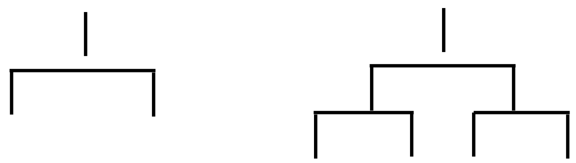
Decembra konkursiņš! (A grupa) Atrisinājumi
1.12.2017

Piezīme. Izvēlētie uzdevumi ir līdzīgi uzdevumiem, kurus risinājām rudens nodarbībās.

1. Agate zīmēja sekojošas struktūras:



Pirmajā zīmējumā ir 1 horizontāls nogrieznis un 3 vertikāli. Tad viņa katru nākamo zīmējumu zīmēja lielāku, katram apakšējam vertikālajam nogrieznim pievienojot vienu horizontālu un galos divus vertikālus uz leju vērstus nogriežņus. Un tā turpināja. Cik nogriežņu būs sestajā zīmējumā kopumā?

Atbilde. Sestajā zīmējumā kopumā ir 190 nogriežņi.

Atrisinājums. Skolēni var zīmēt šīs struktūras un vienkārši saskaitīt elementus. Labāks risinājums būs tad, ja tiks veikti skaitliski aprēķini, izpētot, kā pieaug horizontālo un vertikālo nogriežņu skaits:

Zīmējums	**Horizontālie nogriežņi**	**Vertikālie nogriežņi**
Pirmais	1	3
Otrais	1+2	3 + 4
Trešais	1+2+4	3+4+8
Ceturtais	1+2+4+8	3+4+8+16
Piektais	1+2+4+8+16	3+4+8+16+32
Sestais	1+2+4+8+16+32	3+4+8+16+32+64

Sestajā zīmējumā kopumā ir 190 nogriežņi.

2. Doti cipari 4, 5, 7. Cik dažādus trīsciparu skaitļus var izveidot, katra skaitļa pierakstā izmantojot tieši divus no šim cipariem? (piemēram, 447)

Atbilde. Var izveidot 18 dažādus trīsciparu skaitļus.

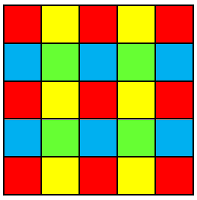
Atrisinājums. No trim cipariem divus var izvēlēties 3 veidos:

(4; 5), (4; 7) un (5; 7). Kad izvēlēti divi cipari, tad trīsciparu skaitlī būs divi vienādi cipari. Otru ciparu var rakstīt vienu, desmitu vai simtu pozīcijā. Tā var izveidot 3 dažādus skaitļus. Piemēram, 447, 474, 744. Var būt arī otrs no izvēlētiem cipariem ir izmantots divas reizes. No viena ciparu pāra var sastādīt 6 dažādus skaitļus. Ir 3 pāri, tāpēc no dotajiem skaitļiem kopumā var izveidot 18 dažādus trīsciparu skaitļus.

3. Izkrāso kvadrāta 5 x 5 rūtiņas tā, lai vienādas krāsas rūtiņas nesaskarās ne ar malām, ne ar stūriem. Kāds ir mazākais nepieciešamo krāsu skaits? Paskaidro!

Atbilde. Mazākais krāsu skaits, kas apmierina uzdevuma prasības, ir 4 krāsas.

Atrisinājums. Aplūkosim kvadrātu 2 x 2 rūtiņas. Tām visām ir vismaz viens pieskaršanās punkts, tāpēc katra no šīm rūtiņām jākrāso citā krāsā. Tas nozīmē, ka ir nepieciešamas vismaz 4 krāsas. Kvadrātu var izkrāsot četrās krāsās saskaņā ar uzdevuma nosacījumiem:



4. Ir zināms, ka rūķis Klusiņš saviem bērniem izdalīja 21 piparkūku. Katrs rūķa bērns saņēma citādu skaitu piparkūku. Cik bērnu varētu būt Klusiņu ģimenē?

