Punktiņš. (A Grupa) Skaitļu dalāmības īpašības
10.01.2020

Nodarbības mērķis: mācīties uzdevumu risināšanā pielietot skaitļu dalāmības īpašības

Skaitļu dalāmības pazīme ar 7:
Skaitlis dalās ar 7, ja skaitlis, ko iegūst no dotā skaitļa nodzēšot pēdējo ciparu un atņemot no tā dotā skaitļa pēdējo ciparu pareizinātu ar 2, dalās ar 7.

Piemēram, skaitlis 245 dalās ar 7, jo $24 - 2 \cdot 5 = 14 = 2 \cdot 7$

1. Pārbaudi, vai skaitļi dalās ar 7: 364; 5705; 45031

Atrisinājums.

1) Skaitli 364 sadala divās daļās 36 un 4, tad no skaitļa 36 divas reizes atņem skaitli 4:

$$36 - 2 \cdot 4 = 28$$

Skaitlis 28 dalās ar 7, tāpēc ar 7 dalās arī 364.

2) Skaitli 5705 sadala skaitļos 570 un 5, tad aprēķina:

$$570 - 2 \cdot 5 = 560$$

Rezultāts acīmredzami dalās ar 7.

3) Skaitli 45031 sadala skaitļos 4503 un 1. Aprēķina:

$$4530 - 2 = 4528$$

Arī skaitlim 4528 ir jādalās ar 7, tāpēc arī šim skaitlim pārbaudīsim dalāmību ar 7. Sadalām skaitli skaitļos 452 un 8, aprēķinām:

$$452 - 16 = 436$$

Turpinām procesu: $43 - 12 = 21$

Rezultāts 21 dalās ar 7 tāpēc dotais skaitlis 45031 arī dalās ar 7.

Piezīme. Protams, dalāmību ar 7 var vienkārši pārbaudīt, dalot dotos skaitļus ar 7, bet uzdevuma, kā arī nākošā uzdevuma nolūks ir apgūt pazīmi skaitļa dalāmībai ar 7.

2. Vai skaitlis 4473 dalās ar 21?

Atrisinājums. Ja skaitlis dalās ar 21, tad tas dalās gan ar 3, gan ar 7, jo $21 = 3 \cdot 7$. Dotais skaitlis dalās ar 3, jo tā ciparu summa dalās ar 3: $4 + 4 + 7 + 3 = 18$. Dotais skaitlis dalās arī ar 7 saskaņā ar dalāmības pazīmi, jo $447 - 6 = 441$; $44 - 2 = 42$. Tāpēc skaitlis 4473 dalās ar 21. Pārbaudi!

3. Cik ir tādu skaitļu starp skaitļiem no 1 līdz 200, kuri dalās gan ar 2, gan 3, gan 5?

Atrisinājums. Viens no skolēniem ieteica šādu risinājumu:

No dotā redzams, ka jāmeklē skaitļi, kas dalās ar 30. Tie ir 30; 60; 90; 120; 150 un 180. kopā pavisam 6 skaitļi.

Cits piedāvātais risinājums:

Ja skaitļi dalās ar 5 un 2, tad tie ir visi pilnie desmiti. Starp tiem jāizvēlas tie, kuri dalās ar 3: 30; 60; 90; 120; 150 un 180. Tādi ir 6 skaitļi.

Vispārīgāks risinājums (neuzskaitot visus skaitļus):

Doti 200 skaitļi no 1 līdz 200. Meklējamie skaitļi dalās ar 30. To skaitu aprēķina sekojoši:

$$200:30 = 6\,\frac{2}{3}$$

Tātad ir 6 nosacījumiem atbilstoši skaitļi.

4. Atrodi tādu lielāko 5 – ciparu skaitli, kas dalās gan ar 5, gan ar 7!

Atrisinājums. Vislielākais piecciparu skaitlis ir 99999, bet tas nedalās ar 5. Lielākais piecciparu skaitlis, kurš dalās arī ar 5 ir 99995. Jāpārbauda, vai tas dalās ar 7:

$$9999 - 10 = 9989;$$

$$998 - 18 = 980;$$

Skaitlis $98 = 7 \cdot 14$, tāpēc dotais skaitlis dalās arī ar 7.

