

Punktiņa uzdevumi (B grupa)

8.03.2019

Īsi atrisinājumi un komentāri

1. Izliekta 18 – stūra virsotnes ir sanumurētas, sākot no 1,2, ... līdz 18. Sākot ar virsotni 1, tika iekrāsota katra ceturktā virsotne – 1; 5; 9; ... Iekrāsošana turpinājās, līdz nonāca līdz kādai jau iekrāsotai virsotnei. Cik virsotnes palika neiekrāsotas?

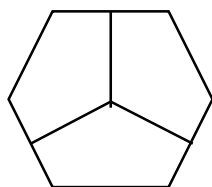
Atrisinājums. Saskaņā ar uzdevuma nosacījumiem, pirmajā aplī tiek iekrāsotas visas tās virsotnes, kur numurs, dalot ar 4, dod atlikumu 1 - tās ir virsotnes 1; 5; 9; 13; 17. Tālāk notiek virzīšanās pa apli vēlreiz. Tiek skaitītas virsotnes: 18, 1, 2, 3, kur virsotne ar numuru 3 tiek iekrāsota. Tāpēc šajā kustībā pa apli tiek iekrāsotas visas tās virsotnes, kuru numuru dalot ar 4 iegūst atlikumā 3, tās ir 3; 7; 11; 15; un pēdējā virsotne, kuru uzskaitām ir atkal 1, kas jau ir nokrāsota. Tātad neiekrāsotas palika visas virsotnes ar pāra skaitļa numuru, kopumā 9.

2. Policijas iecirknī strādā 7 policistes un 9 policisti. Katru dienu ir nozīmēti 2 dežuranti. 60 dienu laikā katru dienu dežurēja citāds policistu pāris. Pamato, ka kādu dienu būs dežurējis policists un policiste!

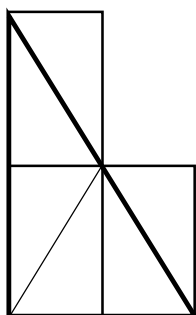
Atrisinājums. Pieņemsim pretējo – 60 dienās pārī dežurējuši tikai divi policisti (vīrieši) vai divas policistes. No deviņiem policistiem var sastādīt 36 dežurantu pārus, bet no 7 policistēm var sastādīt 21 dežūru pāri. Kopumā tie ir 57 pāri, tas ir mazāk par 60 nepieciešamajiem pāriem. Ja dežurējuši visi dažādi policistu pāri, tad noteikti ir dežurējuši arī policists un policiste.

3. Sadali a) regulāru sešstūri trijos vienādos piecstūros; b) taisnleņķa trijstūri četros vienādos trijstūros un pamato, kāpēc trijstūri ir vienādi!

Atrisinājums. a) Lai sadalītu regulāru sešstūri vienādos piecstūros, jāpadomā par šo piecstūru formu - viena no piecstūra virsotnēm noteikti atradīsies sešstūra centrā. Tad centru savienosim ar trīs malu viduspunktiem. Piecstūru malas pa pāriem vienādas.



- b) Taisnleņķa trijstūri sadalīt četros trijstūros ir samērā vienkārši. Atzīmējam trijstūra visu malu viduspunktus un savienojam tos:



Zīmējumā redzamajiem taisnstūriem malu garumi ir vienādi – tie ir puse no taisnleņķa trijstūra katetēm. Tāpēc arī dotā trijstūra sadalījuma četri trijstūri ir vienādi, jo katrs no tiem ir puse no taisnstūra.

4. Uz tāfeles bija uzrakstīts kāds skaitlis. Starpbrīdī Mudīte katram ciparam pieskaitīja vai atņēma 1 un ieguva skaitli 111000. Kāds bija dotais skaitlis? Vai vari atrast vairākas atbildes?

Piemērs: dots skaitlis 48970; var izdarīt šādas darbības:

4	8	9	7	0
-1	+1	+1	-1	-1
4	0	0	5	9

Atrisinājums. Ja dotais skaitlis bija sešciparu skaitlis un katram ciparam pieskaitot un atņemot 1 nenotiek pārnese, tad pirmais cipars noteikti ir 2 (skaitlis nesākas ar 0) un no šī cipara bija atņemts 1. Šādi skaitļi var būt 32 dažādi, jo plus vai mīnus vieniniekus var izvietot 5 pozīcijās, tātad dažādas darbības un dažādi skaitļi var būt skaitā 2^5 .

