas?

Atrisinājums. Lai blakus nebūtu nekādas divas zilas salvetes, tad lielākais zilo salvešu skaits ir 5 un salvetes var uzlikt pamīšus – balta, zila, balta, zila. Tad divas baltas salvetes būs blakus, jo kopējais salvešu skaits ir nepāra skaitli un balto salvešu ir par vienu vairāk nekā zilo. Var izvēlēties 7 zilas salvetes un 4 baltas. Tās var izkārtot uz galda sekojoši – balta, 2 zilas, balta, 2 zilas, balta, 2 zilas, balta un viena zila. Ja kaut vienu no četrām baltām salvetēm nomainīs ar zilo salveti, tad noteikti uz galda atgādīsies 3 zilas salvetes pēc kārtas Starp 8 salvetēm ir 8 spraugas, kur vispār nolikt balto salveti. Ja pieļaujam, ka divas zilas salvetes var būt blakus, tad būtu jāizvieto 4 baltās salvetes, jo $8 : 2 = 4$. Bet ir tikai 3. Līdz ar to 8 ir mazākais zilo salvešu skaits, pie kura gadīsies, ka 3 zilās salvetes ir noliktas pēc kārtas.

Mājas darba uzdevumi

1. Kādai ģimenei ir 3 bērni. Cik dažādi māsu - brāļu varianti var būt ģimenē, ja neņem vērā šo bērnu konkrēto vecumu, bet aplūko tikai jaunāks - vecāks attiecību?

Atrisinājums. Uzdevumā nav teikts, ka bērni ir dažāda vecuma. Tas nozīmē, ka ģimenē var būt arī trīnīši vai dvīnīši.

Trīnīšu gadījumā ir 4 iespējas – visas māsas, visi brāļi, viena māsa un 2 brāļi vai otrādi.

Dvīņu gadījumā ir 3 iespējas – divas māsas, divi brāļi vai māsa un brālis. Dvīņi ģimenē var būt jaunākie bērni vai vecākie. Trešais bērns var būt brālis vai māsa. Kopējais variantu skaits ir $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$.

Ja visi bērni ir dažāda vecuma, tad sastādām sarakstu

Māsas	Brāļi	Varianti
3	0	1
2	1	3
1	2	3
0	3	1

Sprīdums par variantiem līdzīgs kā otrajā uzdevumā.

Kopējā atbilde – $4 + 12 + 8 = 24$ dažādi brāļu un māsu varianti.

2. Cik daudz dažādos veidos var izvietot 5 draugus ap apaļu galdu?

Atrisinājums. Apsēdinām vienu draugu. No viņa pa kreisi var apsēdināt vienu no četriem atlikušajiem draugiem. Nākamo – vienu no 3 atlikušajiem draugiem, tad vienu no diviem draugiem un tad var apsēdināt pēdējo draugu. Tā variantu skaits ir $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

3. Vairāki draugi pēc skolas mēdz iet uz Gelato kafejnīcu. Nekad viņi neiet visi kopā, ne arī vienatnē. Pēc kāda laika izrādījās, ka ir bijuši 5 kafejnīcas apmeklējumi un katrs no draugiem ar katru citu draugu kafejnīcā bijis tieši vienu reizi. Kāds varētu būt vismazākais draugu skaits? Uzraksti kafejnīcas piecu apmeklējumu piemēru! (draugus apzīmē ar burtiem a, b, c, ...) Paskaidro, kāpēc tas ir mazākais draugu skaits!

Kates Terēzes atrisinājums. (Kate T. draugus apzīmē A, B, C, D, E)

Vismazākais draugu skaits var būt 5. Apmeklējumi varētu būt šādi: ABCD, AE, BE, CE, DE. Nevar būt mazāk: ar 4 draugiem sanāk 6 (AB, AC, AD, BC, BD, CD) vai 4 (ABC, AD, BD,

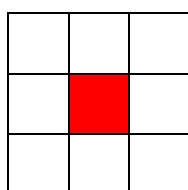
CD) apmeklējumi; ar trim - 3 (AB, BC, AC) apmeklējumi. Ar 2 draugiem var iet tikai visi kopā un katrs vienatnē, ar 1 draugu visi iet kopā un vienatnē vienlaikus, tātad nevar.

