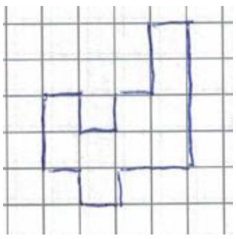
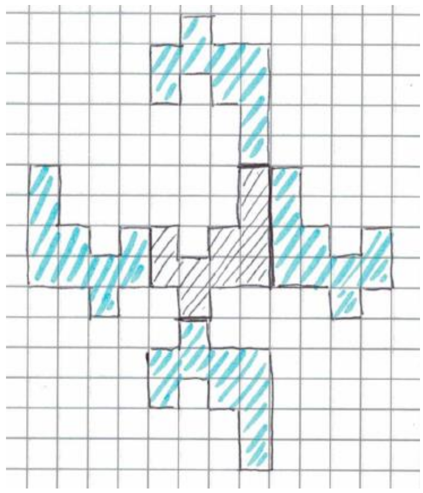
PUNKTIŅŠ (A grupa) Simetriskie krāsojumi
3.11.2017

Nodarbības mērķis: aplūkot figūru aksiālo un centrālo simetriju; veidot rūtiņu kvadrātu simetriskus krāsojumus, attīstīt skolēnu telpisko domāšanu.

1. Dotajai figūrai blakus (pa labi, pa kreisi, augšā un apakšā) uzzīmē figūras, kuras ir simetriskas attiecībā pret doto figūru.

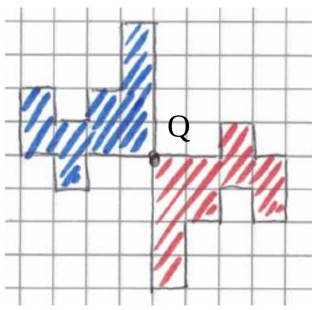
Atrisinājums. Kā simetrijas asis izmantojam rūtiņu līnijas, kuras iet caur figūras kreiso malu, labo malu, apakšējo un augšējo malu atbilstoši. Simetriskās figūras:



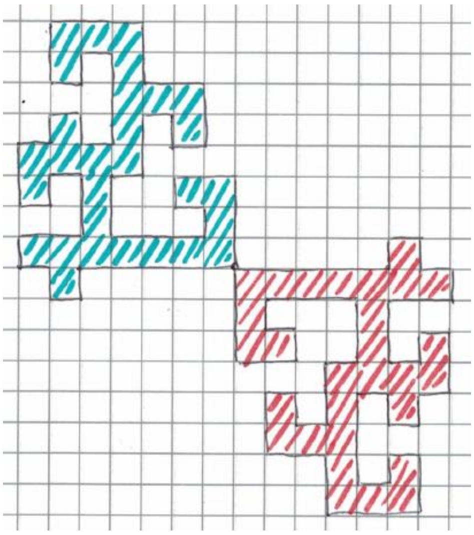


2. Uzzīmē figūru, kura ir simetriska dotajai figūrai attiecībā pret simetrijas centru - punktu Q.

Atrisinājums: (Skolēniem vispirms jāpaskaidro, kas ir centrālā simetrija. Ieteicams parādīt dažus vienkāršus piemērus.)

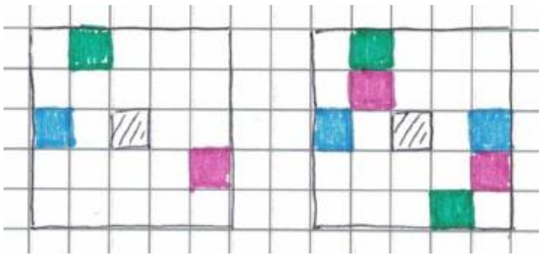


3. Arī šai figūrai uzzīmē simetrisko figūru attiecībā pret simetrijas centru Q.
Piezīme. Dotais uzdevums paredzēts telpiskās domāšanas attīstīšanai. Figūras konstruēšanai nepieciešama uzmanība un lielāka pacietība.

