

Punktiņš. (A Grupa) Teksta uzdevumi

7.02.2020

Nodarbības mērķis: Pielietot shematiskus zīmējumus teksta uzdevumu risināšanā. Mācīties lasīt un saprast dotos lielumus un uzdevuma prasības.

1. Alise domāja: “Šīs dienas atlikušo stundu skaits ir viena trešā daļa no tām stundām, kas jau pagājušas. Cik stundas šajā dienā vēl atlikušas?” Palīdzi Alisei atrisināt šo problēmu!

Atrisinājums. Vienā dienā (diennaktī) ir 24 stundas. Konstruēsim laika nogriezni:



Tas dienas posms, kas Alisei vēl šodien atlicis, ir trešā daļa no jau šodienas pagājušā laika, kas nozīmē, ka visu dienu var iedalīt četros laika nogriežņos. Alises pulkstenis šobrīd ir 18.00, vēl atlikušas 6 stundas.

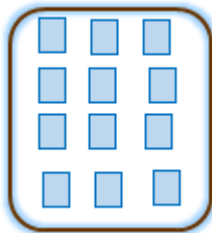
2. Alberts kolekcionē pastmarkas. Kolekcijā pastmarkas ar sporta tēmu ir par 8 markām mazāk nekā dubultots pastmarku skaits par dzīvniekiem. Bet Ziemassvētku markas ir trīs reizes vairāk nekā pastmarkas par dzīvniekiem. Pastmarku kopējais skaits ir 82. Cik ir katra veida pastmarkas?

Atrisinājums. Pieņemsim, ka pastmarkas ir izvietotas pastmarku albuma lappusēs un katrā lappusē var izvietot vienādu pastmarku skaitu. Vienkāršības pēc pieņemsim, ka katrā lappusē ir noteikts kabatiņu skaits, kurās izvietot markas.



Ziemassvētku marku skaits attiecas pret dzīvnieku marku skaitu kā 3 : 1. Varam pieņemt, ka ir 3 pilnas albuma lapas ar Ziemassvētku markām un 1 pilna lapa ar dzīvnieku markām. Markas ar sporta tēmu ir vairāk nekā divreiz mazāk nekā Ziemassvētku markas. Tās var izvietot divās albuma lapās, kur vienā lapā paliks 8 tukšas pastmarku kabatiņas.

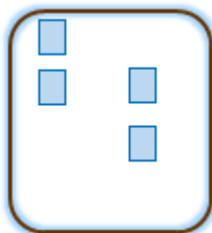
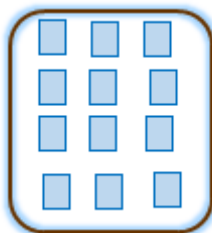
Markas ar dzīvniekiem



Markas par Ziemassvētkiem



Markas par sportu



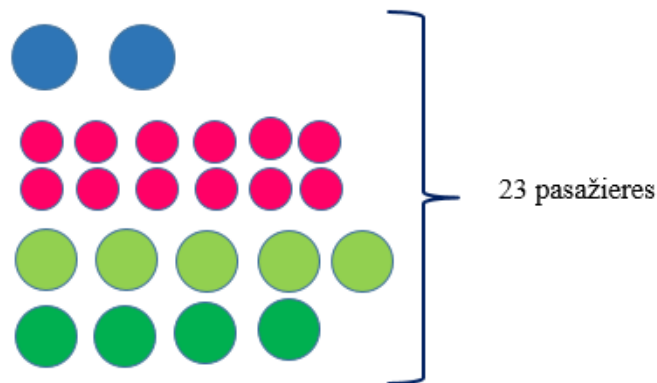
Ja pieņemsim, ka katrā lapā visas kabatiņas ir pilnas, tad marķu kopējais skaits būtu $82 + 8 = 90$. Tā kā ir 6 albuma lapas, tad katrā lapā var izvietot 15 marķas. Tad zinām, ka ir 15 marķas ar dzīvniekiem, 45 marķas par Ziemassvētku tēmu un $30 - 8 = 22$ marķas par sporta tēmu.

