PUNKTIŅŠ Skaitīsim ģeometriskus objektus Komentāri
3.03.2017

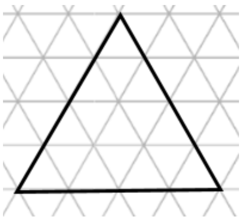
Nodarbības mērķis ir apgūt sistemātiskas klasificēšanas metodes, atklāt objektu uzskaitīšanas likumsakarības. Mācīties atrisināt uzdevumus dažādā veidā. Sistemātiska elementu klasificēšana vai uzskaitīšana ir viens no soļiem dažādu olimpiāžu uzdevumu risināšanā.

Uzdevumi

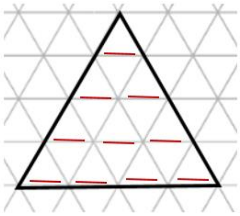
Ar zvaigznīti * apzīmēti grūti uzdevumi

1. Trijstūra malas garums ir 4. Saskaiti, cik nogriežņu garumā 1 ir dotajā trijstūrī! Izdomā divus vai trīs dažādus nogriežņu saskaitīšanas veidus! (skat. 1)!

Komentārs. Skolēniem ir jāskaita īsie nogriežņi un papildus jāpadomā par to, kā skaitīt tos citādi. Te skolēni dalās ar saviem atklājumiem, risinājumi tiek apspriesti kopīgi. Objektu skaitīšana var notikt pa slejām, sākot ar augšējo, vai apakšējo rindu. Var skaitīt tieši vai arī izmantot vizuālus paņēmienus – krāsainu zīmuli, lai ir redzams, kurš nogrieznis ir jau saskaitīts, vai arī nodzēšot jau saskaitītos elementus. Sistemātiskāks paņēmiens ir nogriežņu skaitīšana pa rindām, sākot, piemēram ar horizontālajām taisnēm (skat 1.b). Uz tām



1.



1. b

1. c

Ir atbilstoši 1 + 2 + 3 + 4 nogriežņi. Šajā trijstūru sistēmā ir 3 virzieni, kur katru raksturo paralēlās taisnes. No šejienes samērā vienkārši iegūt vispārīgu vienības nogriežņu aprēķināšanas formulu: $\frac{n(n+1)}{2}\cdot 3$, kur n ir ārējā trijstūra malas garums.

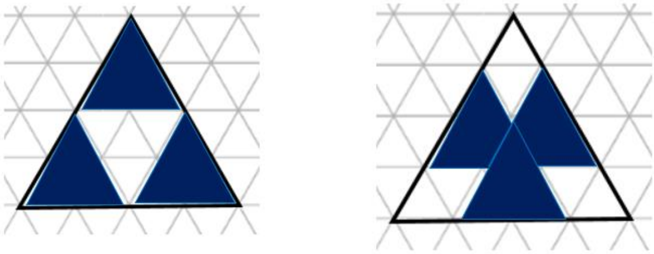
Kāds no skolēniem ieteica izmantot "šaha" krāsojumu, kā tas redzams zīmējumā 1. c. Katram tumšajam trijstūrim jāapvelk 3 līnijas – atliek tikai saskaitīt trijstūrus.

2. Cik pavisam nogriežņus tu vari saskaitīt dotajā kvadrātā (skat. 2)?

Komentārs. Šis piemērs prasa arī izpratni par uzdevuma dotajiem un prasībām. Te nav tieši noteikts kādus nogriežņus jāskaita – tas nozīmē, ka jāsaskaita visi diskrēta garuma nogriežņi, ko definē kvadrāta rūtiņas – nogriežņi garumā 1, garumā 2, 3, un 4. Jānoskaidro, kā sistemātiski skaitīt. Piemēram, vienā rindā skaitīt visus minētos nogriežņus, tad saskaitīt, cik ir horizontālo rindu, tikpat daudz arī vertikālo rindu. Viens no skolēniem ieteica izmantot tādu pašu principu kā 1. c gadījumā, lai saskaitītu visus nogriežņus garumā 1 – izkrāso kvadrātu kā šaha galdiņu un skaita tumšos kvadrātus, nedrīkst aizmirst tos ārējos nogriežņus, kuri nepieder tumšajiem kvadrātiem.

3. Cik dažādus kvadrātus tu vari saskaitīt (skat. 2)?
4. Cik dažādus trijstūrus tu vari saskaitīt (skat. 1)?

Piezīme. Šie divi uzdevumi līdzīgi iepriekšējiem – jārosina atrast vispārēju skaitīšanas likumu. Runājot par dažādo trijstūru skaitīšanu – var izmantot vairākus lielos trijstūrus, kuros atsevišķi var iekrāsot arī trijstūrus, kuru malas garums ir 2 vai 3 – tas uzskatāmi parāda, vai kāds trijstūris palicis neievērots, zemāk piemērs, kā atzīmēt trijstūrus ar malas garumu 2:

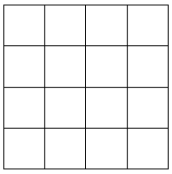


5. *Kā saskaitīt nogriežņus rūtiņu kvadrātā ar izmēru 100 x 100? Cik te ir kvadrātu?