Piemēram:

2	0	2	1	1	1
-1	+1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	0	0	0

Ja uz tāfeles uzrakstītais skaitlis satur ciparus 0, 8 un/vai 9, tad iespējami arī citi skaitļi. Vispirms apskatīsim, kā var iegūt skaitļa 111000 pēdējos 3 ciparus. Ir iespējami 7 varianti:

1	0	9		0	9	1			9	1	1			9	0	9
-1	-1	+1		-1	+1	-1			+1	-1	-1			+1	-1	+1
0	0	0		0	0	0		1	0	0	0		1	0	0	0

1	8	9			8	8	9			8	9	1
-1	+1	+1			+1	+1	+1			+1	+1	-1
0	0	0		1	0	0	0		1	0	0	0

Apskatīsim skaitļa 111000 pirmos 3 ciparus. Ja no simtu daļas nav pārnese, tad dotā skaitļa sākumā nav ciparu 9 (ja uz tāfeles uzrakstītajā skaitlī ir cipars 9, tad, pieskaitot tam 1, iegūst 10 un, ja nav pārnese no iepriekšējās kārtas, atbilstošajā pozīcijā būs 0). Šādu skaitļu skaits ir 12 (pirmos 3 ciparus var izvēlēties 4 veidos un tos kombinēt ar trim aplūkotiem gadījumiem, piemēram, 222109).

Ja no simtu daļas ir pārnese, tad pirmo trīs ciparu varianti ir 5:

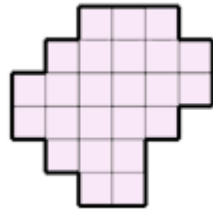
201; 221; 219; 191; 199.

Katru no šiem var kombinēt ar četrām ciparu virknēm 889, 891, 911 vai 909. Tā iegūst vēl 20 skaitļus.

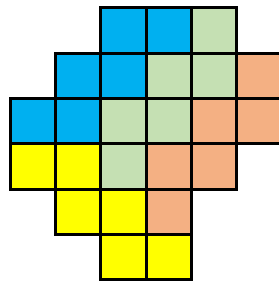
Var gadīties arī, ka uz tāfeles uzrakstīts 5 – ciparu skaitlis, kas varētu būt 99911, 99909 vai 99889

Tātad uz tāfeles varēja būt uzrakstīts viens no $32+12+20+3 = 67$ skaitļiem.

5. Sadali figūru četrās vienādās figūrās tā, lai dalījuma līnijas iet pa rūtiņu līnijām:



Atrisinājums.



Punktiņš. (B grupa) Raibais tests

22.03.2019

Īsi atrisinājumi un komentāri.

Testa atbildes

1. **A**; 2. **B**; 3. **A**; 4. **A un D**; 5. **A**; 6. **A**; 7. **B**; 8. **A**; 9. **C**; 10. **C**; 11. **D**

Piezīme. Uzdevumi izvēlēti no grāmatas “501 Math Word Problems” (2003). LearningExpress, LLC, New York, USA. Grāmatu veidojis autoru kolektīvs L.Bohlke, E.Chesla un citi.

1. Atrodi mazāko no diviem secīgiem pārskaitļiem, kuru reizinājums ir 168!

A 12 **B** 10 **C** 14 **D** 16

Komentārs. Te ir divi secīgu pāra skaitļu pāri, kuru reizinājuma pēdējais cipars ir 8. Tie ir 2 un 4 vai 6 un 8. Pārbaudām $12 \cdot 14 = 168$. Mazākais skaitlis varētu būt 12. Reizinājums $16 \cdot 18 = 288$ Neatbilst dotajam. Atbilde **A**.

2. Miķelim ir 16 lego cilvēciņi. Tas ir par četriem vairāk nekā dubultots Kates cilvēciņu skaits. Cik cilvēciņu ir Katei?

A 10 **B** 6 **C** 4 **D** 12

Komentārs. “Miķelim ir par 4 cilvēciņiem vairāk...” Tas nozīmē, ka Kates dubultots cilvēciņu skaits ir $16 - 4 = 12$. Kates lego cilvēciņu skaits ir puse no šī skaitļa 6. Atbilde **B**.

3. Divu secīgu nepāra skaitļu summa ir -112. Kāds ir lielākais saskaitāmais?

A -55 **B** -57 **C** 55 **D** 57

Komentārs. Skaitli 112 dalot ar 2 iegūst 56. Secīgo nepārskaitļu summa ir $55 + 57 = 112$. Ja saskaita negatīvus skaitļus -55 un -57, lielākais no tiem ir -55. Atbilde **A**.