Punktiņš. Vecmāmiņas lupatiņu sega
16.10.2020.

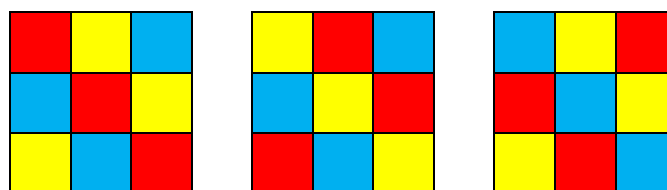
Atrisinājumi

1. Lāsmai ir auduma atgriezumi. Viņa ir izgriezusi 9 vienāda izmēra kvadrātus – 3 zilus, 3 dzeltenus un 3 sarkanus. Viņa grib tos sašūt kopā kvadrāta formā tā, lai katrā rindā un kolonā un abās diagonālēs būtu visu trīs krāsu kvadrāti. Cik dažādu variantu viņa var izveidot?

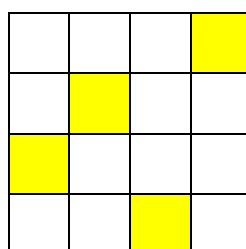
Atrisinājums. Šādu kvadrātu izveidot nevar. Ja vidū liek sarkano kvadrātu, tad uz diagonālēm nevienu sarkano kvadrātu likt nedrīkst. Tas nozīmē, stūros sarkanos kvadrātus nedrīkst likt. Un tāpat nevar likt sarkanos kvadrātus blakus centrālajam kvadrātam.



Komentārs. Var izveidot kvadrātus, kur katrā rindā un kolonā ir visu 3 krāsu kvadrāti. Šādi ir 3 principiāli atšķirīgi gadījumi

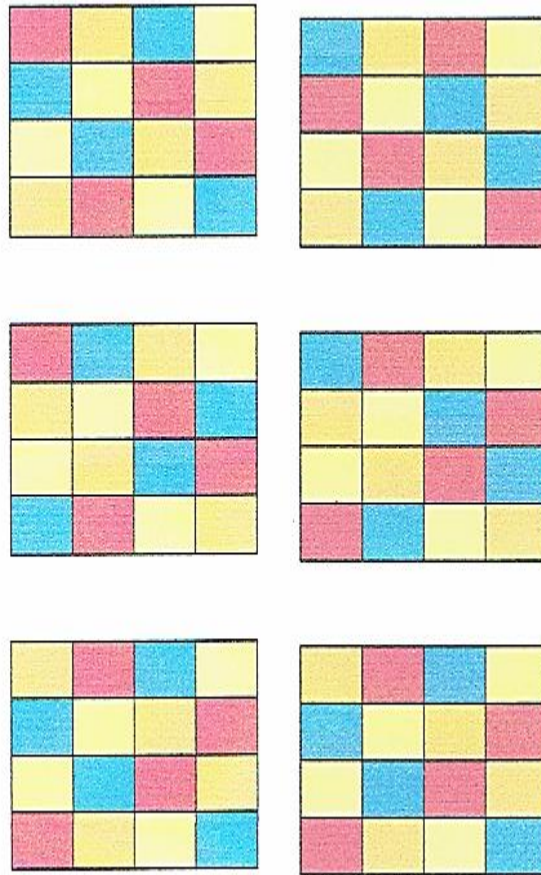


2. Marija grib sašūt kvadrātisku sedziņu, kurā izmantos četru krāsu kvadrātus. Viņa ir izdomājusi, kur tieši izvietos dzeltenos kvadrātus. Cik veidos viņa var salikt pārējos trīs krāsu kvadrātus, lai katrā rindā, kolonā un abās diagonālēs būtu visu četru krāsu kvadrāti ja dzeltenie kvadrāti ir izvietoti tā