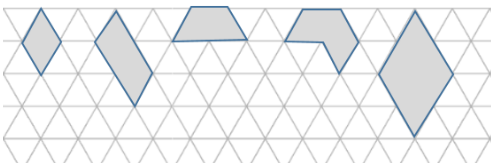
Piezīme. Uzdevums ir 2. un 3. uzdevuma paplašināts gadījums, kas prasa sistemātisku pieeju. Uzdevums noderīgs, ja kādam skolēnam 2. un 3. uzdevumi šķiet pārāk viegli (pietiekami liels piemērs var būt arī rūtiņu kvadrāts ar izmēru 10 x 10).

Nogriežņu skaits: vienā rindā ir $\frac{n(n+1)}{2}=\frac{100\cdot 101}{2}$. Horizontālo rindu skaits ir 101, tāpat arī vertikālo rindu skaits. Gala rezultāts $\frac{100\cdot 101}{2}\cdot 101\cdot 2=1020100$

Kvadrātus var skaitīt līdzīgi pa slejām – piemēram, kvadrāti ar izmēru 2 x 2 divās blakus rindās izvietojas 99. Rindu skaits no divām blakus esošām rindām ir 99. Tāpēc šādu kvadrātu skaits ir 99 x 99. Visu kvadrātu summa ir : $100\cdot 100+99\cdot 99+98\cdot 98+....+3\cdot 3+2\cdot 2+1=338350$



2.

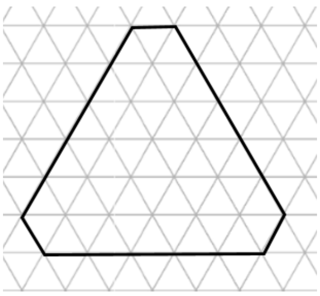


3.

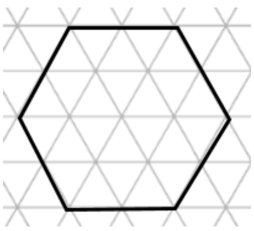
6. Cik dažādus rombiņus (skat. 3. pirmā figūra) vari saskaitīt trijstūrī 1? Cik ir pārējo veidu figūras no 3. zīmējuma?

Piezīme. Šis uzdevums ir 4. uzdevuma variants.

7. Vai attēlā 4. doto torti var sagriezt 23 vienādos gabalos, griežot pa redzamajām līnijām?



4.



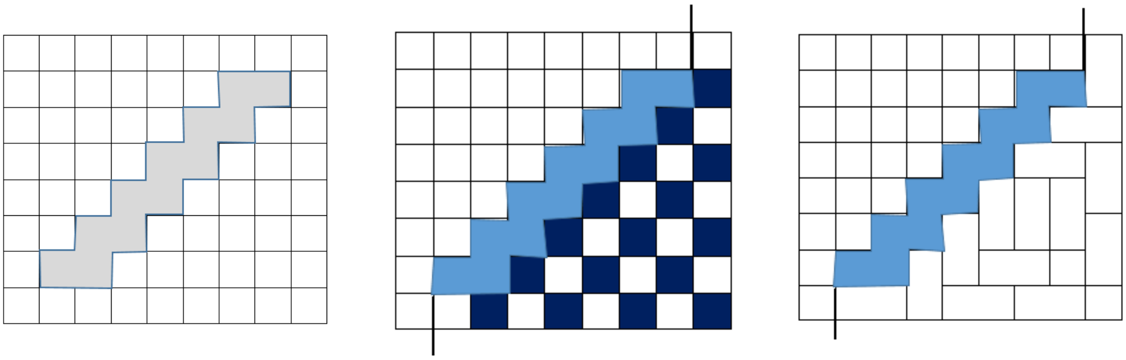
5.

Risinājums. Attēlā dotajā trijstūra tortē kopumā ir 49 – 3 = 46 mazie trijstūrīši. Vienīgie vienādie gabaliņi var būt divu trijstūru veidotie rombi. Te der atcerēties 1. c zīmējumu: ja tortes virsmu izkrāso "šaha" veidā, tad katrs rombiņš satur vienu baltu, vienu melnu trijstūri. Diemžēl melno un balto trijstūru skaits atšķiras, tāpēc torti nevar sagriezt prasītajās daļās.

8. Sešstūrī (skat.5) dažus trijstūrus nokrāsojiet melnā krāsā tā, lai jebkuram melnam trijstūrim blakus būtu tieši 2 balti trijstūrī un jebkuram baltam trijstūrim blakus būtu 2 melni trijstūri.