4. Divi vilcieni vienlaikus izbrauca no stacijas pretējos virzienos ar ātrumu 63 un 59 kilometri stundā. Pēc cik stundām tie būs ne lielākā attālumā kā 610 km viens no otra?

A 4 **B** 6 **C** 30 **D** 5

Komentārs. Pēc t stundām vilcieni kopumā būs veikuši ceļu $63t + 59t = 122t$. Ja vilcieni attālinās viens no otra tieši pretējos virzienos (sliežu ceļa posmu var attēlot kā taisnes nogriezni), tad $t = 610 : 122 = 5$. Tātad, ja vilcieni ir braukuši ne vairāk kā 5 stundas, tad tiešais attālums starp tiem nepārsniedz 610 km. Pēc 4 stundām attālums starp vilcieniem būs mazāks nekā 610 km. Atbilde **A un D**.

5. Ja starpība starp divu secīgu skaitļu kvadrātiem ir 15, nosaki lielāko no šiem skaitļiem

- A** 8 **B** 7 **C** 6 **D** 9

Atrisinājums. Apzīmēsim skaitļus n un $n+1$. Tad $(n+1)^2 - n^2 = 2n + 1 = 15$. No šejienes $n = 7$, bet $n + 1 = 8$. Atbilde **A**.

6. Sakņu dārza izmērs ir 20 x 24 m. Ja katru dārza malu palielinātu par vienādu skaitu metru, tad tā laukums palielinātos par 141 m². Kāda būtu dārza īsākā mala?

- A** 23 **B** 24 **C** 26 **D** 27

Atrisinājums. Dotā dārza izmērs ir 480 m². Jaunā dārza izmērs būtu $480 + 141 = 621$ m². Skaitli 621 sadalīsim reizinātājos $621 = 3^3 \cdot 23 = 27 \cdot 23$. Iespējams tikai viens atbilstošs sadalījums. Atbilde **A**.

7. Trīs secīgu pārskaitļu summa ir 102. Kāds ir lielākais no saskaitāmiem?

- A** 34 **B** 36 **C** 38 **D** 32

Komentārs. Ja trīs skaitļu summa ir 102, tad šo trīs skaitļu vidējā vērtība ir $102 : 3 = 34$. Ja šie trīs skaitļi ir secīgi pārskaitļi, tad tie ir 32, 34 un 36. Atbilde **B**.

8. Parka dārznieks par puķu sēklām samaksāja 402 eiro. Viņš iegādājās samteņu sēklas, kas maksā 1 eiro paciņa un kliņģerītes, kas maksā 1,26 eiro. Cik paciņu samteņu iegādājās dārznieks, ja kliņģerīšu paciņu bija par 50 paciņām vairāk?

- A** 150 **B** 200 **C** 250 **D** 100

Atrisinājums. Apzīmēsim samteņu sēklu paciņu skaitu ar x . Tad dotos nosacījumus var aprakstīt ar vienādojumu $x + (x + 50) \cdot 1,26 = 402$.

Saīsinot $2,26x = 339$ un $x = 150$. Atbilde **A**.

9. Ja dubultotu skaitli palielina par 11, tad tas ir vienāds ar skaitli, kurš ir par 32 mazāks par trīskāršotu skaitli. Kāds ir šis skaitlis?

- A** -21 **B** 21/5 **C** 43 **D** 43/5

Komentārs. Skaitli apzīmēsim ar x . Tad $2x + 11 = 3x - 32$. Aprēķinām $x = 43$. Atbilde **C**.

10. Mārai ir foto rāmītis, kura kopējais laukums ir 288 cm². Fotografijas izmērs bez rāmīša ir 12 x 14 cm. Cik gara ir rāmīša garākā mala?

