PUNKTIŅŠ (A grupa) Kas kopīgs?

2.02.2018

Nodarbības mērķis: ieraudzīt un paskaidrot piemēros atrastās skaitļu un krāsojumu īpašības; rosināt skolēnu iztēli un radošumu.

1. Kas kopīgs katrā stabiņā iegūtajiem skaitļiem? Uzraksti nākamo darbību, kur tas prasīts!

a) 41 − 30 = ...	b) 98 − 10 = ...	d) 90 − 9 = ...	a) 47 + 29 = ...	e) 87 − 48 = ...
52 − 30 = ...	97 − 20 = ...	80 − 8 = ...	50 + 26 = ...	77 − 58 = ...
63 − 30 = ...	96 − 30 = ...	70 − 7 = ...	53 + 24 = ...	67 − 28 = ...
74 − 30 = ...	95 − 40 = ...	60 − 6 = ...	56 + 20 = ...	57 − 18 = ...
85 − 30 = ...	94 − 50 = ...	50 − 5 = ...	59 + 17 = ...	47 − 8 = ...
...... − ...... = ...	...... − ...... = ...	...... − .... = ...		

Komentārs. Pirmajos a), b) un d) stabiņos ir jāatrod kopēja likumsakarība, lai varētu pierakstīt nākamo darbību tukšajā vietā stabiņa apakšā. Skolēniem ir jālūdz, lai viņi paskaidro, kā mainās mazināmie un mazinātāji katrā no pirmajiem trim stabiņiem. Piemēram, b) stabiņā mazināmie par 1 samazinās, bet mazinātāji pieaug par desmit, tāpēc rezultātu skaitļi samazinās par 11. Ar pēdējiem diviem stabiņiem a) un e) jābūt uzmanīgiem, nevar pavirši rēķināt un momentāni pieņemt, ka a) stabiņā visi iznākumi būs vienādi ar 76. Arī pēdējā stabiņā ne visi iznākumi būs vienādi.

2. Izvēlies četrus skaitļus no tabulas, no katras rindas un kolonas izvēloties pa vienam skaitlim, un saskaiti tos. Aprēķini vairākus piemērus. Ko tu vari ievērot? Kādas likumsakarības vari atklāt?

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Risinājums. Pirmais jautājums, ko apspriest papildus, lai labāk izprastu 4 skaitļu izvēli: cik dažādos veidos var izvēlēties 4 skaitļus no tabulas, ievērojot uzdevuma prasības?

No pirmās rindas var izvēlēties jebkuru skaitli – ir 4 varianti. Ja skaitlis no pirmās rindas izvēlēts, tad no otrās rindas iespējams izvēlēties vienu no 3 variantiem, jo skaitļiem no pirmās un otrās rindām ir jāatrodas dažādās kolonās. Līdzīgi var spriest par pārējo skaitļu izvēli. Tad četru skaitļu izvēli var veikt $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ veidos.

Jāpamana, ka visas summas ir vienādas. Piemēram: 1 + 6 + 11 + 16 = 34

Tāpat arī 3 + 5 + 12 + 14 = 2 + 8 + 9 + 15 = 34.

Jānoskaidro, kāpēc summas vienādas. Katrā rindā katrs nākamais skaitlis pieaug par 1. Katrā kolonā skaitļi pieaug par 4. Par iznākuma pamatu var kalpot pirmās rindas visu skaitļu summa

1 + 2 + 3 + 4 = 10 (*)

Kādu no šiem četriem skaitļiem (1, 2, 3, 4) aizvietojot ar skaitli no otrās rindas, summa palielinās par 4. Citu skaitli summā (*) aizvietojot ar skaitli no trešās rindas, summa palielināsies par 8, bet vēl vienu aizvietojot ar skaitli no 4. rindas, kopējā summa palielināsies jau par 12. Tāpēc jebkuru četru (dotā veidā) izvēlēto skaitļu summa būs

10 + 4 + 8 + 12 = 34.

3. Atrodi, kādas likumsakarības ir skaitļu tabulā un, izmantojot tādas pašas likumsakarības, izveido tabulu, kur kreisā augšējā stūrī ir skaitlis 40!

23	17	11	5
21	19	17	15
33	24	15	6
20	17	14	11

Atrisinājums. Jāpievērš uzmanība galvenajai diagonālei. Skaitļu vērtība samazinās par 4 (23, 19, 15, 11). Pirmajā rindā skaitļi samazinās par 6, otrā rindā skaitļu starpība ir 2, trešajā rindā skaitļu starpība ir 9, bet pēdējā rindā tā ir 3.