5. Atrodi mazāko piecciparu skaitli, kuram ir visi dažādi cipari un kurš dalās ar katru no saviem ne-nulles cipariem!

Atrisinājums. Pierakstīsim visus zināmos ciparus: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Ja meklējam vismazāko skaitli, tad tā izveidošanai jācenšas izmantot vismazākie cipari. Piecciparu skaitļi nesākas ar 0, tāpēc pirmais cipars būs 1, bet otrais būs 0. Apskatīsim skaitli 10234, kurš ir mazākais piecciparu skaitlis, kas satur visus dažādus ciparus. Tas ir pāra skaitlis, kas dalās gan ar 1, gan ar 2. Pārbaudīsim, vai tas dalās ar 3 – ciparu summa ir 10, skaitlis nedalās ar 3. Nākošais mazākais pāra skaitlis ir 10236. Tā ciparu summa dalās ar 3, ar 2, arī ar 6. Tas ir meklētais skaitlis.

6. Četrciparu skaitļa ciparu summa ir 14. Zināms, ka divu vidējo ciparu summa ir 9, bet tūkstošu cipars mīnus vienu cipars ir 1, un skaitlis dalās ar 11. Kāds ir šis skaitlis?

Atrisinājums. Četrciparu skaitli var pierakstīt $\overline{abcd}$. Dots, ka tā ciparu summa ir

$$a + b + c + d = 14$$

Zināms, ka $b + c = 9$, no tā seko, ka $a + d = 5$. Ja starpība $a - d = 1$, tad ir tikai viena iespēja a = 3, bet b = 2. Dotais skaitlis dalās ar 11. Skaitļa sākuma daļa ir $\overline{3b} = 33 + n$, bet beigu daļa $\overline{c2} = 10n + 22$. Tad var aprēķināt skaitļu summu $b + c = 3 + n + n + 2 = 9$.

Aprēķinām n = 2, tā meklētais skaitlis ir 3542.

7. Pierādi, ka skaitlis, kas sastāv no 27 vieniniekiem, dalās ar 27!

Komentārs. Ir zināmas pazīmes skaitļu dalāmībai ar 3 un 9. Diemžēl, ja skaitļa ciparu summa ir 27, tas ne vienmēr nozīmē, ka skaitlis dalās ar 27. Lai skaitlis dalītos ar 27, tam jādalās ar 9, bet dalījumam ar 9 vēl ir jādalās arī ar 3. Piemēram, skaitļa 3798 ciparu summa ir 27, bet skaitlis nedalās ar 27:

$3798 : 27 = 140\ atl.\ 18$.

Dotais skaitlis dalās ar 9:

$3798 : 9 = 422,$ bet 422 nedalās ar 3.

Atrisinājums. Pierakstīsim doto skaitli:

$$111111111111111111111111111$$

Skaitļa ciparu summa ir 27, tāpēc tas dalās ar 9. Aprēķināsim dalījumu:

$$111111111111111111111111111 : 9 = 12345679012345679012345679$$

Dalījumā katrs no cipariem 1,2, 3, 4, 5, 5, 6, 7 un 9 atkārtojas tieši 3 reizes, tāpēc rezultāts dalās ar 3 un viss dotais skaitlis dalās ar 27.

Piezīme. Ieteicams vispirms aplūkot mazāku skaitli, kas sastāv no 9 vieniniekiem, un dalīt to ar 9.

8. Atrodi tādu skaitli, kuru reizinot pašu ar sevi, iegūst skaitli, kas beidzas ar 444!

Atrisinājums (1). Aplūkosim skaitli 444. Tas sastāv no 4 reizinātājiem $444 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 37$, kur ir tikai divi vienādi reizinātāji, tāpēc tas nevar būt skaitlis, ko iegūst kādu skaitli reizinot pašu ar sevi.

Ja skaitlis beidzas ar 4, tas nozīmē, ka jāatrod tāds pārskaitlis, kuru reizinot pašu ar sevi, pēdējais cipars būs 4. Apskatīsim visus viencipara pārskaitļus 2; 4; 6; 8.

$$2 \cdot 2 = 4;\ \ 4 \cdot 4 = 16;\ \ 6 \cdot 6 = 36;\ \ 8 \cdot 8 = 64$$

Secinām, ka meklētā skaitļa pēdējais cipars ir 2 vai 8.