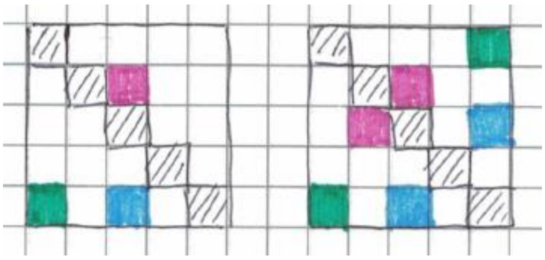


4. Apskati zīmējumā dotos kvadrātus. Atrodi, kur atradīsies zilajai, zaļajai un violetajai rūtiņai simetriskās rūtiņas a) attiecībā pret centru; b) attiecībā pret diagonāli. Iezīmē tās!
Piezīme. Šis ir ievaduzdevums nākamajiem uzdevumiem.

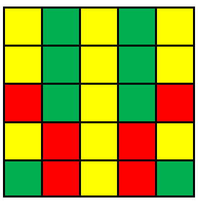
a)

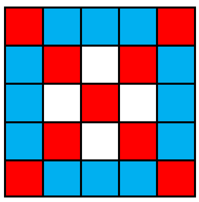


b)



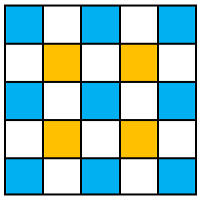
5. Izkrāso kvadrāta 5 x 5 rūtiņas 3 krāsās, lai ir izveidots simetrisks krāsojums. Nosaki, kāda veida simetrija ir tavā zīmējumā!
Komentārs. Te var būt ļoti daudzi un dažādi risinājumi. Piemēram, krāsojums, kurš ir simetrisks attiecībā pret vertikālo viduslīniju (skat. zīmējumu kreisajā pusē). Var būt arī tāds krāsojums, kuram ir vertikālā, horizontāla simetrija attiecibā pret viduslīnijām, kā arī diagonālā simetrija. Tāpat arī krāsojuma simetrijas centrs ir figūras centrālā rūtiņa (skat. zīmējumu pa labi).





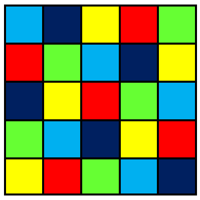
6. Izpildi iepriekšējo uzdevumu tā, lai nekādas divas rūtiņas vienā krāsā neatrastos blakus, tas ir, nesaskartos ar malām.

Piemērs. Rūtiņas izkrāsotas zilā, baltā un dzeltenā krāsā. Baltās rūtiņas nav blakus rūtiņas, jo tās saskaras tikai ar stūriem.



7. Izkrāso kvadrātu 5 x 5 piecās krāsās tā, lai nevienā rindā, nevienā kolonā un nevienā diagonālē nebūtu nekādas divas vai vairāk rūtiņas vienā krāsā!

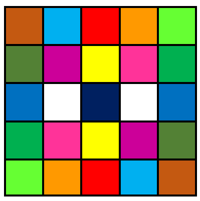
Atrisinājums. Ja nevienā rindā nedrīkst būt nekādas divas rūtiņas vienā krāsā un krāsošanā jālieto piecas krāsas, tad katrā rindā ir visas 5 krāsas (arī kolonā, arī uz diagonālēm). Uzdevumu vieglāk ir izpildīt, ja iesākumā izvēlas vienu krāsu un cenšas pareizi izvēlēties un izkrāsot rūtiņas vienā krāsā. Tad izvēlēties kādu rūtiņu, kas atrodas blakus izkrāsotai rūtiņai, un izvietot otru krāsu. Var ievērot, ka krāsojums cikliski katrā nākamā rindā atkārtojas:



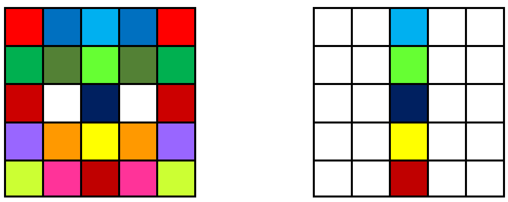
8. Kāds ir vislielākais krāsu skaits, lai, izkrāsojot kvadrāta 5 x 5 rūtiņas, krāsojums būtu simetrisks? Kāda veida simetrija tā būs?