Piezīme. Šis ir uzdevums, kuram nav vienas noteiktas atbildes. Uzdevums domāts, lai skolēni pētītu un izvērtētu iespējas.

Atbilde. Nevar pateikt noteiktu bērnu skaitu. Bērni varētu būt vismaz divi, bet ne vairāk kā seši.

Atrisinājums. No uzdevuma nosacījumiem seko, ka rūķim ir vairāki bērni, tas ir, vismaz divi. Ja rūķim ir tieši divi bērni, tad ir 20 dažādas iespējas, kā piparkūkas diviem atšķirīgiem bērniem sadalītas. Var novērtēt, ka vairāk kā 6 bērni nevar būt, jo saskaitot sekojošos skaitļus, iegūst:

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21

5. Fidelandē naudu skaita *krakos*. Fidelandiešu naudas zīmes ir 1, 2, 3 un 5 kraku vērtībā. Fidelandieša Fīfika nedēļas alga ir 11 kraki. Viņš saņēma 6 naudas zīmes. Pamato, ka vismaz viena naudas zīme ir 2 kraki!

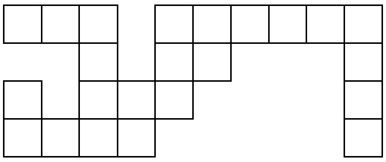
Atrisinājums. Fīfika alga ir 11 kraki – tas ir nepāra skaitlis. Saskaitot pāra skaitu nepāra skaitļu, rezultāts ir pārskaitlis. Tāpēc summā ir jābūt vismaz vienam pāra skaitlim, te - jābūt naudas zīmei 2 kraku vērtībā.

Piezīme. Der arī atrisinājums, kur doti visi četri iespējamie naudas komplekti un ir paskaidrots, ka citu variantu nav
5 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2
3 + 3 + 1 + 1 + 1 + 2
3 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2
1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2

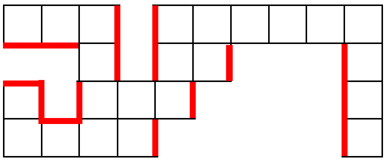
PUNKTIŅŠ Ko darīt ar taisnstūriem?
8.12.2017

Nodarbības mērķis: pētīt taisnstūru konfigurācijas, ievērot un izmantot tos lielumus, kuri nav doti uzdevumā – tātad, padomāt arī par to, kas uzdevumā nav dots.

1. Kāds ir figūras perimetrs, ja viena kvadrātiņa laukums ir 4 cm^2?

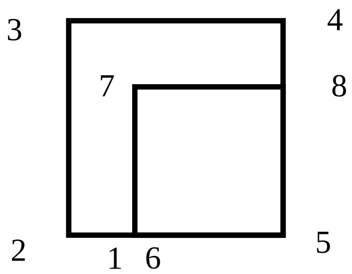


Atrisinājums. Šir ir iesildīšanās uzdevums. Vispirms noskaidrojam, ka kvadrātiņa malas garums ir 2 cm. Protams, perimetru var aprēķināt, vienkārši saskaitot visus īsos nogriežņus. Bet var arī ievērot, ka figūra atrodas rūtiņu taisnstūra 10 x 4 robežās. Tāda taisnstūra perimetrs ir $2(10+4)\cdot 2 = 56$ cm. Atliek pieskaitīt tos nogriežņus, kuri neatrodas tieši pretī roba malai (zīmējumā sarkanā krāsā), tad figūras perimetrs ir $56+16\cdot 2 = 88$ cm.



2. No 80 cm garas stieples jāizveido 2 kvadrāti, kur viena kvadrāta malas garums ir 15 cm, bet otra – 10 cm. Parādi zīmējumā, kā to izdarīt!