Piezīme. Ievērosim, ka bija izdevīgi “papildināt” nepilno lapu ar trūkstošajām marķām, lai varētu vienkāršāk aprēķināt marķu skaitu vienā pilnā albuma lapā.

3. Skolas ekskursijā brauca 49 pasažieri un šoferis. Starp pasažieriem bija divas skolotājas un bērni, kā arī bērnu mammas, tēti, vecmāmiņas un vectētiņi. Sieviešu dzimtes pasažieres bija kopumā 23. Meitenes bija 6 reizes vairāk nekā skolotājas, bet vecmāmiņas bija par vienu mazāk nekā mammas. Tēvi bija 3 reizes mazāk nekā zēni un tēvi bija vairāk nekā mammas. Kādi pasažieri brauca autobusā?

Atrisinājums. Uzzīmēsim shematiski, kādi pasažieri brauca ekskursijā:

Divas skolotājas. Meitenes bija 6 reizes vairāk nekā skolotājas, tātad 12. Māmiņas un vecmāmiņas kopumā bija $23 - 12 - 2 = 9$, jo sieviešu dzimtes pasažieres bija 23. Ievērojot, ka māmiņas bija par vienu vairāk nekā vecmāmiņas, autobusā brauca 5 māmiņas un 4 vecmāmiņas.



Vīriešu dzimtes pasažieri bija $49 - 23 = 26$. Tēvi bija vairāk nekā māmiņas, tātad vismaz 6 tēvi, bet zēni bija 3 reizes vairāk nekā tēvi, vismaz 18. Tas kopumā ir 24, atliek vēl 2 vectētiņi. Vairāk nekā 6 tēvi nevar būt. Piemēram, ja tēvi ir 7, tad zēni ir 21, kopumā viņi ir jau 28, kas ir vairāk kā 26.

Attēlo arī vīriešu dzimtes pasažierus shematiski!

4. Veikalā ir bilžu domino – viena tāda kastīte maksā 1.20 eiro. Atlaižu laikā rotālietām un spēlēm samazināja cenu, bet ne vairāk par pusi. Kastītes ar domino pārdeva par 11.52 eiro. Kāda varēja būt jaunā domino kastīšu cena un cik kastītes pārdeva?

Atrisinājums. Ja veikalā samazināja domino cenu, tad jaunā cena varētu būt robežās no 60 centiem līdz 119 centiem. Veikala ieņēmumus 11 eiro un 52 centi var aprēķināt, domino cenu reizinot ar kastīšu skaitu. Tāpēc vajag izpētīt, kādos reizinātājos var sadalīt skaitli 1152.

$$1152 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

No šiem reizinātājiem nevar sastādīt reizinājumu 60, jo starp tiem nav reizinātāja 5. Jāmeklē tādi skaitļi 2 un 3 reizinājumi, kuri lielāki par 60 un mazāki par 120. Lielākais divnieku skaits, ko var izmantot reizinājumā ir 6, jo 7 reizes sareizinot divniekus dabūjam skaitli 128, kas lielāks par 120. Viens no skaitļa sadalījumiem reizinātājos ir $1152 = 64 \cdot 18$. Līdzīgi atrodam

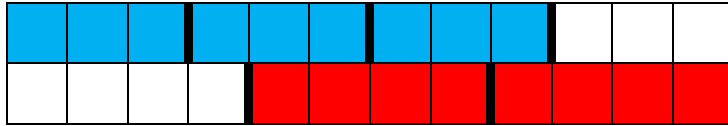
$$1152 = 72 \cdot 16$$

$$1152 = 96 \cdot 12$$

Varam spriest, ka pārdeva vai nu 18 kastītes, kuru cena ir 64 centi, vai 16 kastītes, kuru cena ir 72 centi, vai arī 12 kastītes, kuru cena ir 96 centi.

5. Ostas krodziņā starp Pirātiem un Bandītiem notika kautiņš, kurā cieta visi kaušļi. Trīs ceturtdaļām kaušļu tika izsists zobs, bet divām trešdaļām kaušļu tika saplēstas drēbes. Kādai daļai no kaušļiem notika abas nelaimes?