Jaunā tabula:

40	34	28	22
38	36	34	32
50	41	32	23
37	34	31	28

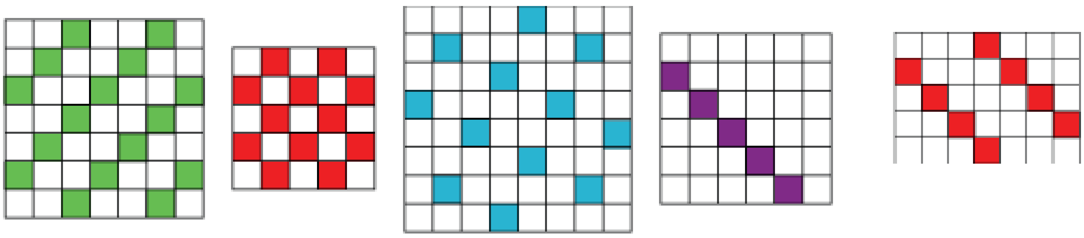
4. Atrodi likumsakarību un ieraksti tabulā 3. trūkstošos skaitļus!

2	4	
	12	18
18		54

Atrisinājums. Otrā rindā ir 3 reizes lielāki skaitļi, bet trešā rindā – 9 reizes lielāki skaitļi, nekā pirmajā rindā.

2	4	6
6	12	18
18	36	54

5. Kā skaitliski aprakstīt šos rūtiņu attēlus?



Piezīme. Rūtiņu rakstu "tulkošanā" jālieto "matemātiskā fantāzija" – var izvēlēties visdažādākos skaitliskos raksturojumus. Piemēram, kvadrātus varētu aizpildīt ar naturāliem skaitļiem pēc kārtas. Pirmajā kvadrāta rindā raksta skaitļus 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, otrajā rindā turpina 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, trešajā – 15, 16… un tā turpina. Tad iekrāsotās rūtiņas norāda skaitļus, kuri dalās ar 3; otrajā kvadrātā skaitļus, kuri dalās ar 2, bet trešajā, kuri dalās ar 5. Līdzīgi – ceturtajā kvadrātā atzīmēti skaitļi, kuri dalās ar 7, pēdējā – ar 4.

Vienam no skolēniem radās ideja, ka ceturto zīmējumu var raksturot, izmantojot tukšo rūtiņu skaitu no iekrāsotās rūtiņas pa labi – tad katrai rindai, sākot no augšas uz leju – piekārtotie skaitļi ir 6, 5, 4, 3, 2, 1. Tas var būt noderīgi, skaidrojot skaitļu dalāmību ar 6.

Dotie krāsojumi var rosināt dažādu uzdevumu formulēšanu. Tā, piemēram, trešajam kvadrātam katru iekrāsoto rūtiņu var raksturot ar atbilstošās kolonas numuru:

				5			
	2					**7**	
			4				
1					**6**		
		3					**8**
				5			
	2					**7**	
			4				

Piecās rindās ir atšķirīgs rūtiņu krāsojums, pēc tam tas atkārtojas. Jautājums ir šāds – kādi var būt mazākie skaitļu dalītāji, kuri dod šādus atlikumus? Tā kā vislielākais atlikums ir 8, tad dalītāji nepārsniedz skaitli 9. Var formulēt šādu uzdevumu:

Uzdevums: katrai rindai atrast tādu skaitli, kurš dod norādītos atlikumus, to dalot ar diviem dažādiem skaitļiem.

Piemēri: pirmajā rindā skaitļa atlikumi ir 0 un 5. Tas norāda, ka skaitlis dalās ar 5. Tāpēc var izvēlēties skaitli 5, kuru dalot ar 9 iegūst atlikumu 5. Otrajā rindā skaitļa atlikumi ir 2 un 7 – skaitlis var būt 7, tas tiek dalīts ar 5 un 9. Trešajā rindā atbilstošais skaitlis var būt 40, to dalot ar 5 un 9 atlikumā iegūst 0 un 4 atbilstoši. Ceturtā rindā der skaitlis 6, bet piektajā rindā der skaitlis 8. Var atrast dažādus skaitļus, kurus dalot ar 5 un 9 var iegūt te redzamos atlikumus.

PUNKTIŅŠ (A grupa) Zoo dārzā

9.02.2018

Nodarbības mērķis: ir izvēlēti dažāda veida uzdevumi par kopīgu tēmu, kas satur arī informatīvas ziņas par dzīvniekiem. Nodarbības nolūks – aprēķināt dažādu objektu attiecības, grupēt, novērtēt, pārveidot mērvienības.

1. Ieejas biļete Zooloģiskajā dārzā pieaugušam maksā 6 eiro, bet skolēnam 4 eiro. Stundas laikā kases ieņēmums bija 54 eiro. Cik pieaugušo un skolēnu nopirka ieejas biļetes, ja skolēnu bija 3 reizes vairāk kā pieaugušo?