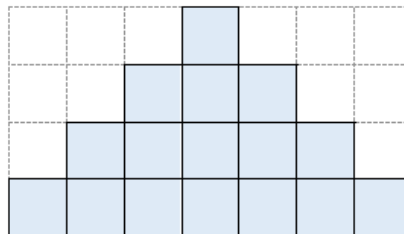


Atrisinājums. Pirmajā rindā ir 3 pozīcijas, kur var izvēlēties iekrāsot sarkano kvadrātiņu. Katra izdarītā izvēle viennozīmīgi nosaka, kur būs izvietoti pārējie sarkanie kvadrātiņi. Ja sarkanais kvadrātiņš pirmajā rindā ir izvietots, tad zilās un zaļās krāsas kvadrātiem ir divas iespējas kā tos izvietot. Līdz ar to ir $3 \cdot 2 = 6$ dažādas krāsojuma iespējas.

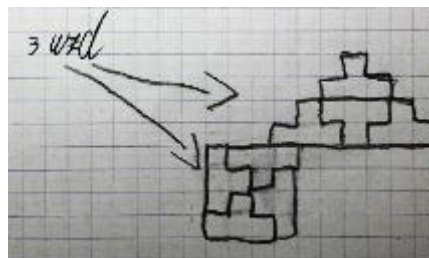
Aleksandrs iesūtījis visus iespējamus variantus:



3. Sadali šo figūru 4 vienādās rūtiņu figūrās tā, lai no tām var salikt kvadrātu!



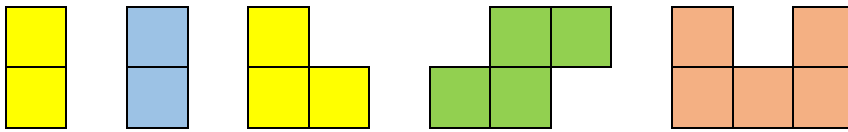
Šarlotes atrisinājums:



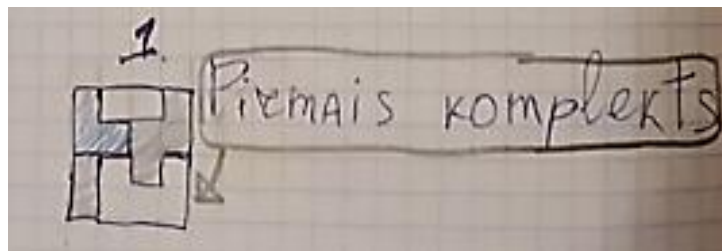
Mājas darba uzdevumi

1. Ullai ir vairāki dažādu formu auduma gabaliņi. Kādu segu viņa var no tiem sašūt?

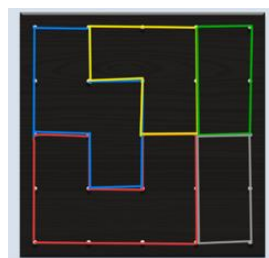
Pirmais komplekts:



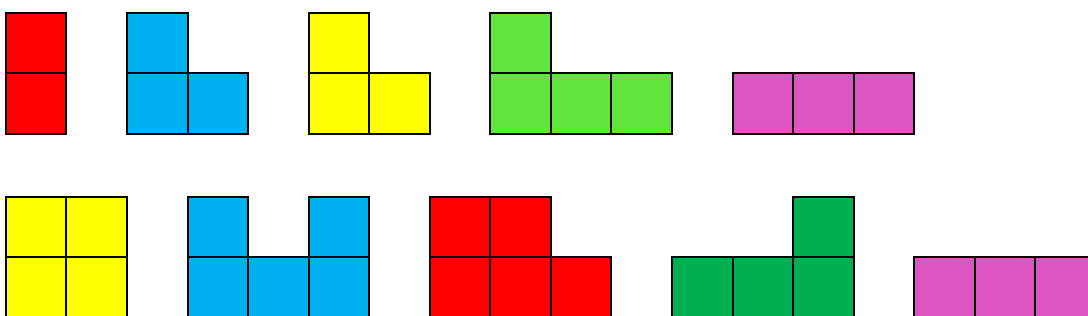
Veronikas atrisinājums:



Jēkaba risinājums:



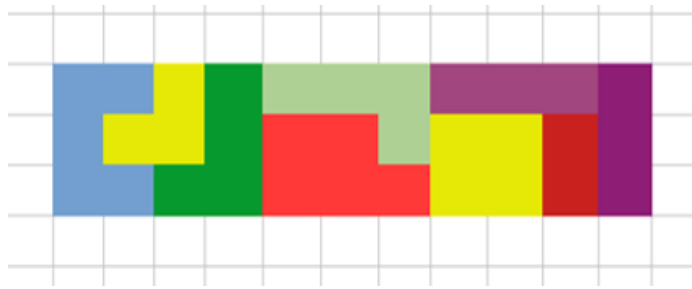
Otrais komplekts (karogam):



Martas risinājums:

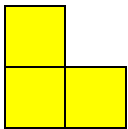


Emīla Haraldas risinājums:

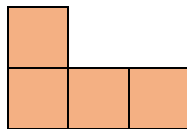


2. Kā no četriem stūrīšiem un 3 L veida figūrām salikt taisnstūri ar izmēru 4 x 6 rūtiņas?

Stūrītis:



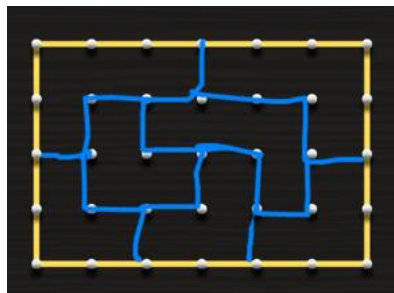
L – veida figūra



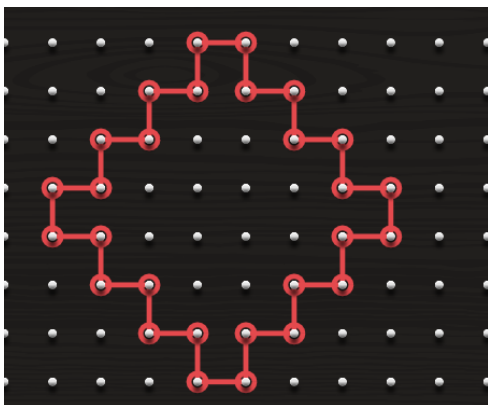
Beatrices atrisinājums:



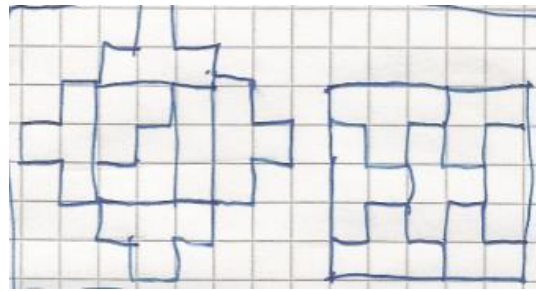
Ernesta atrisinājums:



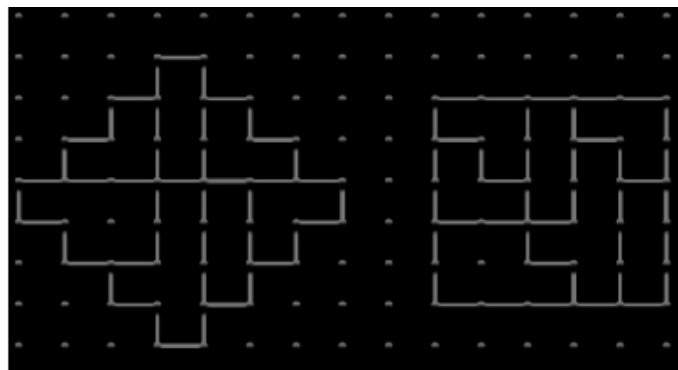
3. Sagriez attēlā redzamo figūru vairākās tādās rūtiņu figūrās, no kurām var salikt kvadrātu. Visām izvēlētām figūrām jāsatver vairāk nekā 2 rūtiņas.