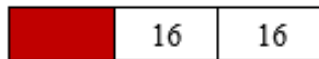
Atrisinājums. Ievērosim, ka kaušļu skaitu var izteikt ar ceturtdaļām un trešdaļām. Tas nozīmē, ka kaušļu skaits dalās ar 12. Attēlosim doto situāciju shematiski, zilā krāsā iekrāsojot to kaušļu daļu, kuriem tika izsists zobs, bet sarkanā krāsā – tos, kuriem saplēstas drēbes:



Ievērojot, ka noteikti visi kaušļi ir cietuši, to kaušļu skaits, kuriem netika izsists zobs, ir ceturtdaļa no visiem, bet tiem noteikti tika saplēstas drēbes. Līdz ar to uzskatāmi varam redzēt, ka 5/12 daļām no visiem kaušļiem notika abas nelaimes.

6. Virtuvē uz galda māmiņa bija atstājusi cepumus Adai, Idai un Ledai, lai māsas tos sadalītu vienādi. Pirmā virtuvē ienāca Ada un paņēma savu daļu cepumu. Pēc laiciņa virtuvē ienāca Ida un, nezinot, ka Ada jau te bijusi, paņēma trešo daļu no cepumiem. Tāpat arī Leda paņēma trešo daļu no atlikušajiem cepumiem. Pēc brīža māsas satikās un viss noskaidrojās. Uz galda bija palikuši 32 cepumi. Kā tos savā starpā sadalīja Ida un Leda? Cik cepumus bija atstājusi māmiņa?

Atrisinājums. Šis ir uzdevums, kuru vienkāršāk risināt “no beigām”. Vispirms aprēķināsim, cik cepumus uz galda bija atstājusi māmiņa. Leda paņēma trešo daļu cepumu un uz galda palika 32 cepumi:

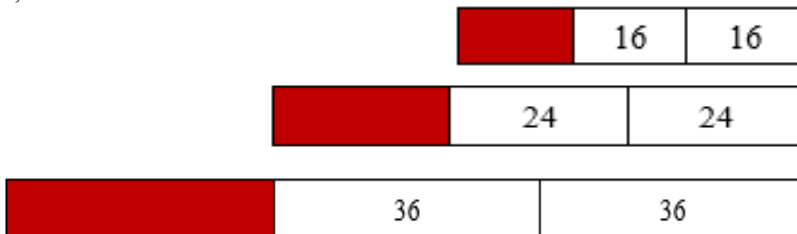


Ja 32 cepumi ir divas trešdaļas no tiem, kas bija uz galda, tad Leda paņēma 16 cepumus un, viņai ienākot virtuvē, uz galda bija 48 cepumi.

Ida atstāja uz galda divas trešdaļas cepumu, tas ir, 48 cepumus, tātad paņēma 24 cepumus un, Idai ienākot virtuvē, uz galda bija 72 cepumi:



Līdzīgi aprēķinām, ka Ada paņēma 36 cepumus no 108 cepumiem, kurus bija atstājusi māmiņa:



Māmiņa bija atstājusi 36 cepumus katrai meitenei. Tad Ledai pienākas vēl 20 cepumi, bet Idai – 12.

Punktiņš. (A Grupa) Cik tas ir “vidēji”?

14.02.2020

Nodarbības mērķis: aplūkot skaitļu vidējā aritmētiskā lieluma pielietojumu uzdevumos. Ievērosim:

Ja n skaitļu vidējais aritmētiskais lielums ir A , tad doto skaitļu kopējā summa ir An .

Nodarbībā ietverti gan ļoti viegli uzdevumi (1. uzd.; 3. uzd.), gan grūtāki (5.uzd.).

1. Septiņas daiļas princeses nostājās rindā pēc auguma. Katra nākamā princese bija par 1 cm garāka nekā iepriekšējā. Viņu kopējā augumu garuma summa bija 1162 cm. Princis uzlūdza uz deju to princesi, kuras auguma garums ir skaitlis, kas dalās ar 8. Kura pēc kārtas viņa bija šajā rindā?