Reizinot divus divcipara skaitļus, iegūst trīsciparu vai četrciparu skaitļus. Aplūkosim visus divcipara skaitļus, kas beidzas ar 2:

$$12 \cdot 12 = 144$$

$$22 \cdot 22 = 484 \ldots.$$

Aprēķini pārējos reizinājumus un pārliecinies, ka neder tādi divcipara skaitļi, kas beidzas ar2!

Līdzīgi var aplūkot skaitļus, kas beidzas ar 8:

$$18 \cdot 18 = 324$$

$$28 \cdot 28 = 784$$

$$38 \cdot 38 = 1444$$

Esam atraduši skaitli, kuru, reizinot pašu ar sevi, iegūst skaitli, kas beidzas ar trīs četriniekiem.

Piezīme. Uzdevums izpildīts, veicot pilno pārlasi, jo nav daudz tādu skaitļu, kurus jāpārbauda. Labāka metode ir pētīt skaitļu īpašības, lai samazinātu pārlases kopu.

Analītisks risinājums (2): Aplūkosim skaitli $\overline{a2}$. Aprēķināsim reizinājumu:

$$\overline{a2} \cdot \overline{a2} = 4 + 2a \cdot 10 + 2a \cdot 10 + a \cdot a \cdot 100$$

Lai izpildītu uzdevuma nosacījumus, ir jābūt $2a + 2a = \overline{b4}$. Tas ir iespējams, ja a ir 1 vai 6.

Pārbaudām: $12 \cdot 12 = 144$; $62 \cdot 62 = 3844$. Šie divciparu skaitļi neder. Tad apskatīsim skaitli $\overline{a12}$. Aprēķināsim reizinājumu:

$$\overline{a12} \cdot \overline{a12} =$$

$$= 4 + 20 + 2a \cdot 100 + 20 + 100 + a \cdot 1000 + 2a \cdot 100 + a \cdot 1000 + a \cdot a \cdot 10000$$

Jābūt $2a + 2a + 1 = \overline{b4}$, bet tas nav iespējams, jo vienādības kreisā pusē ir nepāra skaitlis.

Veiksim aprēķinus ar skaitli $\overline{a62}$:

$$\overline{a62} \cdot \overline{a62} =$$

$$= 10000 \cdot a \cdot a + 12400a + 3844$$

Jābūt $4a + 8 = \overline{b4}$. Tas ir iespējams, ja $a = 4$. Meklētais skaitlis (viena no iespējām) ir 462:

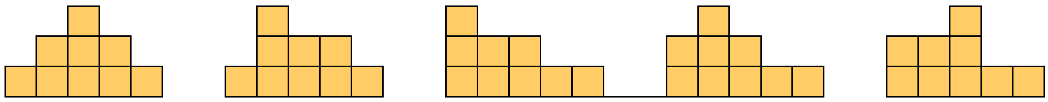
$$462 \cdot 462 = 213444$$

Punktiņš. (A grupa) Konstrukcijas no kubiem
17.01.2020

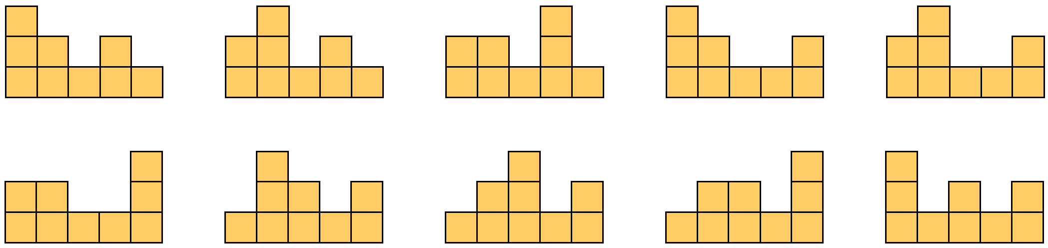
Nodarbības mērķis: Attīstīt skolēnu telpisko iztēli; veikt sistemātisku gadījumu izpēti.