Piezīme. Katram trijstūrim ir 3 malas. Aplūkojot kādu no centrālajiem trijstūrim – tam būs divi melni un viens balts kaimiņš, ja pats trijstūris ir baltā krāsā. Uzdevumam var būt dažādi atrisinājumi.

9. *No taisnstūra 9 x 8 ir izgriezti vairāki domino (skat. 6). Ar cik domino var noklāt atlikušo daļu? (Domino nedrīkst pārklāties.)



6.

Atrisinājums. Visu atlikušo taisnstūra daļu nevar noklāt ar domino. Sadalām taisnstūri divās vienādās daļās un aplūkojam vienu no tām. Izkrāsojam to šaha veidā. Tumšo kvadrātu ir 16, bet balto 14. Tāpēc te nevar novietot vairāk kā 14 domino. 14 domino izvietot var, tāpēc kopumā atlikušo taisnstūra daļu var pārklāt ar 28 domino.

Piezīme: eksperimentēšanai var izdrukāt trianguláru papīru (kas sadalīts vienādos trijstūros) no brīvi lejuplādējamo līniju papīru vietnes, piemēram:

http://geomegic.com/downloads/

Piezīme: 7. un 8. uzdevumi ir ņemti no krājuma: Екимова М. А., Кукин Г. П. (2002) Задачи на разрезание, МЦНМО

PUNKTIŅŠ Marta konkurss Komentāri
10.03.2017

Konkursa mērķis: Dot iespēju skolēniem risināt uzdevumus patstāvīgi. Skolēni var demonstrēt oriģinālus risinājumus. Ir svarīgi arī atcerēties iepriekšējās nodarbībās apgūto.

Uzdevumi:

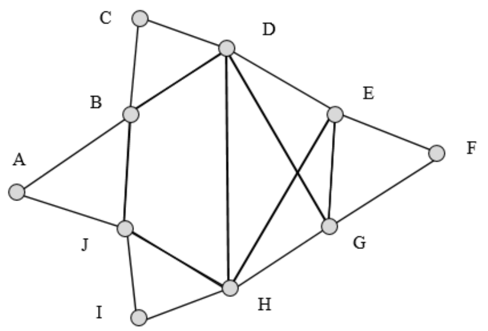
1. Doti skaitļi 1, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 23, 35, 29, 32

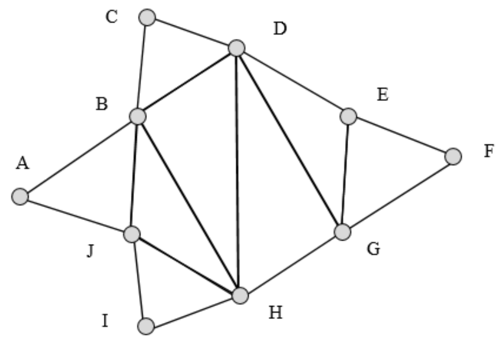
Uzraksti divus vai 3 piemērus: izvēlies vairākus skaitļus no dotajiem ar kopīgu īpašību. Uzraksti šos skaitļus un uzraksti, kāda ir šo skaitļu kopējā īpašība (viens skaitlis var tikt iekļauts vairākos piemēros).

Pārbaudi, vai piemēru var papildināt ar vēl kādu skaitli no dotajiem. Ja var, tad šeit norādi, kuri skaitļi var būt pievienoti piemēriem.

Komentārs. Šajā uzdevumā var izvēlēties visdažādākās izvēlēto skaitļu īpašības, kur vienas no vienkāršākajām varētu būt, piemēram, pāra skaitļi, vai viencipara skaitļi, vai skaitļi, kas beidzas ar ciparu 7 un tamlīdzīgi. Var veidot skaitļu virknes, piemēram aritmētisko progresiju. Uzdevumā ir aicinājums izvērtēt iegūto rezultātu – ir vai nav iespējams izvēlēto skaitļu kopu papildināt.

2. Kuru zivtiņu vari uzzīmēt neatceļot zīmuli no papīra un katru līniju velkot tikai vienu reizi? Ja vari uzzīmēt, tad uzraksti atbilstošo burtu virkni, ja nē, tad uzraksti, kāpēc to nevar izdarīt.





Komentārs. Šis ir atkārtojuma uzdevums. Ja zīmējumā ir 2 punkti, kuriem pienāk nepāra skaits līniju, tad zīmējumu var sākt vienā šādā punktā un otrā beigt (kreisās puses zīmējumu var uzzīmēt ar vienu vilcienu). Ja ir vairāk kā 2 punkti, kuros pienāk nepāra skaits līniju, to nevar uzzīmēt – tādi punkti labās puses zīmējumā ir B, D, E un H.