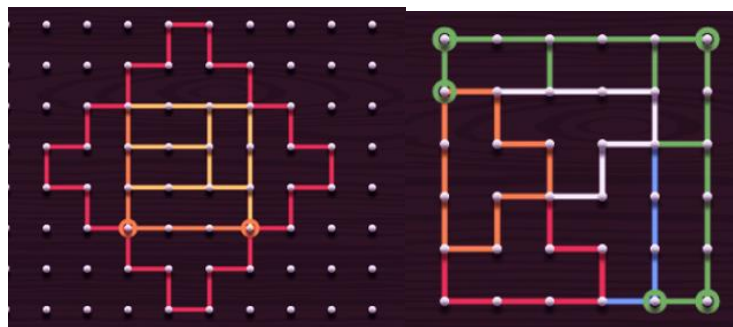
Kārļa risinājums:



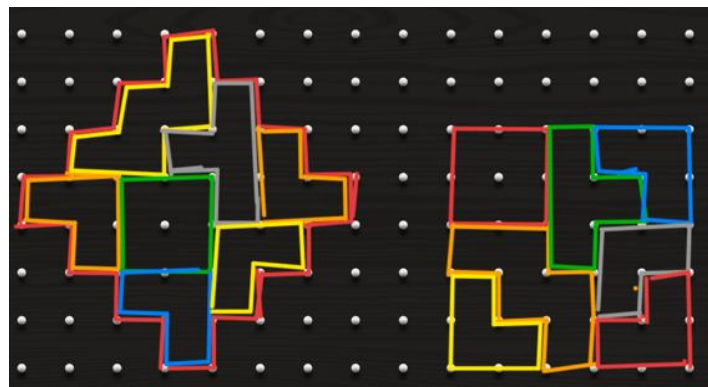
Kates Terēzes risinājums:



Emīla Haralda risinājums:



Jēkaba risinājums:





Punktiņš. Ja man būtu tāda naudiņa

30.10.2020

Atrisinājumi

1. Klāras makā bija pa vienam no katra veida eiro centiem. Ir dažas summas, ko ar šiem centiem nevar samaksāt, piemēram 4 centi. Klāra atrada vēl vienu 2 centu monētu. Kāda ir mazākā nauda summa, ko viņa tagad nevar samaksāt?

Atrisinājums. Klārai ir 1, 2, 2, 5, 10, 20 un 50 centu monētas. Ar monētām, kas mazākas par 10 centiem, viņa var samaksāt jebkuru summu no 1 līdz 10 centi (pārbaudi!). Tad ar monētām, kas mazākas par 50 centiem, viņa var samaksāt jebkuru summu no 1 līdz 40 centi. Mazākā summa, ko Klāra nevar samaksāt, ir 41 cents.

2. Katrā no divām aploksnēm ir 75 eiro. Aploksnēs var būt tikai naudas zīmes un monētas 1, 2, 5, 10 un 20 eiro vērtībā. Vai var tā gadīties, ka vienā aploksnē ir par divām naudas zīmēm vai monētām mazāk nekā otrā aploksnē?

Atrisinājums. Var gadīties. Piemēram:

Vienā aploksnē 20, 20, 20, 10 un 5 eiro

Otrā aploksnē 20, 20, 20, 10, 2, 2 un 1 eiro.

3. Artūram makā ir 100 eiro centu un eiro monētas. Viņš grib nopirkt radio austiņas, kas maksā 39.75 eiro. Izrādījās, ka Artūram ir tieši šī summa un viņš varēja samaksāt precīzu summu ar visām monētām. Kādas monētas varēja būt viņā makā?

Atrisinājums. Uzdevumam var būt daudz risinājumu. Viens no variantiem: Artūram ir 14 monētas pa 2 eiro, 11 monētas pa 1 eiro un 75 eiro centi pa vienai monētai.

