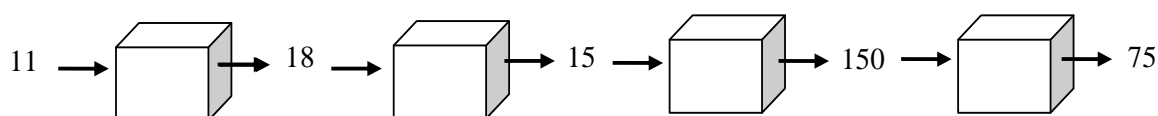


Punktiņa patstāvīgie darbi. (A Grupa) Skaitļošanas mašīnas

13.03.2020

Nodarbības mērķis: attīstīt skolēnu algoritmisko domāšanu; atkārtot skaitļu dalāmības īpašības; vingrināt loģisko domāšanu.

1. uzdevums. Konstruktors Baits ir izgudrojis gudru mašīnu, kas sastāv no vairākiem blokiem. Ja mašīnā ieliek kādu skaitli, tad mašīna aprēķina citu skaitli. Katrs mašīnas bloks veic kādu darbību. Ievieto arī tu mašīnā kādus skaitļus, piemēram, 7, 23 un 34. Kādu atbildi Tu saņēmi?



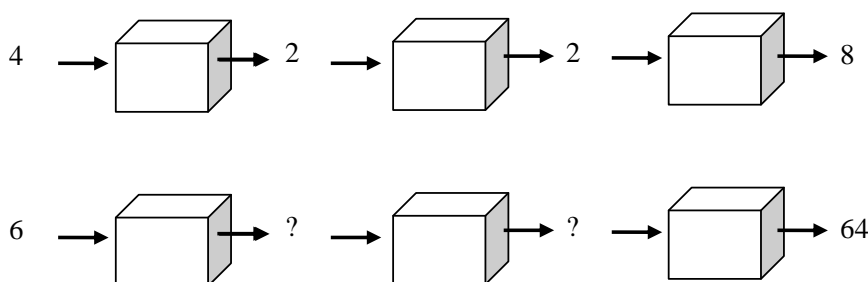
Atrisinājums. Domāju, nav grūti ievērot, ka pirmais bloks dotajam skaitlim pieskaita 7; otrais bloks dotajam skaitlim atņem 3; trešais bloks doto skaitli pareizina ar 10, bet pēdējais bloks skaitli dala ar 2.

Ievadot mašīnā skaitli 7, starprezultātu virkne un iznākums ir 7; 14; 11; 110; 55

Ievadot mašīnā skaitli 23, starprezultātu virkne un iznākums ir 23; 30; 27; 270; 135

Līdzīgi pēdējais iznākums ir 190.

2. uzdevums. Baits izgudroja vēl vienu mašīnu. Vai vari noteikt, kādas darbības veic bloki? Kāds būs rezultāts, ja mašīnā ievadīsi skaitli 10? Bet 3?



Atrisinājums. Mašīnas pirmais bloks vai nu dala doto skaitli ar 2 vai atņem 2 no dotā skaitļa. Redzams, ka otrais bloks nemaina ievadītā skaitļa vērtību, tātad tas dotam skaitlim pieskaita 0 vai reizina ar 1. Sarežģītākais ir trešais bloks – kā no skaitļa 2 var iegūt 8? Apskatot otro piemēru, jāsecina, ka pirmā bloka darbība ir atņemt skaitli 2 (padomā, kāpēc tā!). Kāds sakars ir skaitlim 4 ar 64? Trešais bloks doto skaitli reizina pašu ar sevi 3 reizes:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

- 3. uzdevums.** Baits konstruēja vairākus divu veidu blokus. A bloka darbība ir reizināt skaitli ar 2, bet B bloka darbība ir dalīt skaitli ar 3. Viņš salika mašīnā blokus secībā A, B, A, B, A, B. Kādu vismazāko naturālo skaitli jāievada mašīnā, lai rezultātā tiktu iegūts naturāls skaitlis, kas dalās ar 7?

Atrisinājums. Ievērosim, ka A un B bloki neietekmē skaitļa dalāmību ar 7. Tāpēc dotais ievada skaitlis noteikti dalās ar 7. Lai rezultāts būtu naturāls skaitlis, ievada skaitlim ir jādalās ar 3. Piedevām ir trīs bloki, kuri veic skaitļa dalīšanu ar 3, tāpēc ievada skaitlim ir jādalās ar 27. Tad mazākais skaitlis, kas atbilst prasībām ir $27 \cdot 7 = 189$. Mašīna izdos rezultātu 56. Pārbaudi!