Atrisinājums. Apskatīsim vienu apmeklētāju grupu – 1 pieaugušais un 3 bērni. Grupa kopumā samaksājusi 6 + 12 = 18 eiro. Neņemot vērā cilvēku ierašanās secību, Zooloģiskajā dārzā stundas laikā ieradās 3 šāda grupas, jo $54 : 18 = 3$. Ieradās 3 pieaugušie un 9 bērni.

2. Pasaules smagākie dzīvnieki ir Baltā haizivs (11800 kg), Āfrikas zilonis (5000 kg), Indijas zilonis (4000 kg), Baltais degunradzis (2200 kg). Salīdzinoši – mājas peles svars ir 12 līdz 30 gramu; pieauguša cilvēka svars ir apmēram 70 kg. Izveido salīdzinošu tabulu – cik cilvēku (apmēram) varētu atsvērt katru no šiem smagākajiem dzīvniekiem un cik peļu varētu atsvērt vienu cilvēku (pieņemsim, ka pele sver 50g)!

Piezīme. Uzdevums domāts lielumu salīdzināšanai, lietojot arī mērvienību maiņu.

Atbilde. Balto haizivi atsver apmēram 168 cilvēki. Āfrikas ziloni atsver apmēram 71 cilvēks, Indijas ziloni – 57 cilvēki, bet degunradzi – 31 cilvēks. Vienu cilvēku atsver apmēram 1400 peles. Jautājums: kur mēs varam ieraudzīt 170 cilvēku grupu? Piemēram, degunradzi atsver vesela "klase" pieaugušu cilvēku.

3. Āfrikas zilonis dienā apēd apmēram 300 kg barības. Peles ēd nepārtraukti visu, ko vien atrod. Pelei ir ļoti ātra vielmaiņa – dienas laikā viņa var apēst barību, kas sver pat vairāk nekā puse no peles svara (piemēram, ja pele sver 19 gramus, tā var apēst 12 g barības). Var pieņemt, ka pele dienā apēd 25 g barības. Cik peļu varētu vienlaikus apēst 300 kg barības vienā dienā?

Atrisinājums. Četras peles apēd 100 g barības dienā, četrdesmit peles dienā apēd 1 kg barības. Tad 300 kg dienā varētu apēst $300 \cdot 40 = 12000$ peles.

4. Pasaules ātrākie dzīvnieki ir medību piekūns (lidojumā var attīstīt ātrumu līdz 389 km/h); gepards (120 km/h), melnā buru zivs (129 km/h). Salīdzinoši lauva sasniedz ātrumu 80 km/h, bet antilope var sasniegt pat 56 km/h.

Antilope ganās 2 km attālumā no lauvas. Abi dzīvnieki vienlaikus sāk skriet. Lauvas ātrums ir 80 km/h, bet antilopes – 40 km/h. Pēc cik ilga laika lauva varētu panākt antilopi?

Atrisinājums. Stundas laikā lauva noskrien divas reizes lielāku attālumu nekā antilope, tas ir, lauva skrien 2 reizes ātrāk nekā antilope. Kamēr lauva skrien 2 km, tikmēr antilope tikai vienu. Ja antilope noskrien 2 km, lauva tajā pašā laikā noskrien 4 km. Tātad lauva panāks antilopi pēc 4 km. Salīdzināsim, kā lauva skrien:

80 km 1 stundā jeb 60 minūtēs, tad

40 km skrien 30 minūtēs,

4 km skrien 3 minūtēs.

Lauva panāks antilopi pēc 3 minūtēm.

5. Salīdzini zaķa un bruņurupuča pārvietošanās ātrumu! Zaķis skrien ar ātrumu 36 km stundā. Ja bruņurupucis var 1 km pievārēt 2 stundās, tad cik daudz laika viņam būs nepieciešams, lai veiktu tikpat, cik zaķis 10 sekundēs?

Atrisinājums. Novērtēsim, cik lielu ceļu zaķis veic 10 sekundēs : 36 km/h = 600 m/minūtē = 10 m/sekundē. 10 sekundēs zaķis noskrien 100 metru. Bruņurupucis veic 1 km 2 stundās jeb 1000 metru 120 minūtēs. Tad 100 metrus bruņurupucis veiks 12 minūtēs., tas ir, viņš ir 72 reizes lēnāks nekā zaķis.

6. Pēc izglītojošās nodarbības Zoo dārzā, *n* skolēni piedalījās konkursā. No katras skolas bija 3 pārstāvji. Konkursā tika iegūti visi dažādie punktu skaiti no 1 līdz *n*. Alise, Beta un Dace bija no vienas skolas. Alise ieguva tieši vidējo punktu skaitu, Beta ieguva 18 punktu, kas bija vairāk nekā Alisei, bet Dace ieguva 29 punktus. Cik skolas piedalījās konkursā?