3. A. Uzraksti vairākus četru ciparu palindromus, kuru ciparu summa ir 18. (4. klasei)
   B. Uzraksti vairākus četru ciparu palindromus, kuru ciparu summa ir atkal ir palindroms. Cik ir šādu 4 ciparu palindromu? (5. klasei)

Komentārs. Arī šis ir atkārtojuma uzdevums par palindromu tēmu. Te jāievēro, ka palindroma ciparu summa ir pārskaitlis, tāpēc prasītā ciparu summa var būt 2, 4, 6, 8, vai 22. (lielāks rezultāts nevar būt, jo lielākais četru ciparu palindroms ir 9999, tā ciparu summa ir 36). Tiek gaidīts, ka skolēns uzdevumu risinās sistemātiski, plānveidīgi – aplūkos iespējamos 4 – ciparu palindromus. Atbilde ir 18.

4. Vairāki draugi noīrēja mikroautobusu par 96 eiro, lai aizbrauktu no Rīgas uz Helsinkiem, un nolēma šos izdevumus sadalīt visiem vienādi. Pēdējā brīdī 4 no draugiem atteicās braukt, tāpēc katram ceļotājam nācās piemaksāt vēl 4 eiro par braucienu. Cik draugi devās šajā ceļojumā?

   Iespējamās atbildes: a) 4; b) 8; c) 12; d) 16

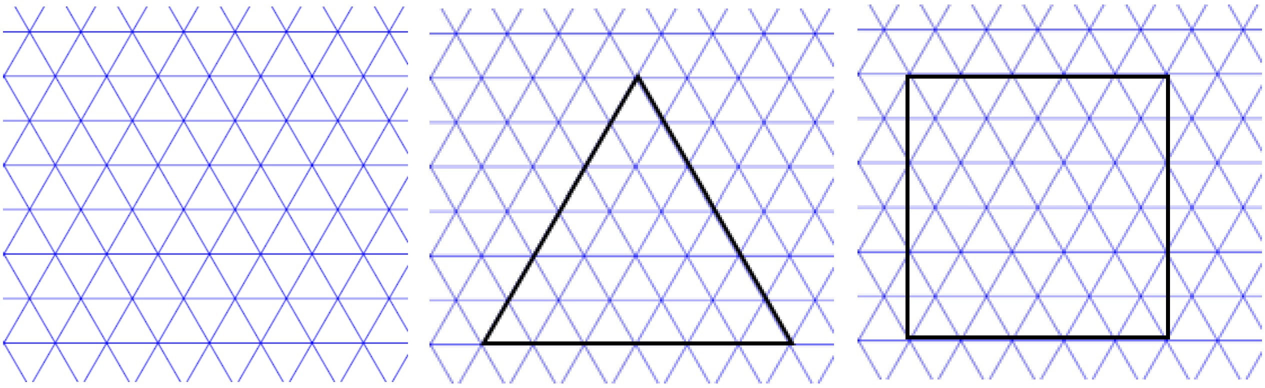
Apvelc pareizo atbildi un uzraksti pamatojumu, kāpēc tava atbilde ir pareiza.

Komentārs. Šis ir testa tipa uzdevums, balstīts uz to, vai skolēns saprot uzdevuma nosacījumus. Izvēlētā atbilde ir jāpārbauda:

Cik eiro reāli samaksāja katrs braucējs? Cik katram braucējam būtu jāmaksā, ja ceļojumā dotos plānotais braucēju skaits? Cik braucēji bija ieplānoti šajā ceļojumā? Kāda bija plānotā katra braucēja maksa?

Šie jautājumi parāda uzdevuma pārbaudes galvenos punktus. Būtu vēlams, lai skolēns pārbauda visas dotās atbildes – varbūt der vēl kāda no atbildēm?

5. Uzzīmē 3 dažādas figūras katrā no laukumiem pa vienai un katrai no figūrām uzraksti, kā tu šo figūru raksturo matemātiski



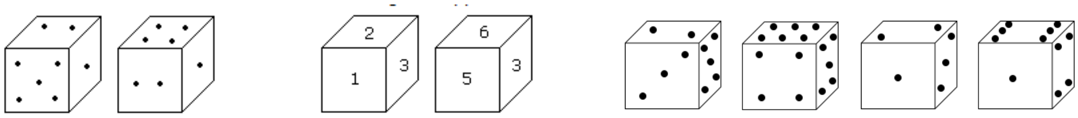
Komentārs. Uzdevums, kurā skolēns var izpaust savu fantāziju, oriģinalitāti un matemātikas zināšanas. Otrais un trešais laukumi ir mulsinoši – skolēnam ir jāizlemj, kā viņa veidotā figūra būs saistīta ar doto trijstūri un kvadrātu. Skolēnam ir arī jāsaprot, kas ir "figūra". Atkarībā no skolēna iztēles figūra var tikt zīmēta, izmantojot dotās līnijas, doto līniju krustpunktus, vai arī figūru var zīmēt krustojot līniju režģi. Uzzīmētās līnijas var aprakstīt ļoti dažādi – vienkāršākais veids ir nosaukt figūras formu, bet var arī dot citādus raksturojumus, piemēram, raksturot perimetru, vai nosaukt figūras iekšpusē esošo mazo trijstūru skaitu, vai arī raksturot to figūru laukumu attiecību, kādi rodas, piemēram, trešajā gadījumā, salīdzinot kvadrātu un jauno figūru.

