

Ar vienu griezienu!

Matemātikas pulciņš

PUNKTIŅŠ

07.10.2016

Pirmās nodarbības uzdevums

Cik daudz dažādu «15 – piramīdu» var izveidot?

Pirmā rinda:

1118 2131

2117 1215

3116 2214

4115 3123

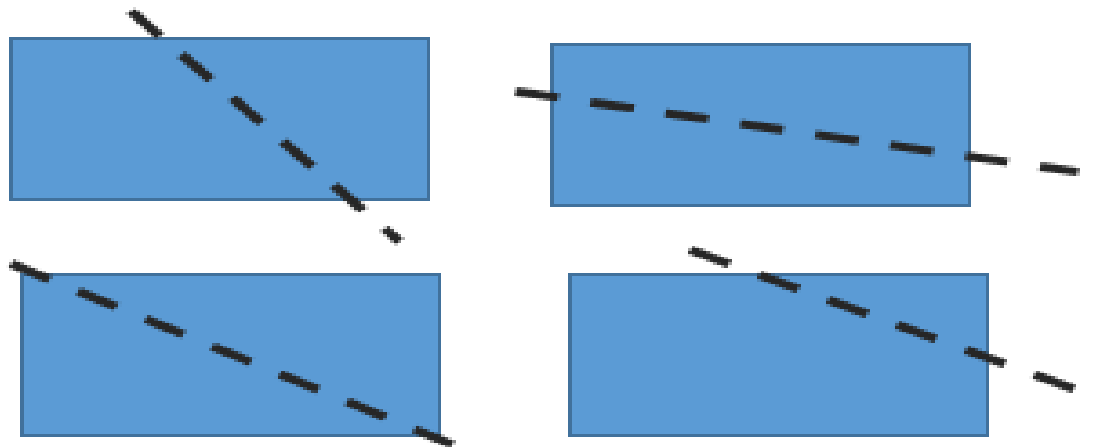
1132 1222

1125 2124

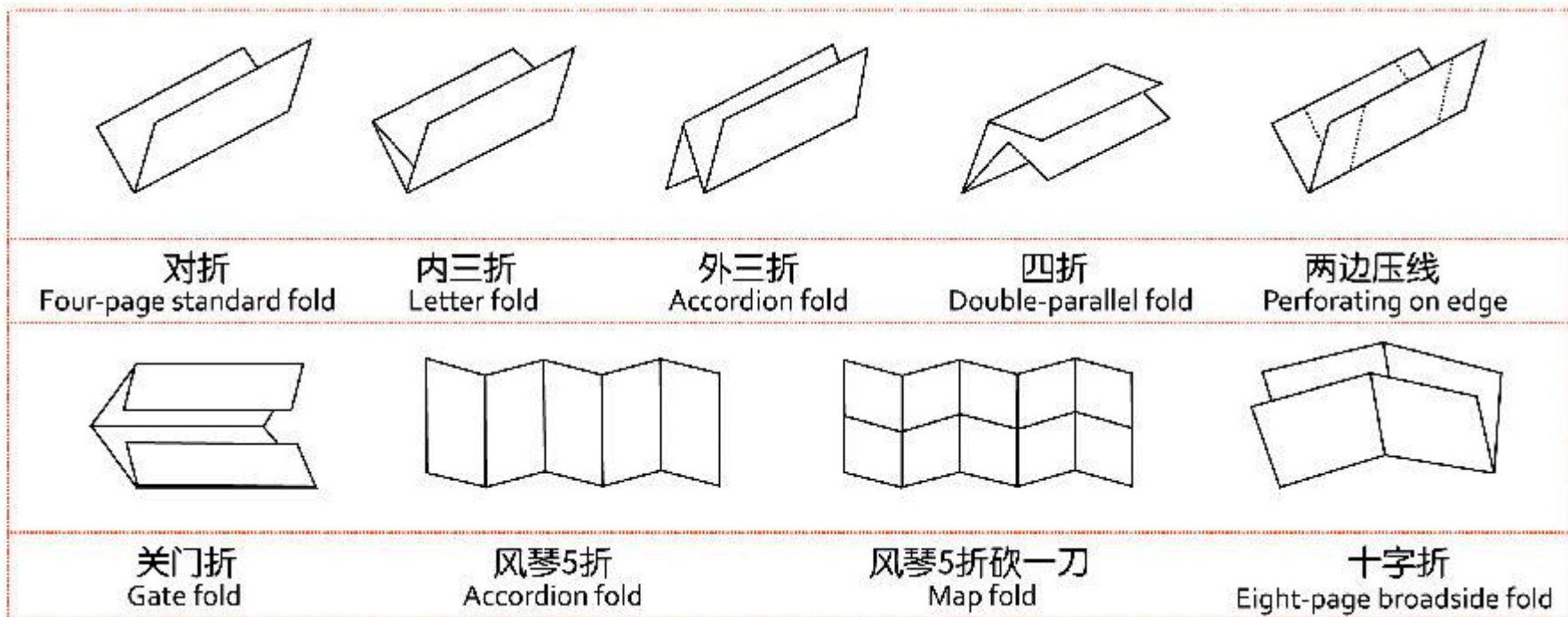
Uzdevums