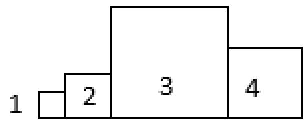
Atrisinājums. Šis ir atjautības uzdevums. Ja izveidotu divus atsevišķus kvadrātus, to kopējais perimetrs būtu $4\cdot 15+4\cdot 10=100$, kas ir vairāk nekā 80 cm. Ja pieņem, ka kvadrātiem ir viena kopīga mala, tad kopējais perimetrs būtu 100 – 10 = 90 cm. Tātad kvadrātiem ir divas kopīgas malas, un to var konstruēt, ja mazo kvadrātu konstruē lielā kvadrāta iekšpusē. Vēl ir arī jautājums par to, vai šādus kvadrātus var izlocīt no dotās stieples to nesagriežot. To var – sāk locīt no punkta 1 spirālveidā līdz punktam 8. Locījuma punkti ir 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.



3. Taisnstūra vienas malas garums bija 3 rūtiņas, bet otras malas garums bija 8 rūtiņas. Garāko taisnstūra malu samazināja par 2 rūtiņām. Kā jāizmaina taisnstūra otrās malas garums, lai jaunizveidotā taisnstūra laukums saturētu tikpat daudz rūtiņas, cik iepriekšējā taisnstūra laukums?

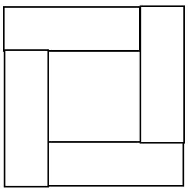
Komentārs. Pēc savas būtības šis ir uzdevums par kāda skaitļa dažādiem reizinātājiem, bet formulēts ģeometriski, kas ļauj skolēniem padomāt vizuālā veidā arī par skaitļu attiecībām. Vēlams, lai skolēni uzzīmē doto taisnstūri un tad lai pacenšas uzzīmēt arī otru, kura viena mala ir 6 cm.

4. Virknē uzzīmēti četri kvadrāti. Otrā kvadrāta laukums ir 4 reizes lielāks nekā pirmā kvadrāta, bet 4 reizes mazāks nekā trešā kvadrāta laukums. Ceturtā kvadrāta malas garums ir 3 reizes lielāks nekā pirmā kvadrāta malas garums. Kāds ir figūras ārējā kontūra perimetrs, ja otrā kvadrāta laukums ir 16 cm ^{2}?

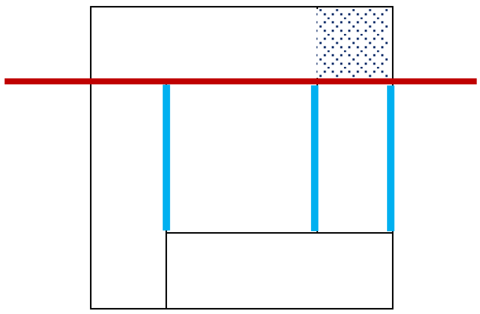


Atrisinājums. Vispirms noskaidrosim katra kvadrāta malas garumu. Otrā kvadrāta malas garums ir $a_2 = 4$ cm. Pirmā kvadrāta laukusm ir 4 reizes mazāks, nekā otrā kvadrāta laukums, tātad 4 cm ^{2}, tāpēc $a_1 = 2$ cm, bet līdzīgi trešā kvadrāta laukums ir 4 reizes lielāks nekā otrā kvadrāta laukums, tad tam malas garumsir $a_3 = 8$ cm. Savukārt ceturtā kvadrāta mala ir 3 reizes garāka nekā pirmā kvadrāta mala, tas ir, $a_4 = 6$ cm. Ievērosim, ka figūras augšējās daļas horizontālo nogriežņu garums ir vienāds ar pamata garumu $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 20$ cm, bet sānu malas vertikālo nogriežņu kopējais garums ir vienāds ar lielākā kvadrāta malas garumu 8 cm. Tad figūras perimetrs ir $(20+8)\cdot 2 = 56$ cm.