Atrisinājums. Ja izvēlamies centrālo simetriju, tad simetrijas centrs atrodas kvadrāta centrālās rūtiņas vidū, tāpēc šī rūtiņa ir simetriska pati pret sevi. Centrālajā simetrijā rūtiņas var iedalīt pāros, kur katrs pāris nokrāsots savā krāsā (skat. a) piemēru no 4. uzdevuma). Pāru skaits ir 12, tāpēc pie centrālās simetrijas lielākais izmantojamo krāsu skaits ir 13. Aplūkojot aksiālo simetriju figūras vidējā rindā vai kolonā, vai uz diagonālēm, ievērojam, ka simetrijas ass iet caur 5 rūtiņām. Tāpēc šīs rūtiņas var krāsot katru savā krāsā (skat. attēlu zemāk, kur figūrai izvēlēta vertikāla simetrijas ass). Simetrisko pāru skaits tad ir 10. Pie aksiālās simetrijas lielākais krāsu skaits, ar ko var izkrāsot rūtiņas, ir 15.

Figūras krāsojums, ievērojot centrālo simetriju:



Figūras krāsojums ar vertikālu simetrijas asi:



PUNKTIŅŠ (A grupa) Dzīve rūķu ciematā
10.11.2017

Nodarbības mērķis: risināt teksta uzdevumus – lasīt, saprast dotos, iedziļināties uzdevuma struktūrā, apgūt dažādas uzdevumu risināšanas metodes.

1. Rūķīša Pūķīša ģimenē ir 10 meitas. Vecākajai meitai ir 200 gadu. Katra nākamā māsa ir par 20 gadiem jaunāka. Cik gadu ir Pūķīša jaunākajai meitai?

Komentāri. Uzdevumu var risināt dažādi. Šeit ir maz elementu, tāpēc viegli ir veikt visu māsu vecuma pierakstu: 200, 180, 160, ….. 20 gadu. Otrs risināšanas veids ir vispārīgāks, kas izmanto kopsakarības: Vienai no māsām ir 200 gadu. Pārējās māsas ir vēl deviņas, tāpēc, lai uzzinātu jaunākās māsas vecumu, no skaitļa 200 ir deviņas reizes jāatņem skaitlis 20. No tā iegūst aprēķina formulu un rezultātu: $200-20\cdot 9=200-180=20$.

2. Rūķīša Gudrīša dēls Aksels bija palaidies slinkumā un nopelnīja sliktu atzīmi matemātikā. Gudrītis lika Akselim atrisināt 5 uzdevumus un par katru nepareizi atrisināto uzdevumu lika to atrisināt pareizi un uzdeva vēl divus papildus uzdevumus. Kopumā Aksels atrisināja 17 uzdevumus. Cik no šiem uzdevumiem Aksels iesākumā bija atrisinājis nepareizi?

Komentāri. Te iespējams vispirms aplūkot kādus piemērus meklējot atbildes uz jautājumiem:
– kas būtu, ja Aksels būtu atrisinājis visus 5 uzdevumus? Tad viņam nebūtu jārisina papildus uzdevumi un viņš nebūtu atrisinājis 17 uzdevumus.
- Cik uzdevumus Aksels iesākumā atrisināja nepareizi? Var pētīt kādu no gadījumiem – vienu, divus vai 3 vai pat visus 5 uzdevumus viņš iesākumā atrisināja nepareizi. Variantu daudz, bet kāda piemēra pētīšana var palīdzēt izprast uzdevumu labāk. Piemēram, ja Aksels jau sākumā visus 5 uzdevumus atrisināja nepareizi, tad par to viņš saņēma 10 papildus uzdevumus. No papildus uzdevumiem viņš vienu nebija atrisinājis pareizi, tāpēc vēl saņēma 2 uzdevumus.
5 + 10 + 2 = 17.

Risinājums. Akselam bija jāatrisina 5 uzdevumi. 17 – 5 = 12. Tātad viņš saņēma 12 papildus uzdevumus. Tā kā divi uzdevumi tika uzdoti par vienu nepareizo risinājumu, tad Aksels kopumā bija nepareizi atrisinājis 6 uzdevumus ($12:2=6$).