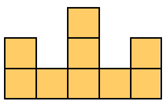
1. Ir doti 9 vienādi kubiņi. No tiem ir jāizveido konstrukcija - plakana siena, kur apakšējā kārtā ir 5 kubiņi, otrā kārtā ir 3, bet augšējā kārtā ir 1 kubiņš. Cik principiāli dažādas konstrukcijas var izveidot? (kubiņus liek tieši vienu virs otra)

Atrisinājums. Te ieteicams veikt sistemātisku izpēti. Skaidrs, ka pirmajā kārtā 5 kubiņi ir blakus viens otram. Atšķirības var būt otrajā kārtā, izvietojot 3 kubiņus. Vienkāršākais veids ir izveidot piramīdas veida konstrukciju, kas ir simetriska. Otrajā kārtā 3 kubiņi var būt blakus – tādas ir 2 iespējas – vidū vai pie malas. Tad kopumā ir 5 iespējas kā izvietot augšējo kubiņu (simetriskos gadījumus neskaitām):



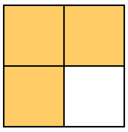
Otrajā kārtā kubiņi var būt izvietoti atsevišķi, piemēram, divi un viens. Tādi ir 3 atšķirīgi varianti. Katrā no šiem gadījumiem augšējo kubiņu trešajā kārtā var izvietot 3 veidos. Ja 3 kubiņi otrajā kārtā ir izvietoti visi atsevišķi, tad vēl ir 2 veidi, kā uzlikt pēdējo kubiņu. Te minētie veidi:



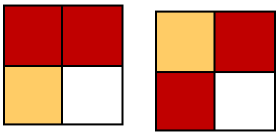
 Tā te kopumā ir 16 principiāli atšķirīgi varianti.

2. Konstrukcijas apakšējā kārtā ir kvadrāts no 4 kubiņiem. Nākamā kārtā liek 3 kubiņus, tad 2, tad vienu. Cik principiāli dažādas "piramīdas" var izveidot?

Atrisinājums. Trīs kubiņus uz četriem dotiem kubiņiem var novietot vienā veidā, ja neskaita pagriezienus un izkārtojumu pretēji pulksteņa rādītājam. Tā skats no augšas ir:



Trešajā kārtā 2 kubiņus var novietot blakus vai atsevišķi:



Pirmajā gadījumā augšējo ceturtās kārtas kubiņu var nolikt divos atšķirīgos veidos, bet otrā gadījuma ir viens principiāli atšķirīgs gadījums. Kopumā saskaitījām 3 “piramīdu” veidus.

3. Doti 24 kubiņi. No tiem saliek bloku – vienu virs otras liek taisnstūrveida kārtas. Cik dažāda veida blokus var salikt?

Atrisinājums. Apakšējo kārtu var salikt no *a x b* kubiņiem. Var salikt *c* šādas kārtas, izmantojot kopumā *a x b x c* kubiņus. Tāpēc jāapskata, kādos trīs reizinātājos var sadalīt skaitli 24.

$$24 = 1 \cdot 1 \cdot 24$$

$$24 = 1 \cdot 2 \cdot 12$$

$$24 = 1 \cdot 3 \cdot 8$$

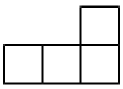
$$24 = 1 \cdot 4 \cdot 6$$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 6$$

$$24 = 2 \cdot 3 \cdot 4$$

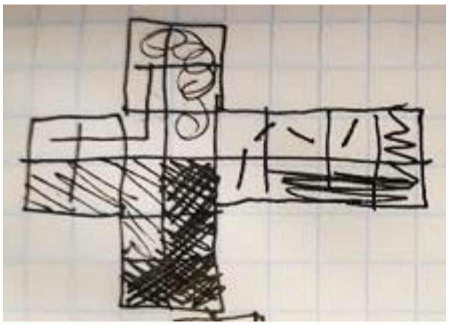
Kopumā ir iespējams izveidot 6 blokus, kur, piemēram, pirmais gadījums raksturo “stienīti”, kur rindā viens pie otra saliku 24 kubiņi. Otrais, trešais un ceturtais piemērs ir bloks, kas sastāv no viena slāņa. Pēdējos divus gadījumus var interpretēt kā, piemēram, ir divas kārtas, kurās ir 2 x 6 vai 3 x 4 kubiņi atbilstoši.

4. Kuba katra skaldne sadalīta 4 vienādās kvadrātiskās rūtiņās. Vai kuba virsmu var pilnībā aplīmēt ar sešām tādām figūrām, kāda parādīta zīmējumā?