Atrisinājums. Ja ir 7 princeses, tad tikai vienai no tām auguma garuma skaitlis var dalīties ar 8. Aprēķināsim princešu garuma vidējo aritmētisko skaitli

$$1162/7 = 166$$

Princešu vidējais auguma garums ir 1 metrs un 66 centimetri. Ja rindā stāvošo princešu garums atšķiras par 1 cm, tad ir trīs princeses, kuras īsākas par 166 cm, un vēl trīs, kuras garākas par 166 cm. Augumā mazākā princese ir 163 cm gara, bet garākā princese bija 169 cm gara. Princese, kuru uzlūdza princis, bija priekšpēdējā, viņas auguma garums bija 1m 68 cm.

2. Septiņu dažādu naturālu skaitļu vidējais aritmētiskais ir 21. Kāds var būt lielākais šo skaitļu daudzums, kuri lielāki par vidējo aritmētisko?

Atrisinājums. Skaidrs, ka septiņi no dotajiem skaitļiem nevar būt lielāki par to vidējo aritmētisko vērtību. Varbūt seši no skaitļiem varētu būt lielāki par vidējo aritmētisko vērtību? Vispirms aprēķināsim visu doto skaitļu summu, tā ir $21 \cdot 7 = 147$. Pieņemsim, ka var būt tāda situācija, ka seši naturāli skaitļi no dotajiem ir lielāki par to vidējo aritmētisko vērtību, tas ir lielāki par 21. Mēģināsim konstruēt atbilstošu piemēru – izvēlēsimies sešus vismazākos dažādos naturālos skaitļus, kas lielāki par 21. Tie ir 22, 23, 24, 25, 26, 27. Visu šo skaitļu summa ir 147, kas sakrīt ar visu doto skaitļu summu. Ievērojot, ka izvēlējamies mazākos iespējamus skaitļus, kuri lielāki par 21, secinām, ka nevar būt seši skaitļi no dotajiem, kas pārsniedz vidējo aritmētisko vērtību.

Var konstruēt piemēru, kur 5 skaitļi lielāki par vidējo aritmētisko vērtību. Izvēlēsimies 5 mazākos naturālos skaitļus, kuri lielāki par 21. Tie ir 22, 23, 24, 25, 26. Šo skaitļu summa ir 120, tāpēc divu atlikušo skaitļu summa ir 27. Abi no šiem skaitļiem nevar būt lielāki par 21. Dotie 7 skaitļi varētu būt, piemēram, 11, 16, 22, 23, 24, 25, 26.

Piezīme. Izpēti, kādi varētu būt divi vismazākie skaitļi un vislielākais skaitlis šādā septiņu naturālo skaitļu izlasē, kur pieci no skaitļiem ir lielāki par aritmētisko vidējo!

3. Pieci zēni rotaļājās ar stikla lodītēm. Vidēji katram zēnam bija 28 lodītes. Kad viens no zēniem aizgāja prom, tad zēnu vidējais lodīšu skaits samazinājās par 2. Cik lodītes bija zēnam, kurš aizgāja?

Atrisinājums. Aprēķināsim, cik lodīšu zēniem bija kopumā:

$$5 \cdot 28 = 140$$

Ja vidējais lodīšu skaits pamazinājās par 2, tad pēc viena zēna aiziesanas no rotaļas četriem zēniem atlika kopumā $4 \cdot 26 = 104$ lodītes. Tad aizgājušais zēns aiznesa prom:

$$140 - 104 = 36 \text{ lodītes.}$$

4. Artūra vidējā atzīme par četriem matemātikas kontroldarbiem ir 6,5. Šajā pusgadā viņam jāraksta vēl 6 kontroldarbi. Kāda ir jābūt šo sešu kontroldarbu vidējai atzīmei, lai gala atzīme būtu 8?