PUNKTIŅŠ   Kauliņi ir mesti! Komentāri
24.03.2017

Nodarbības mērķis: Attīstīt skolēnu telpisko iztēli; mācīties izteikt loģiskus pamatojumus. Ceturtā un tālāko uzdevumu risināšanai ir ieteicams skolēniem dot spēļu kauliņus, lai viņi varētu darboties praktiski.

Uzdevumi Ar zvaigznīti * apzīmēti grūtāki uzdevumi

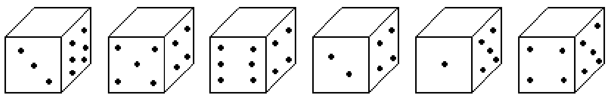
1. a) Nosaki, cik punktu ir uz pirmā kauliņa aizmugurējās skaldnes! b) Kāds skaitlis ir uz pretējās skaldnes skaitlim 4? c) kāds skaitlis ir uz pretējās skaldnes skaitlim 2?



a) b) c)

Komentārs. Ievaduzdevums domāts telpiskās iztēles rosināšanai. a) variantā jāiztēlojas, ka kauliņš tiek ripināts par vienu skaldni uz priekšu – divi punkti, kuri kreisajā attēlā bija augšpusē, tagad ir novietoti uz priekšējās skaldnes. Arī b) variantā skaitlis 3 ir uz labās skaldnes, tas nozīmē, ka tam uz blakus skaldnēm ir visi redzamie skaitļi, izņemot 4. c) piemērā, aplūkojot divus labējos kauliņus, var ievērot, ka vienam punktam uz pretējās skaldnes ir 5 punkti, tāpēc jāsecina, ka 2 punktiem uz pretējās skaldnes varētu būt 4 vai 6. Lai uz otrā kauliņa iegūtu uz redzamajām skaldnēm 4 un 6, tas jāripina uz priekšu 2 reizes. Tāpat, lai iegūtu ceturtā kauliņa situāciju, trešais kauliņš jāpagriež 2 reizes pa kreisi (vai pa labi). Diviem punktiem pretējā pusē ir 6 punkti.

2. Punktu summa uz kauliņu pretējām skaldnēm ir 7. a) ja uz pāra numura kauliņiem uz augšējās skaldnes ir nodzēsti pāra skaits punktu, kāda ir to kopējā summa? b) Pirmajiem 3 kauliņiem katram apakšā punktu skaits ir pāra skaitlis, bet pēdējiem trim katram augšā ir nepāra skaits punktu. Kāda ir pirmo 3 kauliņu nodzēsto punktu summa mīnus pēdējo 3 kauliņu nodzēsto punktu summa?

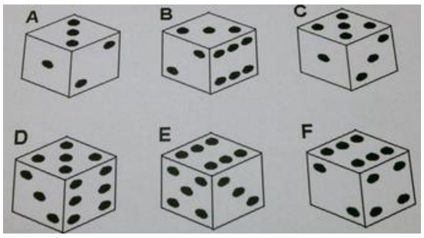


(I) (II) (III) (IV) (V) (VI)

Komentārs. Te apvienotas vairākas zināšanas – zināšanas par romiešu cipariem, zināšanas par skaitļu pāra un nepāra īpašībām. Pirmais teikums nosaka, ka skaitļi apvienoti pa pāriem (1; 6), (2; 5), (3; 4). Tālāk uzdevums jārisina ar izslēgšanas metodes palīdzību un jāizpilda aritmētiskās darbības.

Piezīme. 1. un 2. uzdevumi ņemti no mājas lapas : http://www.indiabix.com/verbal-reasoning/dice/. Te var atrast vēl daudz dažādus piemērus, kā arī ir aprakstīti speciāli pamatošanas likumi: skatīt sadaļā "Dice – introduction".

3. Te ir 5 pareizi kauliņi no sešiem. Nosaki, kurš ir nepareizais!



Piezīme. Jāievēro punktu savstarpējais izvietojums. (D un F zīmējumā apskatīt, kā 3 punkti novietoti attiecībā pret 5 un 6 punktiem).

4. Izveido no 4 kauliņiem torni, lai punktu summa uz visām sānu skaldnēm ir vienāda!

Risinājums. Ierosināt skolēniem izpētīt spēļu kauliņu – kādas ir tā īpašības: īstā spēļu kauliņa noformējums ir sekojošais: uz pretējām skaldnēm punktu summa ir 7 un punktiem 1, 2, 3 izvietojumā ir labā orientācija. Ievērojot pirmo īpašību, punktu summa uz divām pretējām skaldnēm ir 7 * 4 = 28. Tāpēc prasītajiem torņiem punktu summai uz sānu skaldnēm ir jābūt 14 – citi varianti nav iespējami (iespējamas vairākas atbildes).