5. Četri vienāda izmēra taisnstūri novietoti blakus tā, ka centrā ir tukšs kvadrātveida laukums. Kāds ir taisnstūra perimetrs, ja tā īsākās malas garums ir 2 vienības, un iekšējā kvadrāta perimetrs sakrīt ar viena taisnstūra perimetru? Kāds ir iekšējā, kāds ir ārējā kvadrāta laukums?



Atrisinājums. Aplūkosim zīmējumu un caur iekšējā kvadrāta augšējo malu novilksim nogriezni, kas krusto figūru.



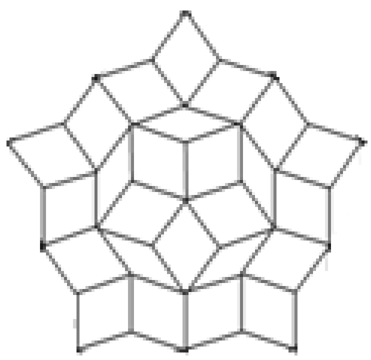
Iekšējā kvadrāta malas garums vienāds ar tiem vertikālajiem nogriežņiem (zīmējumā zilā krāsā), kurus iegūst, malējo taisnstūri krustojot ar šo nogriezni, kas iet caur kvadrāta malu. Šis nogrieznis arī izveido kvadrātu (zīmējumā kvadrāts izcelts ar punktiņiem), kura malas garums ir vienāds ar doto taisnstūru īsāko malu. No tā seko, ka iekšējā kvadrāta divu malu garumu summa vienāda ar iezīmētā kvadrāta perimetru. Tāpēc iekšējā kvadrāta malas garums ir 4 vienības, bet taisnstūra garākā mala ir 3 reizes garāka par tā īsāko malu, tātad 6 vienības. Tad taisnstūra perimetrs ir 16 vienības, bet laukums ir 12 kvadrāt-vienības. Ārējā kvadrāta malas garums ir 6 + 2 = 8 vienības; laukums ir 64 kvadrātvienības, bet iekšējā kvadrāta laukums ir 16 vienības.

Piezīme. Mēģinot uzzīmēt dotos taisnstūrus uz rūtiņu papīra, par vienu vienību izvēloties vienas rūtiņas malas garumu, acīmredzamu atrisinājumu var iegūt diezgan ātri.

PUNKTIŅŠ (A grupa) Kura daļa?
15.12.2017

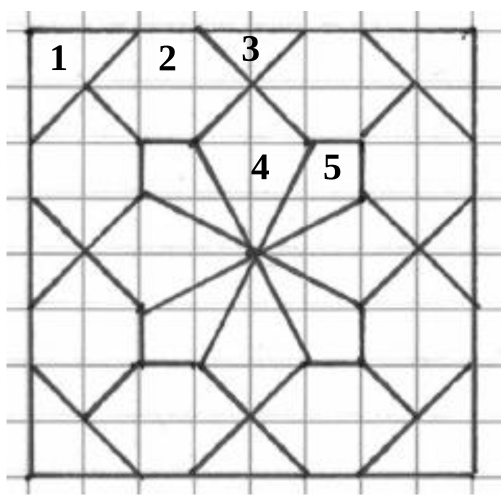
Nodarbības mērķis: mācīties izprast daļas, daļskaitļu sakaru ar reālo pasauli. Apgūt uzdevumu risināšanas metodi "sākt no otra gala".

1. Izkrāso zīmējumā redzamos rombiņus četrās krāsās – sarkanus, dzeltenus, zilus un zaļus. Kāda daļa novisiem rombiņiem ir sarkana? Kāda zila? Dzeltena? Zaļa?