3. Rūķis Klusiņš dzīvo ļoti noslēgti. Zināms, ka viņa vecākais dēls piedzima pirms 12 gadiem, bet jaunākais – pirms gada. Klusiņa meita Maija savā 75 gadu dzimšanas dienā pastāstīja draudzenei, ka šobrīd viņas jaunāko brālīšu gadu summa sakrīt ar Maijas gadu skaitu. Cik brālīšu ir Maijai, ja

a) visiem brālīšiem ir savstarpēji atšķirīgs vecums;
b) kāds var būt mazākais brālīšu skaits, ja starp tiem ir arī dvīņi;
c) kāds var būt lielākais brālīšu skaits, ja starp tiem ir arī dvīņi.

Atbilde:

a) 11 brāļi - 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 un 12 gadus veci.
b) 9 brāļi - 1, 2, 9, 9,10, 10, 11, 11, 12 gadus veci.
c) 15 brāļi - 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 12 gadus veci.

Atrisinājums. (Jāievēro, ka dotie 3 gadījumi pēc būtības ir 3 dažādi uzdevumi.) a) Pieņemsim, ka brāļu gadu skaits ir visi naturālie skaitļi no 1 līdz 12 ieskaitot. Tad viņu visu gadu summa ir $(1+12)\cdot\frac{12}{2}=13\cdot 6=78$. Maijai ir 75 gadi, tāpēc brāļu vidū nav 3 gadus veca brāļa.

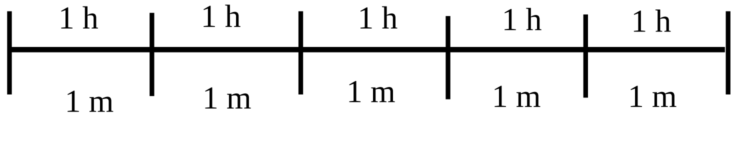
b) Vienu un to pašu summu var iegūt dažādi. Izvēloties mazāku saskaitāmo skaitu, saskaitāmie būs vidēji lielāki, nekā izvēloties lielāku skaitu saskaitāmo. (Piemēram, 7 + 8 + 9 = 24 vai arī 2 + 4 + 5 + 6 + 7 = 24) Meklējot mazāko brāļu skaitu, jāpieņem, ka dvīņi būs no vecākajiem bērniem. Saskaņā ar uzdevumā doto, ir tikai viens 12 gadīgs brālis un tikai viens vienu gadu vecs. Tad visu pārējo brāļu gadu summa ir 75 – 13 = 62 gadi. Nav teikts, ka dvīņi ir tikai viens pāris, var būt vairāki dvīņi. Vismazākais brāļu skaits būs, ja dvīņi ir 11, 10 un 9 gadus veci – viņu gadu kopsumma ir 60. Tad vēl ir arī 2 gadus vecs brālītis. Līdz ar to kopējais brāļu skaits ir 9.

c) gadījumu risina līdzīgi, kā b) gadījumu. Ja jāatrod lielākais brāļu skaits, tad dvīņi var būt tieši starp jaunākajiem brāļiem. Veicot nelielu summēšanu, atrodam, ka dvīņu pāri būs 2, 3, 4, 5, 6, 7 gadus veci. Tad vēl ir viens 8 gadus vecs brālis. Brāļu lielākais skaits ir 15.

4. Rūķu ciematā pieci rūķi 5 stundās nobruģē 5 metrus garu celiņu. Cik rūķu 100 stundās nobruģēs 100 metru garu celiņu?

Komentārs. Šis uzdevums ir labs paraugs tam, ka nevajag uztvert uzdevumu paviršI! Skaitļa 5 komplekts neuzmanīgam bērnam izraisa momentānu reakciju, liekot domāt, ka arī atbildē ir tāds pats komplekts – 100 rūķi, 100 stundās nobruģē 100 metrus celiņa.