5. *Tornis ir salikts no 3 kauliņiem. Vai var tā gadīties, ka punktu summa uz tā pretējām sānu skaldnēm ir vienāda?

Atrisinājums. Uzdevums viegli risināms algebriski. Aplūkosim torņa divas pretējās sānu skaldnes. To punktu summa ir $(a + b + c)$ un atbilstoši $7 – (a + b + c)$. Lai summas uz pretējām skaldnēm būtu vienādas, tad jāizpildās vienādībai $(a + b + c) = 7 – (a + b + c)$ jeb $2 (a + b + c) = 7$. Tas nav iespējams, jo pāra skaitlis nav vienāds ar nepāra skaitli.

6. Saliec torni no 3 kauliņiem. Kā visātrāk aprēķināt neredzamo punktu summu?

Atrisinājums. Torņa augšējais punktu skaits ir a. Diviem kauliņiem neredzamo skaldņu punktu summa ir 7. Kopējais neredzamo punktu skaits ir $2 * 7 +7 – a = 21 - a$.

7. Uz galda viens otram blakus nolikti 3 spēļu kauliņi tā, ka to sānu skaldnes pilnīgi saskaras. Punktu summa S uz augšējām skaldnēm ir vienāda ar punktu summu S uz priekšējām skaldnēm. Kāda var būt S vismazākā vērtība, kāda vislielākā? Paskaidro!

Komentāri. Uzdevums nav sarežģīts. Var skolēniem uzdot, lai atrod un tabulā ieraksta visus vai arī cik vien var daudz atrisinājumus (atrisinājumu skaits lielāks par 30). Būtiski ir apspriest, kāda ir mazākā summa un kāda var būt vislielākā summa. Piemēram, šī summa nevar būt 3, jo uz katra kauliņa ir tikai viens punkts 1. Vai summa var būt 4? Summu veido punkti 1; 1; 2, bet tad uz otras skaldnes arī jābūt punktu summai 1; 1; 2, tas nozīmē, ka vajadzīgs spēļu kauliņš ar diviem punktiem 1. Tāpēc mazākā summa ir 5 - uz priekšējām skaldnēm 2; 2; 1., bet uz augšējām skaldnēm atbilstoši 1; 1; 3. Līdzīgi par lielāko summu. (Uzdevums ņemts no NRICH mājas lapas : https://nrich.maths.org/1016)

8. Tās kauliņu torņa skaldnes, kuras saskaras, ir salīmētas. Punktu skaits uz figūras ārējās virsmas ir 91. No cik kauliņiem figūra salīmēta?

Risinājums. Torņa sānu skaldņu punktu skaits ir $14n$. Torņa augšējās skaldnes un apakšas kopējais punktu skaits var atšķirties – tas var būt kāds skaitlis no 2 līdz 12. Kauliņu skaits ir 6 (augšā un apakšā punktu summa ir 7)

9. Figūra salīmēta no 4 kauliņiem. Uz ārējās virsmas punktu skaits ir 57. Kādā veidā kauliņi salīmēti?

Risinājums. Šis ir izpētes uzdevums, kur var rosināt atrast principiāli dažādus atrisinājumus. Ja figūra būtu tornis, tad punktu skaits būtu vismaz 58, jo sānu skaldnēs punktu summa ir 4*14 = 56. Augšā un apakšā punktu summa ir vismaz 2. Tas nozīmē, ka vismaz 1 kauliņš pielīmēts torņa sānos vai arī izveidota kāda cita telpiska figūra – telpisks tetromino, kas nav tornis. Te var būt dažādi risinājumi. Konfigurācija var būt kvadrātiska – uz augšējās un apakšējās kvadrātu virsmas kopumā ir 28 punkti. Tad sānu skaldnes jāpagroza tā, lai kopējā summa ir 29. Var veidot arī T – veida vai L - veida konfigurāciju, vai arī telpisku Z – konfigurāciju.

10. *Artūrs uzmeta vairākus kauliņus. To kopējā punktu summa dalās ar jebkuru divu kauliņu punktu reizinājumu un vismaz trīs kauliņu punktu skaits ir savstarpēji atšķirīgs un lielāks par 1. Kāds ir mazākais kauliņu skaits, ko Artūrs varēja uzmest?