Atrisinājums. Artūrs vēlas, lai visu 10 kontroldarbu vidējā atzīme ir 8. Par visiem kontroldarbiem kopumā viņam jānopelna 80 punkti. 26 punktus viņš jau ir nopelnījis, jo

$$4 \cdot 6,5 = 26.$$

Tad viņam jānopelna vēl $80 - 26 = 54$ punkti, tas ir, sešos kontroldarbos vidēji jānopelna 9. *Piezīme.* Padomā, kāda ir mazākā atzīme, ko Artūrs drīkst nopelnīt vienā no kontroldarbiem, lai tomēr varētu sasniegt iecerēto mērķi!

5. Konfekšu fabrikā iepakoj kastītes, kurās ir 1, 5, 10 vai 25 marcipāna konfektes. Firmas veikalā ir kastītes ar šīm konfektēm. Veikalā šo konfekšu vidējais aritmētiskais skaits kastītēs ir 20. Ja veikalā būtu vēl viena kastīte ar 25 konfektēm, tad konfekšu vidējais aritmētiskais skaits kastītēs būtu 21. Cik un kādas kastītes varētu būt veikalā?

Atrisinājums. Nav zināms, cik daudz veikalā ir minētā veida kastīšu. Līdz ar to nevaram pateikt kopējo marcipāna konfekšu skaitu. Pieņemsim, ka visas konfektes var izņemt un sadalīt pa dotajām kastītēm, katrā kastītē liekot tieši 20 konfektes (iedomāsimies, ka kastītes ir pietiekami lielas). Ja, pievienojot vēl vienu kastīti ar 25 konfektēm, kastītēs vidējais aritmētiskais skaits ir 21, tas nozīmē, ka papildus kastītē atstāj 21 konfekti, bet atlikušās 4 konfektes pievieno katrai no dotajām kastītēm pa vienai. Tas iespējams tikai tad, ja veikalā bija 4 kastītes. Tagad zinām arī kopējo marcipāna konfekšu skaitu $4 \cdot 20 = 80$. Atliek izdomāt, kāda veida konfekšu kastītes bija veikalā.

Konfekšu skaits 80 ir izsakāms pilnos desmitos. Seko, ka veikalā nebija tādu kastīšu, kurās ir tikai viena konfekste, jo tādas kastītes būtu vismaz 5. Nevarēja būt arī tikai konfekšu kastītes ar 10 konfektēm, tādas vajadzētu 8. Ja bija konfekšu kastītes ar 5 vai 25 konfektēm, tad tās būtu pāra skaitā – vismaz divas. Divas kastītes ar 25 konfektēm un divas ar 10 konfektēm kopumā ir 70 konfektes, kas ir nepietiekami. Līdzīgi spriežot, atrodam, ka veikalā bija viena kastīte ar 5 konfektēm un 3 kastītes ar 25 konfektēm. (Papildini uzdevumu ar izlaistajiem spriedumiem!)

6. Četrstāvu mājas fasādē katrā stāvā ir 7 logi. 18 no tiem ir atvērti. a) Pamato, ka būs vismaz divi atvērti logi viens virs otra. b) Kāds ir mazākais logu skaits, kurus vēl atvērt, lai viens virs otra būtu 3 atvērti logi? (tieši viens virs otra atvērti logi atrodas blakus stāvos, piemēram, otrā un trešā stāva logi)

Atrisinājums. Gadījums a) Aplūkosim tos logus, kuri atrodas tieši viens virs otra pirmajā, otrajā, trešajā un ceturtajā stāvā – nosauksim šos četrus logus par logu sleju. Mājas fasādē ir 7 šādas logu slejas. Aprēķināsim, cik vidēji logi ir atvērti vienā slejā:

$$18:7 = 2\text{atl.}4$$

Ievērojot, ka dalījumā ir atlikums, secinām, ka būs tāda logu sleja, kura atvērti vismaz 3 logi. Ja no 4 logiem vienā slejā ir atvērti vismaz 3, tad vismaz divi atvērtie logi atrodas tieši viens virs otra, piemēram, logs aizvērts otrajā stāvā, bet atvērtie logi ir 1., 3. un 4. stāvā. Trešā un ceturtnā stāva logi atrodas tieši viens virs otra.