- 4. uzdevums.** Konstruktors Bits izgudroja mašīnu, kura ar naturālu skaitli x veic šādas darbības: pieskaita 6; ja tas ir pāra skaitlis, dala ar 2; maina ciparus vietām. Mašīna veic darbības jauktā secībā, tās izpildot vairākas reizes. Vai mašīna var rezultātā izdot skaitli 1, ja skaitlis x ir a) 43; b) 56; c) 15?

Atrisinājums. a) Ar skaitli 43 veic sekojošus pārveidojumus:

$$43 \rightarrow 34 \rightarrow 17 \rightarrow 23 \rightarrow 32 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

b) Ar skaitli 56 veic sekojošus pārveidojumus:

$$56 \rightarrow 62 \rightarrow 31 \rightarrow 37 \rightarrow 43 \rightarrow \dots$$

Tālāk turpina kā a) piemērā.

c) Skaitlis 15 dalās ar 3. Ja tam pieskaita 6, tad rezultāts arī dalās ar 3. Ja skaitļa ciparus maina vietām, tad iegūtais skaitlis arī dalās ar 3 (pamato, kāpēc!) Ja pāra skaitlis dalās ar 3, tad divreiz mazāks skaitlis arī dalās ar 3. Tāpēc pēc visām šīm darbībām rezultāts būs skaitlis kas dalās ar 3. Mazākais tāds skaitlis ir 3, bet tas nav 1.

- 5. uzdevums.** Bits uzrakstīja mašīnai programmu: dotajam naturālam skaitlim atrast secīgus skaitļus, kuru summa ir vienāda ar doto skaitli. Viņš pārbaudīja programmu ar skaitli 130 un rezultātā mašīna izdeva 5 secīgus skaitļus. Kādus?

Atrisinājums. Aprēķināsim šo piecu skaitļu vidējo aritmētisko vērtību:

$$130:5 = 26$$

Pievienosim šim skaitlim divus mazākus un divus lielākus skaitļus, tā iegūstot piecu secīgu skaitļu virkni:

24; 25; 26; 27; 28.

Šo skaitļu summa ir 130.

Punktiņš Tevi uzaicina attālināti. (A grupa) Šodien konkurss par nesen aplūkotajām tēmām

27.03.2020

Nodarbības mērķis: zināšanu nostiprināšana

1. Atrodi tādu vislielāko piecciparu skaitli, kurš dalās gan ar 9, gan ar 4. Vai šim skaitlim visi cipari ir dažādi?

Atrisinājums. Atcerēsimies skaitļa dalāmību ar 4: skaitlis dalās ar 4, ja tā divi pēdējie cipari veido skaitli, kurš dalās ar 4. Vislielākais divciparu skaitlis, kurš dalās ar 4 ir 96. Atcerēsimies skaitļa dalāmību ar 9: skaitlis dalās ar 9, ja tā ciparu summa dalās ar 9. Tāds vislielākais piecciparu skaitlis ir 99999. Ja izveido skaitli 99996, tas diemžēl nedalās ar 9. Ja skaitļa simtu ciparu samazina un iegūst skaitli, kas dalās gan ar 9, gan ar 4, tad tas ir 99396, tomēr tas nav lielākais skaitlis. Lielāku skaitli iegūst, ja samazina skaitļa 99999 divus pēdējos ciparus. Tādam divciparu skaitlim jādalās gan ar 9, gan 4. Tāds lielākais skaitlis ir 72. Meklētais skaitlis ir 99972. Lielākajam skaitlim nav visi dažādi cipari.

2. Divciparu skaitlim A galā pierakstīja tā ciparus otrādā secībā, iegūstot 4 – ciparu skaitli B (piemēram, ja $A = 37$; ieguva $B = 3773$). Kādam ir jābūt skaitlim A, lai skaitlis B dalītos

a) ar 9; b) ar 11.

Atrisinājums. a) Skaitlim B ir jādalās ar 9, tā ciparu summai ir jādalās ar 9. Ievērojot, ka skaitlim B ir divi un divi pa pāriem vienādi cipari, tad arī skaitlim A ir jādalās ar 9. Visu iespējamo šādu skaitļu skaits ir 10. Tie ir 1881; 2772; 9999.