Atrisinājums. Vispirms jāaplūko 2 kauliņu izmesto dažādo punktu reizinājums, ja punkti ir vairāk kā 1. Kopumā ir 10 iespējamie dažādo pāru reizinājumi: 6; 8; 10; 12; 12; 15; 18; 20; 24; 30. Šajā virknē atrodam tādu mazāko skaitli, kas dalās ar trim iepriekšējiem skaitļiem – tas ir skaitlis 24, kurš dalās ar 6; 8; un 12. (Trīs skaitļus aplūko tāpēc, ka tie veido 3 pārus – 3 reizinājumus no 2 skaitļiem). Trīs dažādo kauliņu uzmesto punktu skaits var būt 2, 3, un 4 punkti. Punktu summa ir 9, tāpēc atlikušo kauliņu punktu summa būs 15. Nebūs kauliņi ar punktu skaitu 6, jo 24 nedalās ar 3 * 6. Nebūs arī punktu skaits 5 vai 4 vai 3 – 24 nedalās ar 15, nedalās ar 16 un ar 9. 15 punktus var veidot mazākais 7 kauliņi uz kuriem uzkrita 2 punkti un 1 kauliņš ar 1 punktu. Kopumā Artūrs varēja izmest 11 kauliņus, uz kuriem uz krita punkti 1; 3; 4 un uz 8 kauliņiem uzkrita 2 punkti.

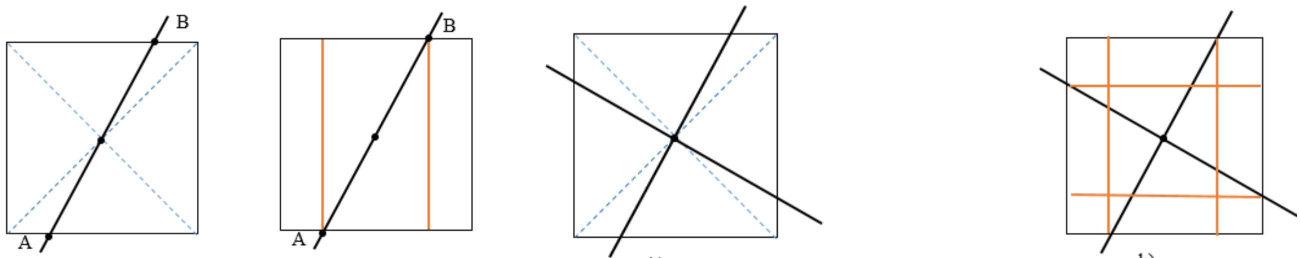
PUNKTIŅŠ Dalīsim torti! Komentāri
31.03.2017

Nodarbības mērķis: attīstīt skolēnu telpisko iztēli; nostiprināt zināšanas par taisnes nogriežņu krustošanos (atceramies nodarbību par nogriežņiem, figūrām). Iepazīstināt skolēnus ar rūtiņu figūrām un taisnstūru sadalīšanu poliomino figūrās. Lietot krāsojumu, lai parādītu, ka prasītais sadalījums nav iespējams; mācīties paskaidrot, argumentēt.

Uzdevumi

1. Sagriez **kvadrātisku** torti 4 vienādās daļās. Uzzīmē pēc iespējas vairāk variantu, kā to izdarīt.

   Komentārs. Risinājumu ir daudz. Te der apskatīt kvadrātu vispārīgā veidā un apspriest sekojošas figūru vienādības:



a) a) b) b)

Gadījumā a) uz kvadrāta pretējām malām no diagonāli pretējiem stūriem atliek vienāda garuma nogriežņus, un caur to gala punktiem A un B novelk nogriezni, kas krusto kvadrātu. Lai parādītu, ka kvadrāts sadalīts 2 vienādās daļās, no punktiem A un B velk attiecībā pret sānu malām paralēlus nogriežņus. Sānu taisnstūri vienādi. Centrālo taisnstūri diagonāle AB dala uz pusēm. Gadījumā b) var novilkt 4 palīg-nogriežņus un spriest līdzīgi.

2. Sagriez kvadrātisku torti 6 daļās tā, lai tortes daudzums katrā daļā ir vienāds, bet katra gabala forma atšķirīga.

Komentārs. Uzdevumu ir viegli izpildīt, ja izvēlas rūtiņu kvadrātu ar izmēru 6 x 6 rūtiņas. Tad uzdevums reducējas uz rūtiņu kvadrāta sadalīšanu sešās heksamino figūrās (polimino figūru veids, kur katra figūra sastāv no 6 rūtiņām). Ir dažādi atbilžu varianti. Var ieteikt, lai skolēni sāk sadalījumu ar kādu neregulāru heksamino.

3. Cepumu torte ir izveidota no kvadrātiskiem cepumiem. Vienā kārtā izlikti 7 x 7 cepumi. Torte tika sagriezta 13 gabalos, kuri visi bija no veseliem cepumiem un visi gabali bija dažādas formas. Uzzīmē, kā to varēja izdarīt!