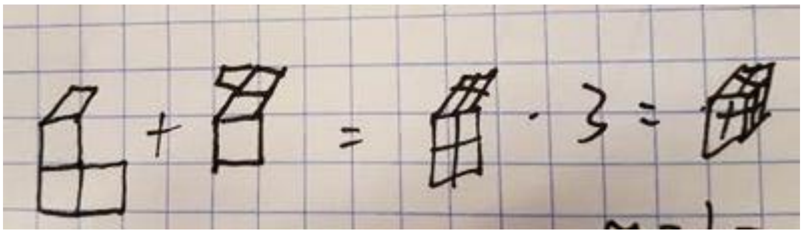


Skolēnu atrisinājumi:

1. *Atrisinājums.* Te izveidots kuba izklājums, kur ar dažāda veida iesvītrojumu parādīts kā aplīmēt kuba virsmu.

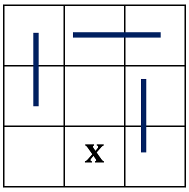


2. *atrisinājums*. Te parādīts, kā aplīmēt divas blakus esošas skaldnes. Uz kuba virsmas ir 3 tādi pāri:

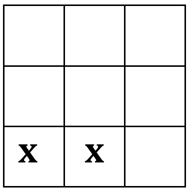


5. No kubiņiem ir izveidota sekojoša konstrukcija: vispirms kubus salīmē pāros pa divi, tad salīmē šos pārus tā, lai katrs kubiņš ir salīmēts ne vairāk kā ar diviem citiem kubiņiem un nesalīmētās skaldnes nesaskaras ar citu kubiņu skaldnēm. Kādu visgarāko konstrukciju tu vari izveidot, lai to var ielikt kastē ar izmēru 3 x 3 x 3?

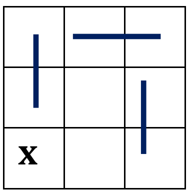
Atrisinājums. Kubu pāri nosauksim par *bloku* 1 x 1 x 2. Jāievēro, ka sākt konstrukciju ar apakšējās kārtas centrālo kvadrātu nav izdevīgi. Apskatīsim apakšējo kastes kārtu, kur maksimāli var izvietot 3 blokus un vienu vertikālo bloku, kas iesniedzas otrajā kārtā. Blokus atzīmēsim ar svītru, bet vertikālo bloku – ar krustiņu. Tad apakšējā kārtā izvietojums ir:



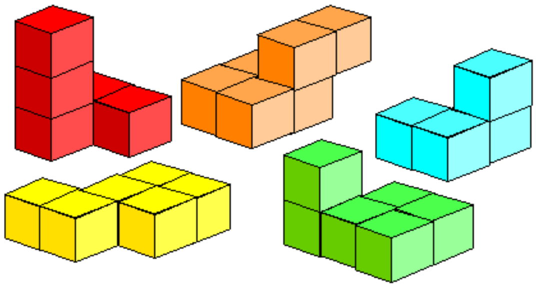
Otrajā kārtā horizontālus blokus tā, lai tie nesaskartos ar apakšējās kārtas blokiem, izvietot nevar. Var pievienot tikai vienu vertikālu bloku, kas iesniedzas trešajā kārtā:



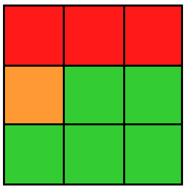
Trešajā kārtā var izvietot vēl 3 blokus. Konstrukcijā kopumā var salīmēt 16 kubus:



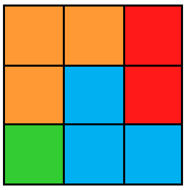
6. Saliec kubu no šīm figūrām!



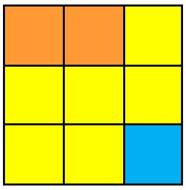
Atrisinājums. Apakšējā slānī liksim zaļo figūru ar "torni" stūrī, tai piekombinēsim sarkano figūru tā, lai apakšā atrodas tās 3 kubiņi un brīvajā vietā iegrozīsim oranžo figūru. Zaļās un sarkanās figūru daļas vēl būs arī vidējā slānī, bet oranžās figūras daļas atradīsies arī augšējā slānī. Otrā slānī liksim arī zilo figūru. Vienīgi dzeltenā figūra būs tikai augšējā slānī. Te figūru izvietojums pa slāņiem:



Apakšējais slānis



Vidējais slānis



Augšējais slānis

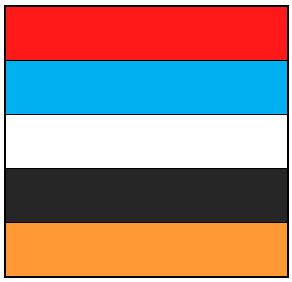
Punktiņš. (A Grupa) Sakārtosim!