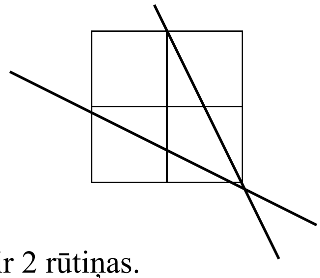


Komentārs. Šis ir ievaduzdevums, kurā skolēns var izpaust savu estētisko radošumu un veikt nelielu klasifikāciju, kas nepieciešama, lai atrastu atbilstošās daļas.

2. Kvadrātā 8 x 8 rūtiņas ir iezīmētas figūras.
   1) Kuras no savstarpēji vienādajām figūrām ir a) sestā daļa no visu figūru skaita; b) trešā daļa no visu figūru skaita?
   2) Kādu daļu no visa kvadrāta laukuma aizņem katra no atšķirīgajām figūrām?
   3) Kuras vienādās figūras kopumā aizņem a) astoto daļu no visa kvadrāta laukuma; b) 3/16 daļas no visa kvadrāta laukuma?



Komentārs. Šajā uzdevumā vispirms ir jāveic uzskaite – figūru klasifikācija pēc to skaita. Otra uzdevuma daļa prasa figūru laukuma aprēķināšanas iemaņas. Katru no figūrām var izteikt "rūtiņu laukumos". Grūtāk aprēķināt centrālo "pūķveida" figūru laukumu. To var veikt, izmantojot starpību. Aplūko kvadrātiņu 2 x 2 rūtiņas, no kura nogriež divus trijstūrus. Nogrieztā trisjstūra laukums ir puse no taisnstūra 1 x 2 rūtiņas, tātad 1 rūtiņu liels:



"Pūķa" figūras kopējais laukums ir 2 rūtiņas.

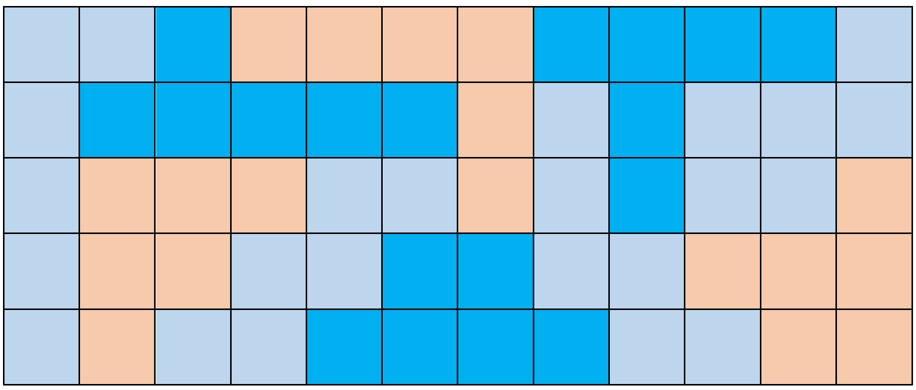
Risinājums. Ir piecas dažāda veida figūras. Kopējais figūru skaits ir 32 (skat. zīmējumu). Izveidosim tabulu:

Figūras Nr	Skaits	Figūras laukums	Figūru laukums	Daļa no visa laukuma
1	4	2	8	1/8
2	8	4	32	1/2
3	4	1	4	1/16
4	4	3	12	3/16
5	4	2	8	1/8

3. Taisnstūra izmērs ir 5 x 12 rūtiņas. Cik rūtiņas ir jāiekrāso, ja jāiekrāso ir a) 1/5 daļa rūtiņu; b) 1/6 daļa rūtiņu; c) 2/3 daļas rūtiņu; d) 3/4 daļas rūtiņu; e) 7/10 daļas rūtiņu. Uzzīmē un parādi iekrāsojamās daļas!

Komentārs. Uzdevumu risina, izmantojot taisnstūra sadalīšanu a) piecās, b) sešās, c) trijās, d) četrās, e) desmit vienādās daļās. Vienkāršs veids ir dalījums slejās. Radošs sadalījuma veids ir dalījums vienādās bet varbūt dažāda veida poliomino figūrās. Katrā no dalījumiem iekrāso noteiktu skaitu figūru.