Piezīme. Šis ir iepriekšējā uzdevuma variants, kur nav prasīts, lai gabaliem būtu vienāds laukums. Te nepieciešams aprēķins – kopumā ir 49 rūtiņas – tad kādas rūtiņu figūras ir jāizvēlas, lai to kopējais rūtiņu skaits ir 49?
Atbilde. Var izvēlēties visas pēc iespējas mazāka izmēra polimino figūras – 1 rūtiņu, 2 rūtiņas, abas trimino figūras, visas 5 tetramino figūras un 4 kaut kādas pentamino figūras. Kvadrātu aizpildīt ir ieteicams, sākot ar lielākajām figūrām.

4. Mazāka cepumu torte vienā kārtā saturēja 4 x 5 cepumus. Annija gribēja to sagriezt 5 daļās, lai visi gabali būtu vienāda lieluma bet dažāds formas. Palīdzi Annijai!

Komentārs. Te pēc būtības pamatojumā jālieto invariantu metode. Taisnstūra rūtiņas krāso šaha veidā. T – veida tetramino ir vienīgā figūra, kura pārklāj 3 melnas un 1 baltu rūtiņu vai otrādāk. Tāpēc Annijai neizdosies sadalīt taisnstūri vēlamajā veidā.

5. **Apaļa** torte tiek griezta gabaliņos ar lielu nazi griežot pāri visai tortei. Jubilārs Kristers grib saņemt divreiz lielāku gabaliņu nekā katrs no viņa septiņiem viesiem. Vai torti var tā sagriezt? Ar cik griezieniem to var izdarīt?

Piezīme. Griezieni jāveic caur centru. Vispirms torti sagriež 6 vienādos sektoros, tad ar diviem papildus griezieniem četrus no šiem sektoriem griež uz pusēm.

6. Karlsons teica: Nav ko niekoties!" un ar lielo nazi sagrieza torti ar 5 griezieniem. Vai viņam izdevās sagriezt torti 11 gabalos?

Piezīme. Atkārtojuma uzdevums par to, cik krustpunktu var rasties, ja novelk 5 nogriežņus. Cik daļās 5 taisnes var sadalīt plakni – te vienkāršāk, jo jāsadala figūra.

7. Karlsons un Bokas jaunkundze "niekojās" ar ļoti mazajām kūciņām. Bokas jaunkundze ēda vienu kūciņu 5 minūtēs, bet Karlsons tikmēr apēda 2 kūciņas trīs minūtēs. Uz paplātes bija saliktas 30 kūciņas, no kurām 4 kūciņas tika Brālītim. Cik ilgā laikā Karlsons un Bokas jaunkundze apēda pārējās kūciņas?

Komentārs. Te izvēlēts tematiski līdzīgs, bet cita veida uzdevums - uzdevums par mazāko kopīgo dalāmo. 15 minūtēs Bokas jaunkundze apēd 3 kūciņas, bet Karlsons – desmit. Pusstundā viņi abi apēdīs 26 kūciņas.

8. Uz apaļa galda aplī bija salikti šķīvīši ar konfektēm (neviens šķīvītis nebija tukšs). Izrādījās, ka jebkuros divos blakus esošos šķīvīšos konfekšu skaits atšķīrās par 1. Kopējais konfekšu skaits bija 15. Cik šķīvīšu varēja būt uz galda?

Risinājums. Jāpievērš uzmanība konfekšu kopējam skaitam blakus esošos šķīvīšos. Tas ir nepāra skaitlis. No tā seko, ka šķīvīšu skaits ir pāra skaitlis. Tad var būt izvietoti 2, 4, 6, 8 vai 10 šķīvīši. 4 vai 8 šķīvīši nevar būt, jo tad konfekšu kopējais skaits būtu pāra skaitlis. 2 šķīvīši – 7 un 8 konfektes. 10 šķīvīši - (1, 2, 1,2, ,…) konfektes. 6 šķīvīšu gadījumā ir 2 atrisinājumi (1, 2, 3, 4, 3, 2, …) un (2, 3, 2, 3, 2, 3,…).

9. *Ja iepriekšējā uzdevumā konfekšu skaits būtu 540 – kāds var būt vismazākais izvietoto šķīvīšu skaits? Un kāds varētu būt vislielākais izvietoto šķīvīšu skaits?

Risinājums. Ievērojot, ka uz blakus šķīvīšiem kopumā ir nepāra skaits konfekšu, tad nevar būt uz galda 2, 4, vai 6 šķīvīši, jo 540 dalot ar 1, 2, vai 3 dalījums ir pāra skaitlis. Tad mazākais šķīvīšu skaits ir 8, kur konfektes var būt izvietotas pamīši – 62 un 63 konfektes uz blakus šķīvīšiem (vai citādi – kādi var būt vēl citi izvietojumi?). Ja pamīšus liek 1 un 2 konfektes, tad lielākais šķīvīšu skaits ir 180.

10. *Rūtiņu kvadrāts 8 x 8 jāsagriež vairākās rūtiņu figūrās, kuras visas ir dažādas. Kāds ir vislielākais figūru skaits? Pamato!

Piezīme. Šis ir 3. uzdevuma vispārīgāks gadījums.