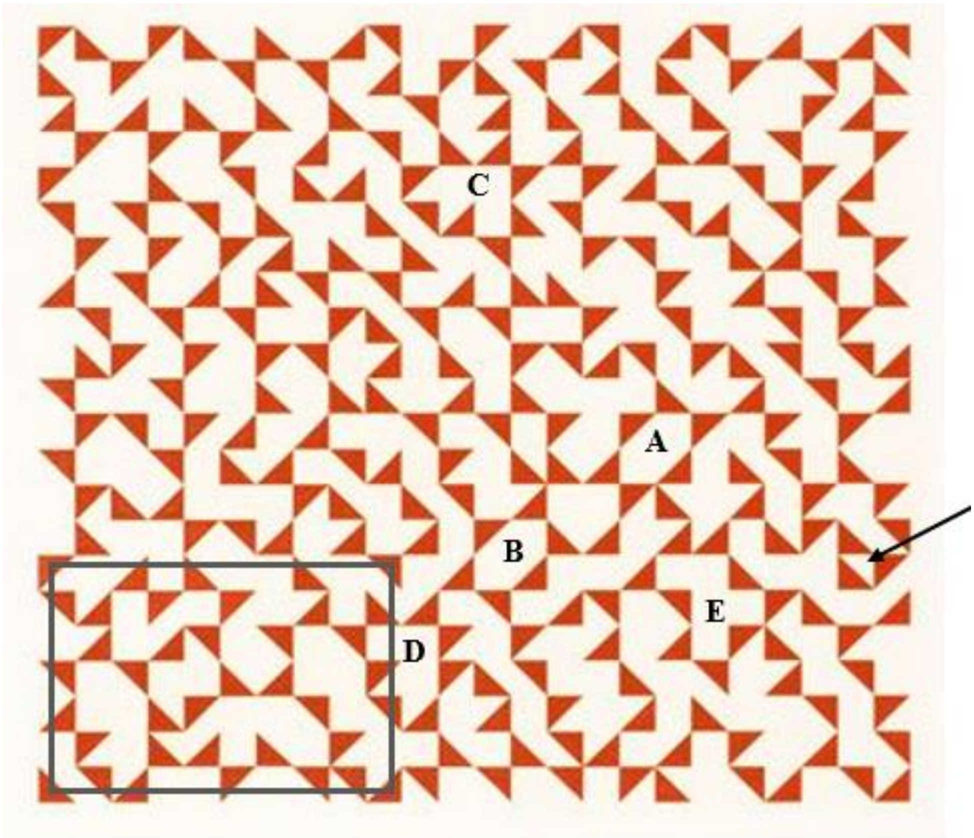
Atrisinājums. Skolēnu skaits ir skaitlis *n*, kas dalās ar 3. Ja Alise ieguva pašu vidējo punktu skaitu, var secināt, ka *n* ir nepāra skaitlis. Alise ieguva mazāk punktu nekā Beta, tad viņa varēja iegūt 17, 16, 15, vai mazāk punktu. Ja Dace ieguva 29 punktus, tad Alise nevarēja iegūt mazāk par 15 punktiem (piemēram, ja Alises rezultāts ir 14 punkti, tad lielākais punktu skaits ir 27 punkti – mazāk nekā Dacei). Ja Alisei būtu 16 punkti, tad lielākais rezultāts būtu 16 + 15 = 31, kas nedalās ar 3. Secinām, ka Alise ieguva 17 punktus, tad lielākais rezultāts ir 17 + 16 = 33. Ievērojot, ka no katras skolas bija 3 pārstāvji, tie ieradās no 11 skolām.

PUNKTIŅŠ (A grupa) Trijstūru raksti

16.02.2018

Nodarbības mērķis: trenēt uzmanību, koncentrēšanos. Atkārtot, kādi simetrijas veidi ir zināmi. Strādāt radoši. 4. un 5. uzdevumi ir izpētes uzdevumi – mācāmies aplūkot atšķirīgos gadījumus.

1. Dotajā attēlā atrodi vienādo balto figūru pārus! Atrodi vismazāko figūru! Vai vari atrast figūras ar laukumu 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3 vienības, ja pieņemam, ka trijstūrīši ir puse no vienības kvadrāta? Kuras figūras perimetrs ir 12? Atrodi taisnstūri, kura stūri ir nokrāsoti! Paskaidro, kā var izveidot šādu attēlu!