Ir lietderīgi uzzīmēt shēmu:

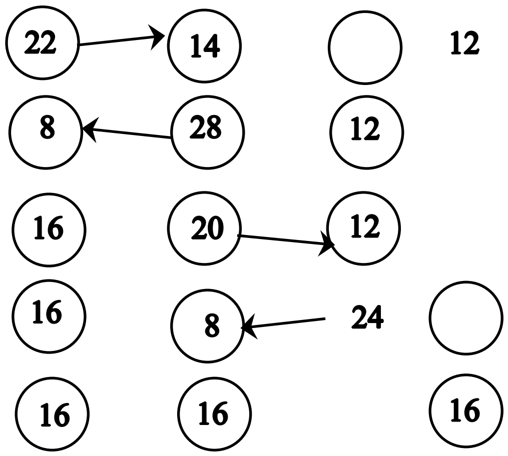


Tātad piecu rūķu bruģēšanas ātrums ir 1 metrs vienā stundā. Tas nozīmē, ka pieci rūķi 10 stundās nobruģēs 10 reizes vairāk, tas ir 10 metrus. Pieci rūķi 100 stundās nobruģēs 100 metrus.

5. Rūķi strādā dimanta raktuvēs un darba dienas beigās iegūtos dārgumus sadala savā starpā vienādi. Rūsiņš, Ūsiņš un Klusiņš atnesa 22, 14 un 12 dimantus un nolika tos 3 kaudzītēs. Lai sadalītu dimantus vienādi, viņi izdomāja interesantu likumu – dimantus drīkst pārlikt no vienas kaudzītes otrā, pieliekot tik daudz dimantu, cik tur jau ir (dubultojot dimantu skaitu kaudzītē). Kā viņi pārvietoja dimantus?

Komentārs. Ar skolēniem jāpārrunā, kā viņi ir sapratuši uzdevuma noteikumus. Ne visi uzreiz saprot, ka kaudzītē, kurā pieliek dimantus, to skaits kļūst divreiz lielāks. Svarīgi ir arī izdomāt, kā šo pārvietošanas procesu aprakstīt tā, lai risinājums būtu saprotams ikvienam. Protams, jāaprēķina, cik dimantus saņems katrs rūķis.

Viens no pieraksta veidiem ir shematisks risinājums, piemēram:



6. Rudenī rūķi dodas mežā sēņot un ogot. Puse no rūķiem un vēl pusrūķis devās lasīt dzērvenes. Puse no atlikušajiem rūķiem un pusrūķis devās lasīt brūklenes. Puse no atlikušajiem rūķiem un pusrūķis aizgāja sēņot. Visi rūķi bija devušies mežā. Cik viņu bija?

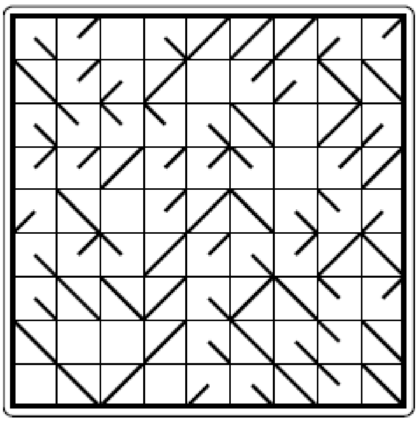
*Komentārs. "*Pusrūķis" apspriests tiek intensīvi. Visi rūķi ir līdzvērtīgi un neviens netiek "griezts uz pusēm". Nav arī viņu vidū pundur-rūķu. Uzdevums formulēts joka veidā, te jāpadomā, par ko īsti ir runa. Var shematiski zīmēt, var mēģināt skaitliski aprēķināt pusi no grupas. Izmēģināt dažādus rūķu skaitus grupā, piemēram, cik ir puse no 40 rūķiem? Cik vēl rūķu varētu būt grupā? Kā būs, ja grupā ir 41 rūķis? Kas ir "puse no tiem"? Skolēniem jāsaprot, ka uzdevumā ir runa par tādu grupu, kurā ir nepāra skaits rūķu. Uzdevuma risinājums ir jāsāk no beigām: Cik rūķu aizgāja sēņot? Skolēniem jānonāk pie secinājuma, ka viens rūķis devās sēņot, jo neviens nepalika. Tālāk aprēķina, cik rūķi devās lasīt brūklenes (trīs), un cik devās lasīt dzērvenes ($2\cdot 3+1=7$). Kopā bija 7 rūķi.