- b) Jebkurš skaitlis B dalās ar 11. Aplūkosim šo gadījumu sīkāk. Skaitlis 1001 dalās ar 11, jo $1001 : 11 = 91$. Ja skaitlis A ir izveidots no cipariem a un b , kur a ir desmitu cipars, bet b ir vienu cipars, tad skaitli B var sadalīt divos saskaitāmajos:

$$B = \overline{abba} = \overline{a00a} + \overline{bb0},$$

Kur katrs no saskaitāmajiem dalās ar 11. Piemēram:

$$\begin{aligned} 3773 &= 3003 + 770 = 3 \cdot 1001 + 7 \cdot 110 = \\ &= 3 \cdot 91 \cdot 11 + 7 \cdot 10 \cdot 11 \end{aligned}$$

Vai

$$\begin{aligned} 6116 &= 6006 + 110 = 6 \cdot 1001 + 110 = \\ &= 6 \cdot 91 \cdot 11 + 10 \cdot 11 \end{aligned}$$

2. Koka kuba katru skaldni nokrāsoja vienā no sešām krāsām (krāsa 1; krāsa 2; ...; krāsa 6). Katru skaldni nokrāsoja vienā krāsā. Tad kubu sazāgēja 27 vienādos kubiņos. Cik dažāda veida kubiņus ieguva? Cik starp šiem kubiņiem bija vienādi krāsoti kubiņi?

Atrisinājums. Pēc kuba sazāgēšanas ieguva 27 mazākus kubiņus. Sašķirosim tos pēc krāsoto skaldņu skaita

- 1) kubiņi, kuriem neviena skaldne nav krāsota – tāds ir tikai 1 centrālais jeb iekšējais kubiņš;
- 2) kubiņi, kuriem ir tieši viena krāsota skaldne – tie ir no lielā kuba skaldnes centra. Tādi ir 6, katram no tiem vien skaldne krāsota vienā no 6 krāsām, tātad dažādi;
- 3) kubiņi, kuriem ir divas krāsotas skaldnes. Tās ir blakus esošās skaldnes. Šādi kubiņi ir 12, jo tie ir pa vidu no lielā kuba šķautnēm; arī šie visi ir dažādi krāsoti;
- 4) kubiņi, kuriem 3 skaldnes krāsotas. Tādi ir 8, jo tie ir pie lielā kuba virsotnēm. Visi ir dažādi, jo pie katras lielā kuba virsotnes pieguļ 3 dažādi krāsotas skaldnes.

Visi 27 mazie kubiņi ir dažādi krāsoti.

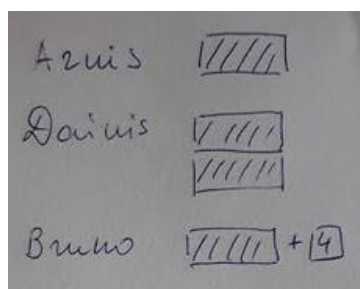
3. Tabulā 4 x 4 rūtiņas katrā rūtiņā ierakstīja vienu skaitli 1 vai 2. Vai iespējams ierakstīt šos skaitļus tabulā tā, lai katrā rindā, katrā kolonā un abās diagonālēs ir tieši viens skaitlis 1?

Atrisinājums. Jā, tas ir iespējams. Te Martas iesūtītais atrisinājums:

2	2	2	1
1	2	2	2
2	2	1	2
2	1	2	2

4. Trīs brāļi apēda visas konfektes, kuras bija konfekšu trauciņā. Bruno apēda par 3 konfektēm mazāk, nekā trešā daļa no visām konfektēm, kas bija trauciņā. Arnis apēda par 4 konfektēm mazāk nekā Bruno. Bet Dainis apēda divas reizes vairāk konfekšu nekā Arnis. Konfekšu skaits, ko apēda Dainis, bija par 10 konfektēm vairāk nekā trešā daļa no visām konfektēm. Cik konfekšu apēda katrs no brāļiem?

Atrisinājums. Ievērosim, ka konfekšu skaits trauciņā dalās ar 3. Nedaudz pārformulēsim uzdevuma nosacījumus. Arnis apēda par 7 konfektēm mazāk nekā trešā daļa no visām konfektēm, tātad apēda vismazāk. Dainis apēda divas reizes vairāk konfekšu, nekā Arnis. Bruno apēda par 4 konfektēm vairāk nekā Arnis. Attēlosim to shematiski:



No shematiskā zīmējuma redzams, ka konfekšu kopējais skaits dalās arī ar 4. Tad konfekšu skaits dalās gan ar 4, gan 3, tad kopumā ar 12. Skaidrs, ka tur bija vairāk kā 12 konfektes. Izveidosim tabulu, lai noskaidrotu, cik konfekšu katrs apēda:

Konfekšu skaits	Trešā daļa	Arnis	Dainis	Bruno
24	8	$8 - 7 = 1$	$2 \neq 8 + 10$	
36	12	$12 - 7 = 5$	$10 \neq 12 + 10$	
48	16	$16 - 7 = 9$	$18 \neq 16 + 10$	
60	20	$20 - 7 = 13$	$13 \neq 20 + 10$	
72	24	$24 - 7 = 17$	$34 = 24 + 10$	$24 - 3 = 21$

Atradām, ka bija 72 konfektes. Arnis apēda 17, Dainis 34, bet Bruno 21 konfekti.