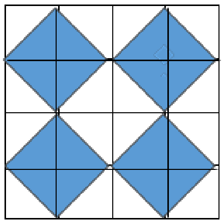


Komentārs. Zīmējumā jāaplūko tikai tās figūras, kuras ierobežotas. Vismazākā figūra ir trijstūrītis, tā norādīta ar bultiņu. Vienādās figūras ir A un B, otrs pāris ir C un D, savstarpēji apgrieztas. E figūras perimetrs ir 12 vienības. Meklējamais taisnstūris norādīts. Figūra, kuras laukums ir 1 vienība, nav atrodama.

Attēls izveidots no taisnstūra ar izmēru 22 x 24 rūtiņas, neregulārā veidā iekrāsojot pus-rūtiņas (četros veidos) un tās kombinējot ar tukšām rūtiņām.

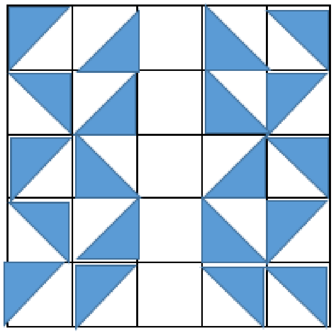
2. Kvadrātā 4 x 4 rūtiņas izveido simetrisku rakstu no pus-rūtiņu trijstūriem un tukšām rūtiņām tā, lai attēlam ir simetrija attiecībā pret tā viduslīniju.

Atrisinājuma piemērs: Attēlam ir ne tikai simetrija pret vertikālo un horizontālo viduslīnijām, bet arī simetrija pret diagonālēm, kā arī centrālā simetrija. (Iespējami arī dažādi citi uzdevumam atbilstoši krāsojumi)

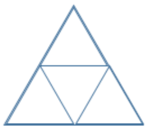


3. Kvadrātā 5 x 5 rūtiņas izveido simetrisku rakstu no pus-rūtiņu trijstūriem un tukšām rūtiņām, izmantojot ne vairāk kā 5 tukšās rūtiņas. Kāda veida simetriju vari te novērot?

Atrisinājuma piemērs: zīmējumā ir aksiālā simetrija attiecībā pret vertikālo viduslīniju.



4. Vienādmalu trijstūris ir sadalīts 4 vienādos trijstūros. Katrs mazais trijstūris ir nokrāsots vienā no 3 krāsām. Cik dažādu krāsojumu var iegūt?



Atrisinājums. Uzdevums sastāv no divām daļām. Pirmā daļa – jānoskaidro, kādus dažādus krāsu komplektus var izvēlēties. Otrā daļa – noskaidrot, cik veidos katru atsevišķo krāsu komplektu var izmantot trijstūru krāsošanā.

Pirmā daļa. Pieņemsim, ka krāsas ir sarkans, dzeltens, zils. Te jāaplūko visas iespējamās 3 skaitļu summas, kuru rezultāts ir 4:

a) 4 + 0 + 0 (piemēram, 4 sarkani trijstūri)

b) 3 + 1 + 0 (piemēram, 3 zili trijstūri, 1 dzeltens)

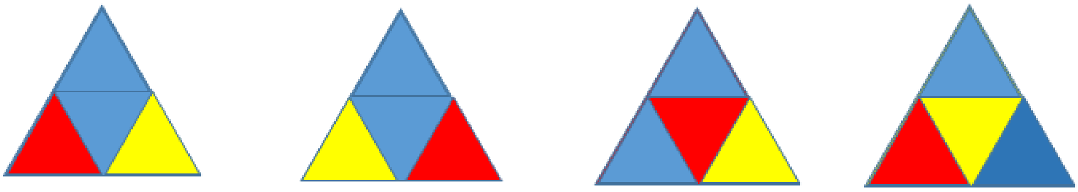
c) 2 + 1 + 1 (piemēram, 2 sarkani un 1 zils, 1 dzeltens trijstūri)

d) 2 + 2 + 0 (piemēram, 2 zili un 2 sarkani trijstūri).

a) komplektu var izvēlēties 3 veidos (visi 4 trijstūri tiks krāsoti vienā krāsā – sarkanā, dzeltenā vai zilā);

b) komplektu var izvēlēties 6 veidos, jo no trim krāsām divas krāsas var izvēlēties 3 veidos, katru no izvēlēm var pielietot divējādi (1 un 3 vai 3 un viens divās krāsās krāsoti trijstūri); c) – trijos veidos, bet d) komplektu arī var izvēlēties 3 veidos.