Saloki lapiņu uz pusēm un vēlreiz uz pusēm un tagad pārgriez salocīto papīru ar vienu griezienu. Cik papīra gabaliņus tu iegūvi?

Kā jāgriež salocīto lapiņu, lai iegūtu 2, 3, 4 vai 5 papīra gabaliņus?

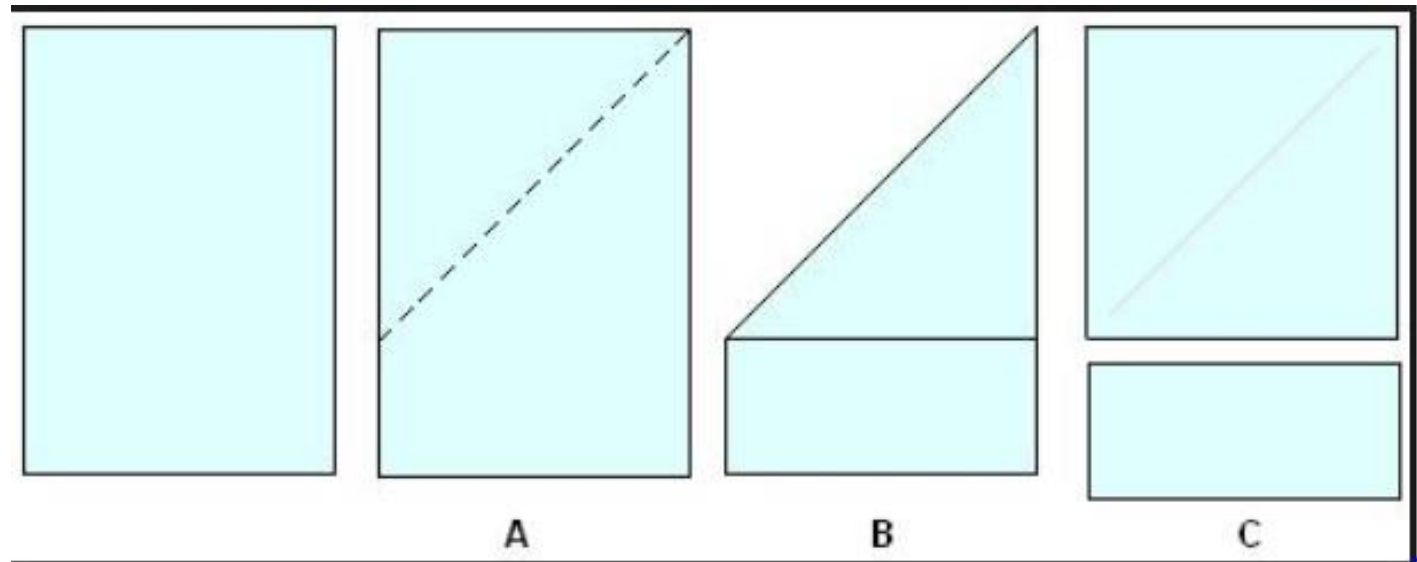


Papīra locīšanas veidi



Kombinētās papīra locīšanas mašīnas: <http://lv.smartprintingmachine.com/paper-folding-machine>