Mājas darbs:

1. Naudas zīmes 2, 5, 10 un 20 eiro vērtībā ir ieliktas 3 aploksnēs. Pirmajās divās aploksnēs naudas zīmju skaits ir vienāds, bet naudas summa atšķiras par 12 eiro. Trešajā aploksnē naudas summa ir par 5 eiro lielāka nekā abās pirmajās aploksnēs kopā. Kāda varētu būt lielākā iespējamā naudas summa trešajā aploksnē, ja zināms, ka tur ir 7 naudas zīmes?

Atrisinājums. Septiņu naudas zīmju lielākā vērtība pie dotajiem nosacījumiem var būt 140 eiro. Tad pirmajā divās aploksnes naudas kopējā summa ir 135 eiro, kas nevar būt. Naudas starpība pirmajās divās aploksnēs ir 12 – pāra skaitlis, kas nozīmē, ka abās aploksnēs naudas skaita paritāte ir vienāda. Trešajā aploksnē naudas summa ir nepāra skaitlis. Lielākais nepāra skaitlis, ko var izveidot pie dotiem nosacījumiem ir 125 eiro.

Jēkaba risinājums:

125 eiro tāpēc ka abās pārējās aploksnēs jāiznāk 120. Vienā aploksnē ir 54 un 66 un tos abus var sadalīt uz vienādu naudas zīmju skaitu. 54 uz 6 naudaszīmēm 20, 10, 10, 10, 2, 2 un 66 uz 6 naudaszīmēm 20, 20, 20, 2, 2, 2.

2. Agate loterijā ieguva naudas laimestu. Par pusi no naudas viņa nopirka jaunas kurpes. Par ceturto daļu no atlikuma Agate nopirka jaunu, aizraujošu grāmatu. Kafejnīcā viņa iztērēja trešo daļu no atlikušās naudas. Makā palika vēl 36 eiro. Kāds bija Agates laimests?

Kates Terēzes atrisinājums:

Ja kafejnīcā meitene iztērēja trešo daļu no atlikušās naudas, tad viņai atlika divas trešdaļas jeb 36 eiro. Viena trešdaļa atlikuma ir $36 : 2 = 18$ eiro – tik viņa iztērēja kafejnīcā. Pirms iešanas uz kafejnīcu viņai bija $36 + 18 = 54$ eiro, kas ir trīs ceturtdaļas no naudas, kas palika pāri kad Agate nopirka kurpes. Viena ceturtdaļa šīs naudas būtu $54 : 3 = 18$ eiro, tātad puse laimesta (arī kurpju cena) ir $54 + 18 = 72$ eiro. Laimests ir 144 eiro, jo $72 \times 2 = 144$.

3. Slinkais grāmatvedis vairākās aploksnēs ir salicis naudu. Viņš salicis naudu tā, lai ar vienu vai vairākām aploksnēm uzreiz var izmaksāt jebkuru naudas summu no 1 līdz 100 eiro. Viņš ir izvēlējies vismazāko iespējamo aploksņu skaitu. Cik grāmatvedim ir aploksņu un kāda ir naudas summa katrā no tām?

Atrisinājums. Mazākais aploksņu skaits ir 7 aploksnes. Iespējami vairāki atrisinājumi:

Esteres atrisinājums:

Grāmatvedim ir 7 aploksnes. Pirmajā aploksnē ir 1 eiro. Otrajā aploksnē ir 2 eiro. Trešajā aploksnē ir 4 eiro. Ceturtajā aploksnē ir 8 eiro. Piektajā aploksnē ir 16 eiro. Sestajā aploksnē ir 32 eiro. Septītajā aploksnē ir 64 eiro.

Martas atrisinājums:

Viņam ir septiņas aploksnes, pirmajā ir 50, otrajā ir 25, trešajā ir 13, ceturtajā ir 6, piektajā ir 3, sestajā ir 2, septītajā ir 1.