Otrā daļa. a) komplektu var izmantot vienā veidā (visi četri trijstūru krāsoti vienā krāsā). b) komplektu var izmantot divējādi – vienīgo citas krāsas trijstūri var likt vidū vai ārpusē. Līdzīgi arī d) komplektu var izmantot 2 veidos. c) gadījumā var izveidot četrus dažādi krāsotus trijstūrus:



Aprēķināsim kopējo variantu skaitu: komplekts a) – 3 krāsojuma veidi; b) komplekti $6 \cdot 2$ veidi; c) komplekti $3 \cdot 4$ veidi; d) komplekti $3 \cdot 2$ krāsojuma veidi. Kopumā šos četrus trijstūrus trīs krāsās var izkrāsot $3 + 12 + 12 + 6 = 33$ veidos.

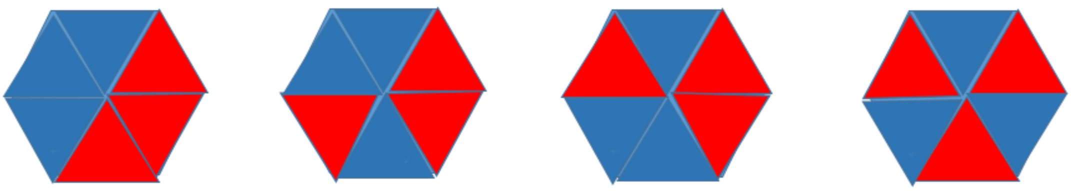
5. Regulārs sešstūris ir sadalīts 6 vienādos trijstūros. Katrs trijstūris ir nokrāsots vienā no divām krāsām. Cik dažādu krāsojumu var iegūt?

Piezīme. Uzdevums ir iepriekšējā uzdevuma variants.

Risinājums. Pieņemsim, ka trijstūrus krāsosim zilā vai sarkanā krāsā. Sarkanā krāsā var būt neviens trijstūris, 1 trijstūris, 2 trijstūri, 3, 4, 5 vai 6 trijstūri. Te ir 7 sarkanās krāsas izvēles varianti, līdz ar to zilās krāsas izvēles varianti ir noteikti.

Krāsojumu veidi:

Visi trijstūri vienā krāsā var būt krāsoti 2 veidos – sarkani vai zili. Ir 1 veids kā nokrāsot vienu sarkanu trijstūri. Divus sarkanus trijstūrus var nokrāsot 3 veidos – blakus, izlaižot vienu vai izlaižot 2 trijstūrus. Trīs sarkanus trijstūrus var nokrāsot 4 veidos:



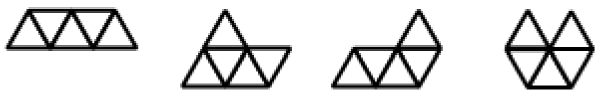
Līdzīgi var skatīt, kā nokrāsot 1 vai 2 zilus trijstūrus. Kopējais trijstūru krāsošanas variantu skaits ir

$1 + 1 + 3 + 4 + 3 + 1 + 1 = 14.$

6. Uz trijstūru lapas uzzīmē visus "pentiamondus" – figūras, kuras saliktas no 5 trijstūrīšiem. Izvēlies divas figūras no tām un izveido tapešu raksta fragmentu!

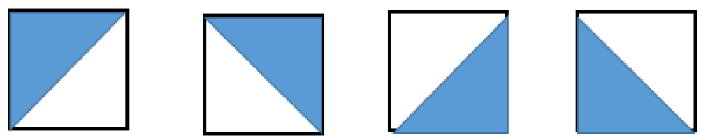
Piezīme. Šis ir radošais uzdevums, kurā var pielietot dažādus simetriju veidus, figūru pagriešanu, kā arī figūru pārvietošanu. Ieteicams, lai skolēni paskaidro, kādu simetrijas veidu vai raksta veidošanas principu viņi ir izmantojuši.

Pavisam ir 4 dažādi pentiamondi:



Ierosinājums brīviem brīžiem: Rūtiņu kvadrātā 10 x 10 rūtiņas izveido interesantu attēlu no pus - rūtiņas trijstūriem (kā pirmā uzdevuma attēlā) tā, lai katrā rindā trijstūru un tukšo rūtiņu secība būtu atšķirīga. Vienā rindā blakus drīkst būt ne vairāk kā 2 tukšas rūtiņas. Kā pārliecināties, ka trijstūru virknītes rindās ir dažādas?

Komentārs. Pirmā uzdevuma attēlu var kodēt, katru trijstūra novietojuma veidu apzīmējot, piemēram, ar ciparu, tukšo rūtiņu – ar nulli:



1 **2** **3** **4**

Tad pirmā uzdevuma attēla augšējo rindu varētu kodēt sekojoši: 1 4 0 1 4 0 4 0 3 2 0 0 1 ….

Izpildot kvadrāta 10 x 10 rūtiņu krāsošanu, var izmantot kodu virknītes, lai pārliecinātos, ka katrā rindā ir citāda veida krāsojums.