Gadījums b). Pieņemsim, ka katrā logu slejā atvērti 3 logi tā, ka nav nekādi 3 tieši viens virs otra atvērti logi. Lielākais šādu logu kopējais skaits ir 21. Ja ir 22 atvērti logi, tad katrā slejā ir vidēji 3 atvērti logi, bet vismaz vienā no logu slejām būs atvērti 4 logi, jo, 22 dalot ar 7, rodas atlikums.

Punktiņš. (A Grupa) Seifi un kodi

20.02.2020

Nodarbības mērķis: Atkārtot kombinatoriskus elementu skaita aprēķināšanas paņēmienus; veikt loģiskus spriedumus; pielietot naturālo skaitļu dalāmības īpašības; veidot kombinācijas.

1. Seifa atslēgas vārds izveidots no burtiem *grghoremo*. Alfrēds kodu aizmirsis, bet atceras, ka kods sākas ar *m* un beidzas ar *h* un vienādie burti ir tieši blakus. Cik koda variantus no burtiem viņš var sastādīt?

Atrisinājums. Ja Alfrēds zina pirmo un pēdējo koda burtus, tad jāizdomā, kā izvietot pārējos 7 burtus:

$m _ _ _ _ _ _ _ h$

Burts *e* nevar būt koda trešais, piektais un septītais burts, jo tad kāds no vienādo burtu pāriem nebūs blakus:

$m _ x _ x _ x _ h$

Seko, ka *e* burtu var ierakstīt vienā no 4 vietām.

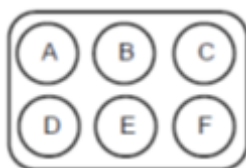
$m e _ _ _ _ _ h; m _ _ e _ _ _ _ h; m _ _ _ _ e _ _ h; m _ _ _ _ _ _ e h$

Atlikušajās 6 pozīcijās jāizvieto *gg, oo, rr*. No šiem trīs pāriem var izveidot 6 secības

ggoorr; ggrroo; oorrgg; oogrrr; rrggoo; rroogg

Kopumā var izveidot $4 \cdot 6 = 24$ dažādas burtu kombinācijas.

2. Zagļi ir iecerējuši ieiet kādā namā. Pie durvīm ir kodu plāksnīte. Ir jānoskaidro - cik dažādi varianti iespējami, ja vienlaikus jānospiež divi taustiņi? Trīs taustiņi?



Atrisinājums. a) Lai vienlaikus nospiestu divus taustiņus, jānoskaidro, kādu taustiņu pārus var izvēlēties. Var izveidot visu pāru sarakstu:

AB BC CD DE EF
AC BD CE DF
AD BE CF
AE BF
AF

Var jautājumu risināt arī citādi: katrs burts ietilpst piecos pāros ar citiem burtiem, bet tādā gadījumā katrs pāris ir uzskaitīts divas reizes. Tāpēc visu pāru skaitu var aprēķināt:

$$\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

b) Lai vienlaikus nospiestu 3 taustiņus, jāveido burtu kombinācijas no trim burtiem. Pie katra burtu pāra (skat. a) gadījumu) jāpieliek viens no atlikušajiem 4 burtiem, kas veidos kombinācijas no trim burtiem. Ja šādi aplūko visus 15 burtu pārus, tad katra no 3 burtu kombinācijām ir apskatīta 3 reizes. Tad trīs burtu kombināciju skaitu var aprēķināt:

$$\frac{15 \cdot 4}{3} = 20$$

3. Seifa kods ir 4 – ciparu skaitlis, kas dalās gan ar 8, gan 9. Koda pirmie divi cipari, kā arī pēdējie divi ir izveidoti no secīgiem cipariem. Mēģini noskaidrot kodu!