Piemērs. Taisnstūra sadalījums desmit dažādās heksomino figūrās, no kurām var izvēlēties septiņas, tā parādot 7/10 no taisnstūra.



4. Kronīšu ģimene vakariņām pasūtīja divas picas – lielo un mazo. Lielo picu piegādāja sagrieztu 8 šķēlēs, bet mazo – 6 šķēlēs. Una un Jana izvēlējās mazo picu, no kuras Una apēda vienu trešo daļu, bet Jana – vienu sesto daļu. Lielo picu ēda tētis, mamma un brālis Uģis. Tētis apēda ceturto daļu no lielās picas, brālis – sesto daļu no atlikušās lielās picas, bet mamma picu ēda pati pēdējā, izvēloties pusi no atlikušajām šķēlēm. Cik gabaliņus apēda katrs? Kāda daļa mazās un lielās picas atlika?

Komentārs. Uzdevumu ir vienkārši risināt, ja uzzīmē "picu" – apli, kuru sadala sešās vienādās daļās. Pēc tam veido otru apli, kuru dala 8 vienādās daļās. Aprēķināt uzdevumu par mazo picu ir viegli, mazliet sarežģītāk ir ar lielāko picu. Māmiņai atlikušas ir 5 šķēles. Ja viņa apēdusi pusi no tām, tad atliek divas ar pusi šķēles. Ir vienkārši aprēķināt daļu no picas, ja iztēlojas, ka katra no 8 šķēlēm sagriezta uz pusēm, tad kopumā ir 16 šķēlītes un māmiņa ir apēdusi 5/16 daļas no picas.

5. Spēļu veikalā Emīls nopirka brīnum skaistas stikla lodītes, kuras pārdevējs iebēra papīra turzā. Diemžēl uz ielas papīra maisiņš pārplīsa un visas lodītes izbira uz ielas. Viena trešdaļa no lodītēm ielas slīpumā aizripoja tālu, viena sestā daļa iekrita ūdens notekā. Pusi no tām lodītēm, kuras bija palikušas Emīla tuvumā, nočiepa garām skrejošie bērni. Trešo daļu no tām lodītēm, kuras Emīls salasīja, nācās izmest, jo tās bija saplīsušas. Emīls skumīgi ielika kabatā atlikušās 14 lodītes. Cik lodīšu viņš nopirka?

Atrisinājums. Šo uzdevumu jāsāk atšķetināt no beigām. Jautājumi, kurus jāuzdod ir sekojošie:

1) Cik lodītes Emīls uzlasīja uz ielas, kādu daļu no tām viņš salasīja?

Ja Emīls izmeta trešo daļu no salasītajām lodītēm, tad viņš kabatā ielika divas trešās daļas no tām. Seko, ka viņš izmeta 7 lodītes. Tāpēc Emīls salasīja 21 lodīti.

2) Cik lodītes nočiepa garām skrejošie bērni?

Tikpat daudz, cik Emīls salasīja – 21 lodīti. Tas bija puse no tām lodītēm, kuras bija palikušas Emīla tuvumā. Tātad viņa tuvumā bija palikušas 42 lodītes.

3) Kāda daļa no visām nopirktajām lodītēm bija šīs 42 lodītes?

Trešā daļa no visām lodītēm aizripoja, sestā daļa noslīka. Viena trešdaļa plus viena sestā daļa ir puse no dotajām lodītēm. Tātad Emīls nopirka 84 lodītes.

Piezīme. Kā saskaitīt vienu trešdaļu un vienu sesto daļu – to var parādīt shematiski. Iepriekšējā piemērā pica jeb aplis tika sagriezta 6 vienādās daļās. Viena sestā daļa ir viena šķēle, bet viena trešdaļa ir divas šķēles. Kopā tas ir 3 šķēles jeb puse no visas picas.