PUNKTIŅŠ (A grupa) Irstošās konfigurācijas
23.02.2018

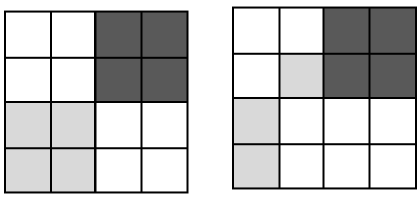
Nodarbības mērķis: attīstīt skolēnu kombinatorās spējas; mācīties analizēt spēles gaitu un atrast spēlētāju uzvarošo stratēģiju.

Noteikumi: Spēles pamats ir rūtiņu laukums. Uz rūtiņām ir izvietoti kauliņi. Spēles gājiens ir sekojošais: kauliņš var pārlēkt blakus stāvošam kauliņam, ja nākamā pozīcija ir brīva (kauliņi atrodas blakus, ja rūtiņām ir kopīga mala). Ja kauliņam pārlec, to noņem no spēles laukuma. Viens kauliņš gājiena laikā drīkst izdarīt vairākus lēcienus, ja to atļauj kauliņu konfigurācija. Spēle ir 1 – reducējama, ja spēles beigās uz laukum paliek tikai viens kauliņš.

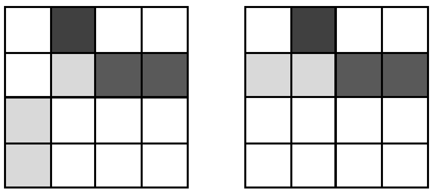
1. Uz spēles laukuma 4 x 4 rūtiņas stūros kvadrātiskā formā novietoti 4 balti un pretējā stūrī 4 melni kauliņi. Divi spēlētāji izdara gājienus pēc kārtas, viens pārvieto baltos kauliņus, otrs – melnos. Gājiena laikā drīkst kaut gan melnos, gan baltos kauliņus. Vienā gājienā viens kauliņš drīkst izdarīt vairākus lēcienus, nokaujot vairākus kauliņus. Zaudē tas spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienus. Kurš no spēlētājiem vienmēr var uzvarēt?

Spēles gaitas analīze. Lai vieglāk izsekot spēles gaitai, spēles lauciņus apzīmēsim ar burtiem A, B, C, …P. Balto kauliņu pozīcijas iekrāsosim gaišākā krāsā, bet melno kauliņu pozīcijas – tumšākā. Pirmais spēlētājs spēlē ar baltajiem kauliņiem, otrais – ar melnajiem. Baltajiem kauliņiem ir 2 principiāli atšķirīgi gājieni – laukuma vidū vai pie laukuma malas (kauliņu izvietojums ir simetrisks, tāpēc vienalga, vai pirmo gājienu veikt horizontāli vai vertikāli). Pieņemsim, ka baltie iet no N uz F, noņemot kauliņu no pozīcijas J.

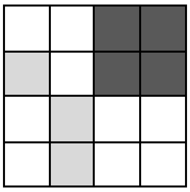
A	B	C	D
E	F	G	H
I	J	K	L
M	N	O	P



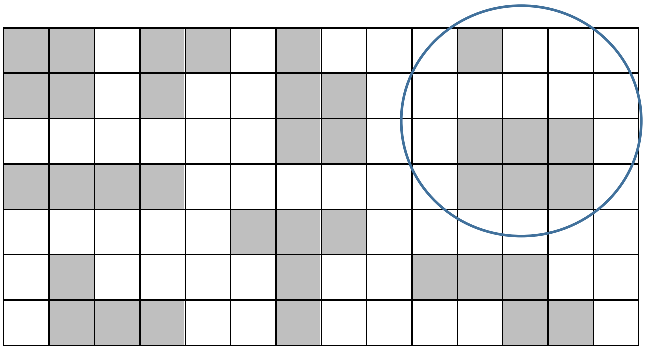
Melnajiem ir 4 dažādas gājienu iespējas: D – B; D – H; C – G vai G – E. Aplūkosim iespēju no D uz B. Baltajiem atliek tikai viens gājiens - no M uz E un vairāk gājienu nebūs, kurpretim otrajam spēlētājam ir gājiens B – J. No tā seko, ka pirmajam spēlētājam nav izdevīgi veikt gājienu N – F.