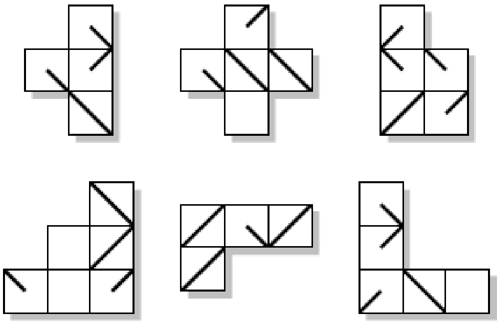
Ieteicams veidot shematiskus zīmējumus un veikt atrisinājuma pārbaudi.

PUNKTIŅŠ (A grupa) Spēlītes
17.11.2017

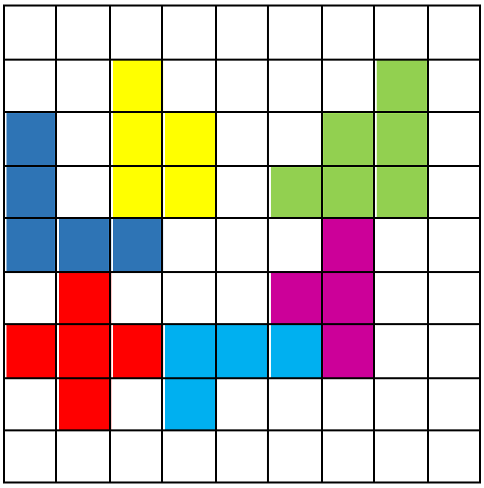
Nodarbības mērķis: attīstīt skolēnu kombinatorisko domāšanu. Pirmie divi ir iesildīšanas uzdevumi uzmanības trenēšanai. Divu spēlētāju spēles izvēlētas darbību analizēšanai un uzvarošās stratēģijas noteikšanai.

1. Atrodi, kur 6 figūriņas atrodas labirintā! Tās nepārklājas. Atrastās figūras apvelc un viegli iekrāso tās dažādās krāsās!





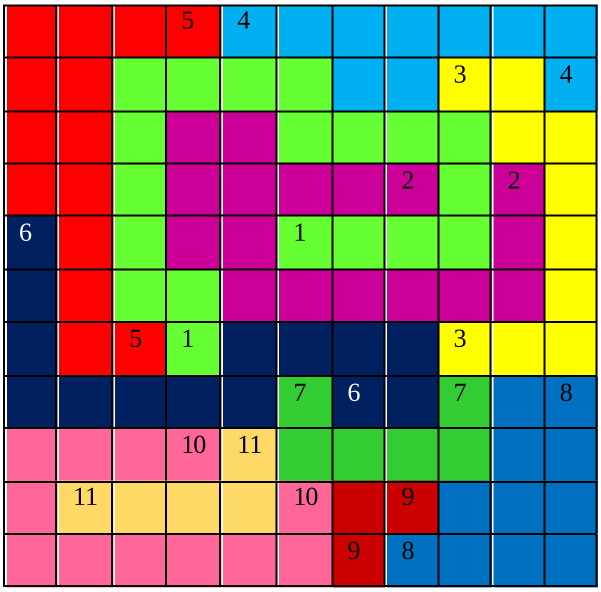
Atrisinājums



2. Vienpadsmit čūskas cieši viena pie otras saritinājušās vienā mudžeklī kvadrāta iekšpusē. Atrodi tās zīmējumā, katru iekrāso citā krāsā. Nav brīvu rūtiņu.

			5	4						
								3		4
							2		2	
6					1					
		5	1					3		
					7	6		7		8
			10	11						
	11				10		9			
						9	8			

Piezīme. Ir iespējami dažādi atrisinājumi, piemēram:



Izvelc līnijas, kā tieši katra čūska ir saritinājusies!