24.01.2020

Nodarbības mērķis: apskatīt algoritmiskas dabas uzdevumus; veidot dažādus sakārtojumus; ievērot ciklisko kārtību.

1. Uz galda viena virs otras ir kaudzītē sakārtotas piecas burtnīcas, kuru vāciņi ir sarkani, zili, balti, melni un oranži, skaitot no augšas uz apakšu. Ansis ņem augšējās divas burtnīcas un noliek kaudzītes apakšā, nemainot to kārtību. Viņš turpina šo darbību vairākas reizes. Tad viņš aizdomājas – kādas krāsas burtnīca būs kaudzītes augšpusē, ja viņš šo darbību atkārtos 113 reizes?

Atrisinājums. Sanumurēsim burtnīcas.



1
2
3
4
5

Apskatīsim, kas notiek, mainot burtnīcu kārtību:

1	3	5	2	4	1
2	4	1	3	5	2
3	5	2	4	1	3
4	1	3	5	2	4
5	2	4	1	3	5

Ievērosim, ka pēc pieciem gājieniem esam ieguvuši sākotnējo burtnīcu sakārtojumu. Tad pēc 110 gājieniem atkal būs sākotnējais sakārtojums un, izpildot vēl 3 gājienus, atrodam, ka augšējā būs otrā burtnīca, tas ir, zilā burtnīca.

2. Ir 10 konfektes, kuras ir saliktas vienā vai vairākās kaudzītēs. No katras kaudzītes ņem vienu konfekti un saliek tās jaunā kaudzītē. Šādus gājienus atkārto vairākas reizes. Vai iespējams iegūt situāciju, kur ir 4 kaudzītes kurās ir 7, 1, 1 un 1 konfekte?

Atrisinājums. Te iesākumā var izmēģināt, kas notiek pie vairākiem dažādiem konfekšu sākuma sadalījumiem kaudzītēs. Piemēram, ja ir divas kaudzītes, kurās ir 5 un 5 konfektes. Ja ir divas kaudzīte, kurās ir 4 un 6 konfektes. Ja ir viena kaudzīte. Ja ir 3 kaudzītes, kurās 2, 3 un 5 konfektes un tamlīdzīgi. Piemēram, ja sākotnēji bija 5 un 5 konfektes, tad kaudzīšu sērija ir

$$(5;5) \to (4;4;2) \to (3;3;1;3) \to (2;2;0;2;4) \to (1;1;1;3;4) \to (2;3;5) \to (1;2;4;3) \to (1;3;2;4) \to\to\to\to$$

Ja no kādas kaudzīte paņem pēdējo konfekti, tad tajā paliek 0 konfekšu, tas ir, kaudzīte izzudusi. Ievērosim, ka pēdējais sakārtojums cikliski atkārtojas. Tātad no sākotnējā sakārtojuma 5 un 5 konfektes prasīto sakārtojumu iegūt nevar. Līdzīgi var izpētīt arī citus konfekšu sadalījumus kaudzītēs.

Lai novērtētu, kā iegūt konfekšu sadalījumu 7, 1, 1 un 1 konfekte, aplūkosim uzdevumu "no beigām". Kāds varēja būt iepriekšējais konfekšu sadalījums, lai iegūtu prasīto. Skaidrs, ka iepriekš bija 7 kaudzītes un trijās no tām bija pa 2 konfektēm. Aprēķinam, ka pārējās 4 kaudzītēs bija pa vienai konfektei:

$$(2; 2; 2; 1; 1; 1; 1) \rightarrow (7; 1; 1; 1)$$

Taču sākotnējo sadalījumu ar uzdevumā minētajām darbībām iegūt nevar. Tas nozīmē, ka prasīto konfekšu sadalījumu kaudzītēs var iegūt tikai vienīgā veidā no sadalījuma, kurā ir 8 kaudzītes pa vienai un pa divām konfektēm.

3. Ap apaļu galdu sēž 7 laumiņas un 7 rūķīši. Pamato, ka vismaz vienam rūķītim tieši pretī sēž laumiņa!

Atrisinājums. Pieņemsim pretējo – katram rūķītim pretī sēž rūķītis. Viens otram pretī sēdošie rūķīši ir divi. Ja katram rūķītim pretī sēž otrs rūķītis, tad viņus var sadalīt pāros. No tā var secināt, ka rūķīšu skaits ir pāra skaitlis, kas ir pretrunā ar doto. Tas nozīmē, ka ir vismaz viens rūķītis, kuram pretī sēž laumiņa.