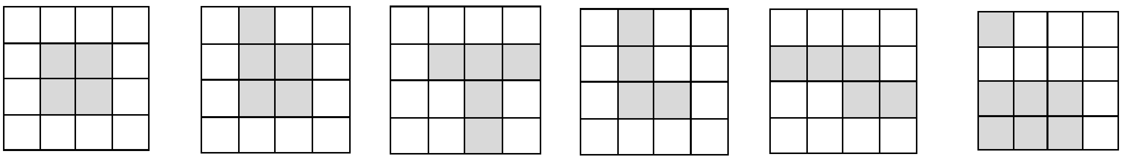
Ja pirmais spēlētājs veic gājienu M – E, tad otrais spēlētājs uzvar uzreiz, nokaujot 3 kauliņus (skat. zemāk). Kauliņš C lec C – K – I – A. No tā jāsecina, ka šajā spēlē uzvar otrais spēlētājs, pareizi spēlējot.



2. Izpēti kauliņu konfigurācijas, nosakot, kuras no tām ir reducējamas līdz vienam kauliņam (ar apli atzīmētā konfigurācijā viens kauliņš novietots atstatu):



Atrisinājums. Reducēt nevar tikai 3 kauliņu stūrīti un 4 kauliņu stienīti. Apskatīsim izvietojumus atsevišķi:



1. 2. 3. 4. 5. 6.

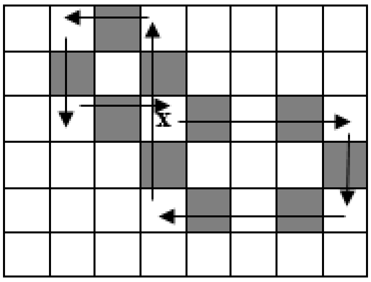
Katras konfigurācijas gājienu secība:

1.konfigurācija: J – B; K – C – A
2.konfigurācija: G – E; K – I – A – C
3.konfigurācija: G – E; O – G; H – F; E – G
4.konfigurācija: K – I; B – J; I – K
5.konfigurācija: K – C; E – G; C – K; L – J
6.konfigurācija: M – E; N – F; A – I; O – G – E - M

3. Izveido ciklisku konfigurāciju, kur kauliņš sāk lēcienus un atgriežas savā pozīcijā un paliek viens uz laukuma. Cik garš var būt kauliņa ceļš? Kādas īpašības šim ceļam piemīt?

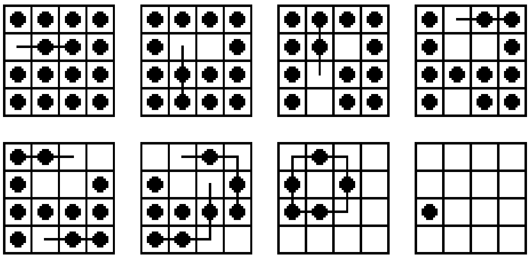
Risinājuma piemērs. Ja spēles laukumu nokrāso kā šaha dēlīti, tad ievērojam, ka jebkurš viens kauliņš pārvietojas tikai pa vienas krāsas lauciņiem. Tad varam pieņemt, ka kauliņu kombinācija, kurus "nokaus", atrodas uz melnajiem lauciņiem, bet kauliņš, kurš izdara gājienu, atrodas uz baltā lauciņa. Lai būtu ciklisks gājiens, kauliņš izdarīs pāra skaitu lēcienu.

Kombinācijas piemērs – kauliņš, kurš izdara gājienu atrodas pozīcijā x:



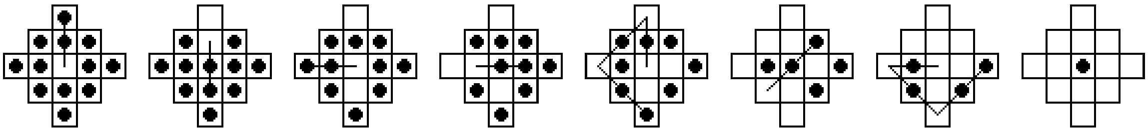
4. Izvieto 15 kauliņus kvadrāta 4 x 4 iekšpusē, tukšo lauciņu izvēloties pie ārējās malas, bet ne stūrī. Atrodi spēles atrisinājumu! Kauliņu drīkst pārvietot tikai kvadrāta iekšpusē.

Spēles atrisinājums:



5. Dēlītim 5 x 5 lauciņi ir izgriezti stūrīši (3 stūra lauciņi katrā stūrī). Izvietoti 12 kauliņi, centrālais lauciņš tukšs. Gājieni atļauti arī diagonālā virzienā. Atrodi spēles atrisinājumu!

Atrisinājums:



Piezīme. Reducējamās konfigurācijas ir iespējams atrast ar datorprogrammu palīdzību, izstrādājot atbilstošus algoritmus. Pēdējo divu uzdevumu atrisinājumi (autors Georgs Bells) ir kopēti no mājas lapas:

http://recmath.org/pegsolitaire/index.html#gridless

Šeit var iegūt vēl daudz interesantas informācijas.