- A** 2 cm **B** 14 cm **C** 18 cm **D** 16 cm

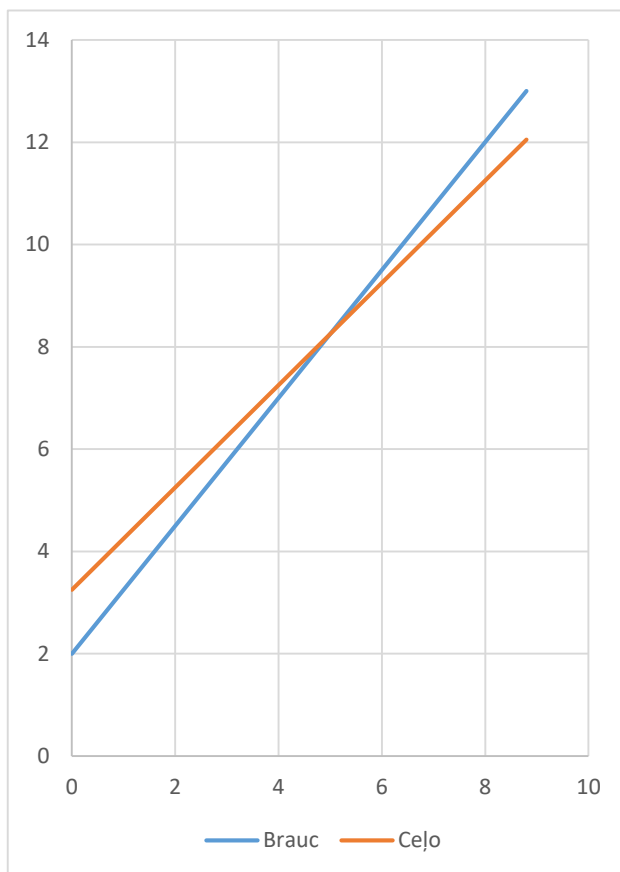
Atrisinājums. Skaitli 288 sadalīsim pirmreizinātājos $288 = 2^5 \cdot 3^2$. Ir jāatrod divi tādi reizinātāji, kuri lielāki par 12. Acīmredzami atbildes A un B neder. Atrodam $288 = 16 \cdot 18$. Atbilde **C**.

11. Iekāpšana “Brauc ar taxi” maksā 2 eiro, bet maksa par braucienu ir 1,25 eiro par kilometru. Iekāpšana “Ceļo ar taxi” maksā 3,25 eiro, bet maksa par braucienu ir 1 eiro par kilometru. Pēc cik kilometriem abu taksometru firmu brauciens maksā vienādi?

- A** 24 **B** 12 **C** 10 **D** 5

Atrisinājums. Pieņemsim, ka taksometri veikuši vienādu attālumu x kilometrus. Ja jāmaksā ir vienāda cena, tad vienādojums ir $2 + 1,25x = 3,25 + x$ *jeb* $0,25x = 1,25$. Aprēķinām $x = 5$. Atbilde **D**.

Piezīme. Doto situāciju var attēlot grafiski:



No grafika redzams, ka ar taksometru “Brauc ar taxi” ir izdevīgāk pārvietoties 5 kilometru robežās. Tālākiem braucieniem izdevīgāka cena ir otram taksometram.

Punktiņš. Te nav kārtības – sakārtosim!

29.03.2019

Īsi atrisinājumi un komentāri

1. Uz galda rindā ir novietotas 10 glāzes ar pienu un sulu pēc kārtas piens, sula, piens, sula,.... Glāzes jāsakārto tā, lai vispirms rindā ir visas glāzes ar sulu, tad ar pienu. Lai tās sakārtotu, ir atļauts pārcelt jebkuras divas blakus stāvošas glāzes uz citu brīvu vietu rindā, noliekot tās blakus un nemainot glāžu secību. Prasītais sakārtojums ir iegūts, ja visas glāzes ir rindā pēc kārtas – vispirms glāzes ar sulu, tad ar pienu. Cik gājienos tu to vari izdarīt?

Atrisinājums. Lai sakārtotu glāzes vajadzīgā secībā, nepieciešami 5 gājieni. Sanumurēsim doto glāžu atrašanās vietas no 1 līdz 10 un vēl divas papildus vietas 11 un 12. Izdarīsim sekojošos gājienu: glāzes no 2 un 3 vietas pārcelsim uz 11 un 12-to vietu. Glāzes no (7; 8) uz (2; 3). No (4; 5) uz (7; 8). No (10; 11) uz (4; 5). No (1; 2) uz (10; 11). Visas glāzes ir pozīcijās no 3 līdz 12.

2. Plauktā stāv pieci “Sprīdīša bibliotēkas” sējumi, kas sakārtoti otrādā secībā. Bibliotekārs kārtu grāmatas, ņemot jebkuras divas blakus stāvošas un ievietojot tās starp citām, nemainot to secību. Cik pārvietošanu viņam vajag, lai grāmatas būtu sakārtotas?

Atrisinājums. Nepieciešami 3 gājieni. Piekto un ceturto sējumus novieto aiz otrā. Ceturto un pirmo sējumus novieto aiz trešā. Trešo un ceturto sējumus novieto aiz otrā.