4. No rīta 7 rūķīši steidzas uz darbu un paķer kādu nu cepure gadās. Katra no cepurēm ir nokrāsota vienā no 3 krāsām – zila, zaļa vai sarkana. Vai tā var gadīties, ka divas dienas pēc kārtas katrs rūķis ir valkājis citas krāsas cepuri?

Atrisinājums. Jā, tā var gadīties. Piemēram, tā (apzīmēsim rūķīšus R1, R2, R3, R,4, R5, R6 un R7):

Cepures	sarkana	zila	zaļa	sarkana	zila	zaļa	sarkana
1.diena	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7
2.diena	R2	R7	R1	R3	R4	R5	R6

5. Ir pieci burgeri, kas jāuzsilda uz pannas no abām pusēm. Uz vienas pannas vienlaikus var uzlikt ne vairāk kā 3 burgerus. Vienas burgera puses uzsildīšanai vajag 2 minūtes. Kāds ir mazākais laiks, lai to izdarītu?

Atrisinājums. Skaidrs, ka pietiek ar 8 minūtēm, ja no sākuma no abām pusēm uzsilda 3 burgerus, bet pēc tam liek uz pannas abus atlikušos burgerus. Bet var rīkoties arī "viltīgi". Visiem burgeriem kopā ir 10 puses, tāpēc to uzsildīšanai mazākais laiks ir 20 minūtes. Ja uz pannas vienlaikus var uzlikt 3 burgerus, tad kopējam sildīšanas laikam ar 6 minūtēm nepietiek, jo 20 dalot ar 6 rodas atlikums. Bet ar 7 minūtēm pietiek, ja burgerus silda sekojošā kārtībā:

Iesākumā uz pannas liek 3 burgerus, kurus silda 1 minūti. Sadalīsim sildīšanu pa minūtēm. Ja burgeru silda jau trešo un ceturto minūti, tad tas nozīmē, ka silda tā otro pusi. Sanumurēsim burgerus 1, 2, 3, 4, 5:

1.minūte	1	2	3
2.minūte	1	4	5
3.minūte	2	3	4
4.minūte	5	1	2
5.minūte	3	4	1
6.minūte	2	4	5
7.minūte	3	5	

6. Grāmatplauktā ir 8 sējumi, sakārtoti pretējā secībā. a) Ir atļauts ņemt jebkuras divas grāmatas un patvaļīgā secībā tās novietot jebkurā vietā šajā grāmatu rindā. Cik gājienos to vari izdarīt? b) Kā rīkoties, ja atļauts ņemt jebkuras divas blakus esošas grāmatas un, nemainot to secību, tās abas kopā novietot jebkurā vietā šajā grāmatu rindā?

Atrisinājums. a) gadījums. Tā kā grāmatas ir novietotas pretējā secībā, var uzskatīt, ka augstākais viena grāmata ir "savā vietā", bet septiņas nav. Tāpēc nepieciešami vismaz 4 gājieni, jo grāmatas jāpārvieto pa pāriem. Piemēram, sakārto 1. un 2. grāmatu (novieto rindas sākumā), tad aiz tām 3. un 4. grāmatu, tad 5. un 6. un visbeidzot 7. un 8. grāmatu.

b) gadījums. Te ir sarežģītāka situācija, jo nedrīkst mainīt grāmatu secību un tās abas atkal jānovieto blakus. Kārtošanu var izpildīt šādi:

Dotais sakārtojums	8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
Pārvieto 3. un 2. sējumu aiz pirmā	8, 7, 6, 5, 4, 1, 3, 2
Pārvieto 1. un 3. sējumu uz sākumu	1, 3, 8, 7, 6, 5, 4, 2
Pārvieto 3. un 8. sējumu aiz 6. sējuma	1, 7, 6, 3, 8, 5, 4, 2
Pārvieto 8. un 5. sējumu aiz 7. sējuma	1, 7, 8, 5, 6, 3, 4, 2

Secīgi pārvieto sējumu pārus 3. un 4.; 5. un 6.; 7. un 8. sējumus

1, 7, 8, 5, 6, 2, 3, 4

1, 7, 8, 2, 3, 4, 5, 6

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8