Divu spēlētāju spēles, kur spēlētāji gājienus izdara pēc kārtas:

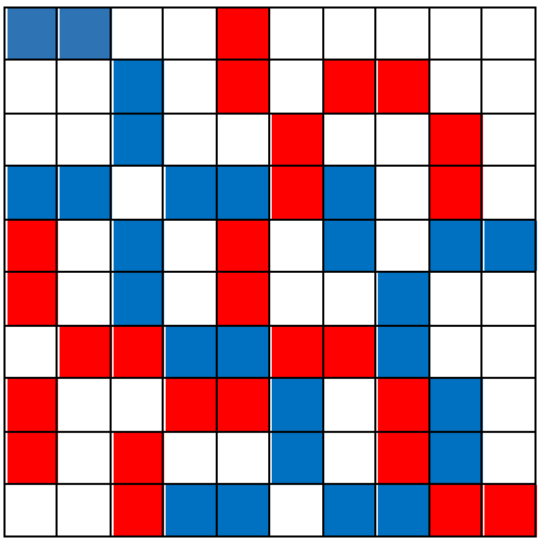
Piezīme. Skolēni izspēlē vairākas partijas. Mēģina noskaidrot, kurš uzvar – pirmais vai otrais spēlētājs. Trešā un ceturtā uzdevumu spēles pamatojas uz simetriju. Pēdējā uzdevuma spēle jāanalizē no beigām.

3. Uz papīra rindā savilktas mīnusu svītriņas (brīvi izvēlēts skaits). Spēlētājs savā gājienā var pārvērst par plusiņu vai nu vienu, vai arī divas blakus stāvošas svītriņas. Uzvarējis ir tas, kurš izdara pēdējo gājienu.

Spēles stratēģija. Uzvarēt var pirmais spēlētājs. Ja ir nepāra skaits svītriņu, tad viņš vai viņa izvēlas centrālo strīpiņu un atzīmē tur plusiņu. Ja ir pāra skaits svītriņu, tad pirmais spēlētājs izvēlas divas centrālās strīpiņas, kurās ievilkt plusiņus. Visos nākošajos gājienos pirmais spēlētājs simetriski atkārto pretinieka darbības. Ja pretiniekam ir kāds gājiens, tad arī pirmajam spēlētājam tāds ir.

4. Divi spēlētāji pēc kārtas izkrāso divas blakus esošas rūtiņas katrs savā krāsā kvadrātā ar izmēru 10 x 10 rūtiņas. Krāsošanu sāk no diviem diagonāli pretējiem kvadrāta stūriem. Vienas krāsas figūras obligāti saskaras ar stūriem, bet ne ar malām. Zaudējis ir tas spēlētājs, kurš vairs nevar izdarīt gājienu.

Spēles piemērs. Spēlētājs, kurš lieto zilo krāsojumu, ir zaudējis, jo vairs nav iespējams iekrāsot divas zilās rūtiņas saskaņā ar spēles noteikumiem.



Spēles stratēģija. Spēlē vienmēr var uzvarēt otrais spēlētājs, ja atkārto pirmā spēlētāja izvēli simetriski attiecībā pret centru. Ja pirmajam spēlētajam ir atlicis kāds gājiens, tad tāds tas arī ir otrajam spēlētājam.

5. Rindā izvietoti 19 aplīši. Uz pirmā aplīša novietots kauliņš. Kauliņu drīkst pārbīdīt par vienu, diviem vai 3 aplīšiem. Spēlētāji izdara gājienus pēc kārtas. Uzvarētājs ir tas, kurš kauliņu novieto uz pēdējā aplīša.

Spēles stratēģija. Spēle jāanalizē, sākot no beigām. Ja kauliņš ir nonācis vienā no pēdējiem četriem aplīšiem, tad tas ir nonācis "uzvarētāja pozīcijās". Tas spēlētājs, kuram ir gājiens, var pārbīdīt kauliņu uz pēdējo pozīciju. Tāpēc ir izdevīgi censties novietot kauliņu uz piektā aplīša no beigām, tad pretinieks var pārbīdīt kauliņu ne vairāk kā 3 pozīcijas uz priekšu. Tālāk jāatrod veids, kā nonākt šajā pozīcijā. Līdzīgi spriežam, ka kauliņš ir jānovieto devītajā pozīcijā no beigām, lai pretinieks nevarētu savu kauliņu nolikt uz piektā aplīša no beigām. Un tā turpinām. Šajā spēlē uzvarēs pirmais spēlētājs, ja viņš vai viņa kauliņu izvietos uz noteiktiem aplīšiem - 3-šā, 7-tā, 11-tā un 15-tā aplīšiem, šoreiz skaitot no sākuma.