Atrisinājums. Skaitlis dalās ar 8, ja tā pēdējie 3 cipari veido trīsciparu skaitli, kurš dalās ar 8. Koda pēdējie divi cipari veido pārskaitli no diviem secīgiem cipariem. Apskatām secīgo ciparu pārus: (0; 1), (1; 2), (2; 3), (3; 4), (4; 5); (5; 6); (6; 7), (7; 8), (8; 9). Kopumā ir 9 pāri, tātad no tiem var izveidot 9 dažādus divciparu pārskaitļus, kas būs koda pēdējie divi cipari. Otrs skaitļu pāris ir jāatrod tāds, lai koda ciparu summa dalās ar 9. Pakāpeniski sākam pārbaudīt katru skaitļu pāri. Ievērosim, ka ciparu summai abos skaitļu pāros kopumā ir jābūt 18, jo katra skaitļu pāra summa ir nepāra skaitlis.

No pāriem (0; 1) un (8; 9) var izveidot 3 kodus: 8910; 9810; 1098. Katrs no šiem skaitļiem dalās ar 9, bet nedalās ar 8.

Apskatām pārus (1; 2) un (7; 8). Var izveidot 4 kodus: 7812; 8712; 1278; 2178. No šiem skaitļiem tikai viens skaitlis dalās ar 8. Kods varētu būt 8712.

Līdzīgi atrodam arī citus iespējamus četrciparu kodus. Iespējamie kodu ir

$$8712; 2376; 7632; 3456.$$

4. Seifa atslēga sastāv no 3 cipariem, kur katrs no tiem var būt no 0 līdz 5. Seifs ir sabojāts un tādēļ tas atveras tad, ja kaut kādi 2 cipari (nav zināms, tieši kuri divi) sakrīt ar pareizajiem. Kāds ir mazākais ciparu kombināciju skaits, kas jāizmēģina, lai noteikti atvērtu seifu?

Atrisinājums. Katra koda cipara vietā var būt viens no sešiem cipariem. Tāpēc visu iespējamo variantu skaits no šiem cipariem ir aprēķināms sekojošā veidā: $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$. Sliktākajā gadījumā būtu jāveic 216 mēģinājumi, lai uzzinātu kodu, ja seifs nebūtu sabojāts.

Jautājums – vai, rīkojoties gudrāk, seifa kodu var atrast ātrāk? Varētu pārbaudīt tikai 2 ciparus. Pieņemsim, ka zinām divus pareizos ciparus. Ja abi cipari vienādi, piemēram, a un a , tad tie varētu būt izvietoti 3 variantos:

$$a a _ \quad a _ a \quad _ a a$$

Ja abi zināmie cipari dažādi, tad tos trīs skaitļu kombinācijā iespējams izvietot 6 veidos:

$$a b _ \quad b a _ \quad a _ b \quad b _ a \quad _ a b \quad _ b a$$

Pirmajā gadījumā jāpārbauda $3 \cdot 6 = 18$ varianti, a vietā izvēloties vienu no sešiem cipariem. Ja seifs neatveras, tad var secināt, ka visi 3 koda cipari dažādi.

Otrajā gadījumā divus skaitļus no sešiem var izvēlēties $\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$ veidos. Iespējamo koda pārbaudes variantu skaits tad ir $15 \cdot 6 = 90$. Vissliktākajā gadījumā ir jāizmēģina 108 varianti, lai atvērtu seifu.

5. Policisti arestēja ļoti lielu gangsteru bandu – vairāk kā 100 personas. Viņus pa vienam ieveda lielā telpā, lai reģistrētu. Kāds varētu būt to gangsteru minimālais skaits, kuri ievesti telpā, lai noteikti varētu pateikt, ka ir vismaz 3 gangsteri, kuriem ir viens un tas pats dzimšanas mēnesis vai arī ir vismaz 3, kuriem dzimšanas mēneši ir pēc kārtas?

Atrisinājums. Gadā ir 12 mēneši. Ja 100 personām sastādām sarakstu, kurā mēnesī katrs ir dzimis, tad kādā vienā mēnesī būs dzimuši vismaz 9 cilvēki, jo $100:12 = 8 \text{ atl. } 4$. Cik gangsteri varētu būt telpā, lai nekādi trīs no viņiem nebūtu dzimuši vienā mēnesī? Lielākais 24 gangsteri, kur katrā mēnesī ir dzimuši divi no viņiem. Bet tad būs ne tikai 3, bet pat 12, kas dzimuši 12 mēnešos pēc kārtas. Lai tā nebūtu, jāpieņem, ka gangsteri dzimuši janvārī, martā, maijā, jūlijā, septembrī, novembrī (vai arī pārējos 6 mēnešos). Tad lielākais skaits gangsteru, kuriem neizpildās uzdevuma prasības, ir 12. Ja telpā ienāks 13 gangsteri, tad gadīsies, ka vai nu vienā mēnesī dzimuši 3 no viņiem, vai arī atrodami ir 3 gangsteri, kas dzimuši 3 mēnešos pēc kārtas.