Piezīme. Var pētīt papildus jautājumu – vai jebkuru piecu grāmatu sējumu secību var sakārtot, ievērojot uzdevuma nosacījumus? Vēl jautājums – vai var sakārtot 7 “Sprīdīša bibliotēkas” sējumus, kas plauktā izvietoti otrādā secībā, ievērojot uzdevuma nosacījumus?

3. a) Uz apļa ir izvietoti skaitļi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 pretēji pulksteņrādītāja virzienam. Ir atļauts samainīt divus tādus skaitļus, starp kuriem ir trešais skaitlis. Sakārto skaitļus otrādā secībā!
b) Sakārto 7 skaitļus!

Atrisinājums. Mainām vietām sekojošos skaitļu pārus (1; 3), (4; 6), (8; 4), (8; 6); (5; 7).

Ja ir doti tikai 7 skaitļi, tad ir dots nepāra skaits skaitļu, nepieciešami vairāki gājieni, piemēram: (7;2), (4; 6), (1; 3), (3; 4), (1; 4), (5; 4), (5; 1), (5; 3), (5; 6), (6; 3), (6; 1).

4. Baltas un melnas figūriņas novietotas uz 6 lauciņiem, viens lauciņš līnijas beigās ir brīvs:



Vienā gājienā figūriņu var pārbīdīt uz tukšu blakus lauciņu, vai arī pārcelt pāri vienai, divām vai 3 figūriņām uz tukšu lauciņu. Pārvieto figūras tā, lai kreisā pusē ir tukšais lauciņš, tad 3 melnas un tad 3 baltas figūriņas! Kāds ir mazākais gājienu skaits?

Atrisinājums. Sanumurēsim pozīcijas no 1 līdz 7. Veiksim sekojošus gājienu – pārcelsim figūriņu no trešās pozīcijas uz septīto; no 6-tās uz 3-šo; no 2-ās uz 6-to; no 5-tās uz 2-ro; no 1-ās uz 5-to. Izdarīti 5 gājieni. Ar četriem gājieniem nepietiek. No sešām figūriņām tikai viena atrodas prasītajā beigu pozīcijā – tā ir ceturrtā figūriņa, kuru var nepārcelt. Piecas figūriņas nav beigu pozīcijā, tāpēc tās ir jāpārceļ.

5. Ir doti 6 nelieli trauciņi. Vienā no tiem stabiņā saliktas metāla ripiņas ar numuriem 1, 2, 3, ... 15. Tās ir sakārtotas secībā tā, ka apakšējā ripiņa ir ar skaitli 15, virs viņas 14, 13, ... un pati augšējā ir 1. Vienā gājienā drīkst pārvietot vienu ripiņu uz kādu citu trauciņu. Ripiņu drīkst novietot tikai virs tādas ripiņas, kurai lielāks skaitlis. Cik gājienu vajag izdarīt, lai visu stabiņu pārvietotu uz citu trauciņu?

Atrisinājums. Ir viena ripiņa, kuru var pārcelt tikai vienu reizi – tā ir ripiņa 15. Pārējās ripiņas ir gan jānoceļ, gan jāpārceļ. Trauciņu ir mazāk nekā ripiņu, tāpēc ir tādas ripiņas, kas jāpārceļ vairākas reizes. Ievērojot, ka sākumā ir 5 tukšie trauciņi, tad, neskaitot ripiņu 15, ir vēl 4 ripiņas, kuras var tikai nocelt un tad pārcelt. Visas pārējās ripiņas ir jānoceļ un jāpārceļ, lai atbrīvotu ripiņu 15, pēc tam atkal otrādā secībā ripiņas var likt stabiņā. Tad kopējais gājienu skaits ir $1 + 4 \cdot 2 + 10 \cdot 4 = 49$. To izdarīt var. Vispirms noceļ ripiņas 1, 2, 3, 4 un 5. Tad 4, 3, 2, 1 pārceļ uz ripiņas 5. Atliek 4 tukši trauciņi. Noceļ 6, 7, 8, 9. Ripiņas 8, 7, 6 pārceļ uz 9. Noceļ 10, 11, 12. 11 un 10 pārceļ uz ripiņu 12. Noceļ 13 un 14, 13 uzliek uz 14, tad visbeidzot pārvieto ripiņu 15. Stabiņu uzbūvē izpildot minētos gājienu otrādā secībā.