6. Mafijas krusttēvam radusies sarežģīta problēma. Viņš grib uzticēt sava seifa kodu četriem saviem tuvākajiem palīgiem, bet tā, lai neviens no viņiem vienatnē, bet arī nekādi divi no viņiem divatā nevarētu zināt pilnu kodu, bet kodu zinātu jebkuri 3 palīgi. Kāds varētu būt visīsākais koda garums?

Piezīme. Atsevišķi vajag aplūkot gadījumus, kad ir 4, 5 vai 6 burti. Katru gadījumu jāizpēta atsevišķi.

Atrisinājums. Skaidrs, ka ar diviem vai trīs burtiem nepietiek.

Apskatīsim gadījumu, ja seifa koda garums ir 4 burti. Ja katram palīgam pasaka vienu burtu, tad nekādi trīs palīgi nezina visus 4 burtus. Ja katram palīgam pasaka 2 burtus, tad var gadīties, ka divi palīgi zina visu kodu. Divu burtu kombinācijas ir

ab, ac, ad, bc, bd, cd.

Viena otru papildinošās kombinācijas ir (*ab* un *cd*), (*ac* un *bd*), (*ad* un *bc*). Ievērojot, ka ir 4 palīgi, diviem no tiem būs jāpasaka kombinācijas, kuras viena otru papildina (tad ir zināmi visi 4 burti) vai arī divas vienādas kombinācijas, bet ne katri 3 palīgi varēs atvērt seifu (piemēram, *ab, ab, bc* kombinācijā nav zināms burts *d*).

Vai kods var sastāvēt no 5 burtiem? Ja katram palīgam pasaka 2 burtus, tad var gadīties, ka būs kādi 3 palīgi, kuri kopumā zinās ne vairāk kā 4 burtus. Ja ir divu burtu informācija katram palīgam, tad ir divi tādi palīgi, kuri zina vienu un to pašu burtu (otrs burts var atšķirties). Līdz ar to trešajam palīgam ir jāzina divi atlikušie burti, kas nozīmē – diviem palīgiem ir jāsniedz vienāda informācija. Ja ir divi palīgi, kas zina vienu un to pašu informāciju, tad kopā ar trešo personu viņi zinās tikai 4 burtus. Līdzīgi spriež par situāciju, ja katram palīgam pasaka 3 burtus no pieciem koda burtiem.

No 5 burtiem var izveidot 10 kombinācijas pa 3 burtiem:

abc; abd; abe; acd; ace; ade; bce; bde; cde

Jāseko, lai nekādi divi palīgi nevar atvērt seifu divatā – tas nozīmē, ja kādam pateiks burtu kombināciju *abc*, tad nevienam citam nevarēs pateikt *ade; bde* un *cde*. Vienlaikus nevar pateikt arī *abd* un *ace* vai *bce*, tāpat vienlaikus nevar būt pateikta informācija *abe* un *acd* vai *bcd*. Tad paliek tikai trīs burtu kombinācijas, kuras var pateikt palīgiem, jāsecina, ka diviem palīgiem būtu jāpasaka vienāda informācija, bet tad var gadīties, ka kādi trīs palīgi nezina visus seifa koda burtus. (Padomā, kāpēc palīgiem nevar teikt 4 burtu kombinācijas!)

Krusttēvam ir jāizvēlas 6 koda burti. Katram no palīgiem viņš var pateikt 3 burtus. Attēlosim to shematiski (sarkanā krāsā ir tas burts, ko divi palīgi satiekoties nezina):