Kā no taisnstūra lapas izveido kvadrātu



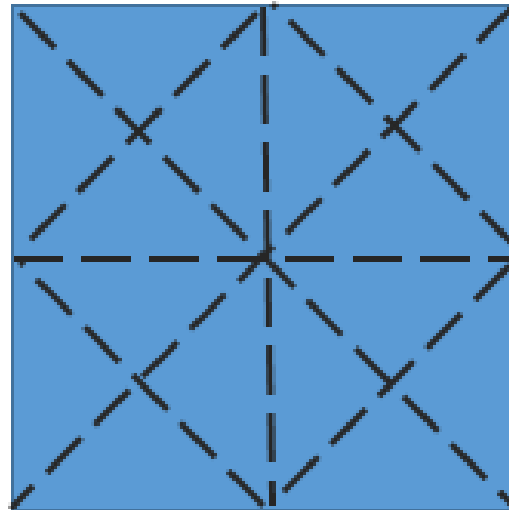
Izveido divus vienādus kvadrātus. Vienu kvadrātu saloki uz pusēm un vēlreiz uz pusēm un iegūto kvadrātiņu griez pa diagonāli.

Cik reizes mazāku kvadrātu par nesagriezto kvadrātu tu ieguvi? Salīdzini!

Kā izdarīt precīzu novērtējumu?

Kā salīdzina kvadrātus

Pārloki nesagriezto kvadrātu pa diagonāli uz pusēm. Iegūto trijstūri pārloki uz pusēm 3 reizes pēc kārtas. Locījuma vietas parāda izgriezto figūru.



Kvadrātu salocīja uz pusēm un vēlreiz uz pusēm. Iegūtajam kvadrātiņam nogrieza stūrīti. Kura no figūrām redzama, kad atloka sagriezto kvadrātu?



Vai vari kvadrātu salocīt divas reizes un ar vienu griezienu iegūt šādu kvadrātu?

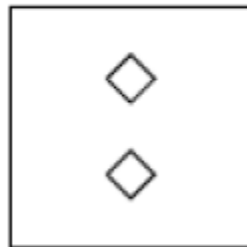


Papīru salocīja un izgrieza šādi

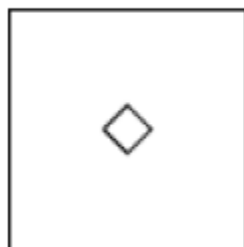


Kuru no redzamajiem variantiem varēja ieraudzīt, ja atlocīja papīru?

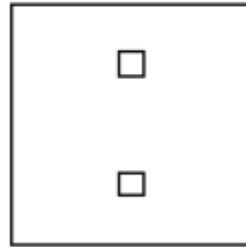
A)



B)



C)



D)



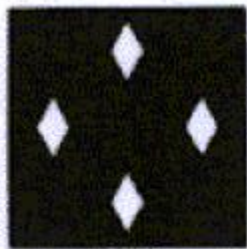
E)



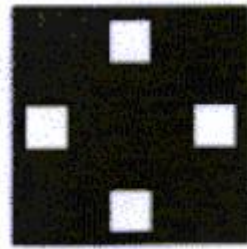
Papīru salocīja 2 reizes un iegrieza to divās malās



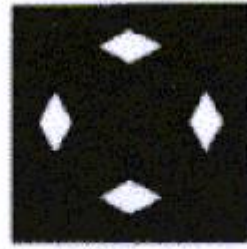
Kurš no iznākumiem bija redzams, kad atlocīja papīru?



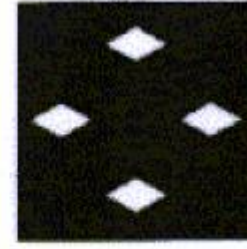
A)



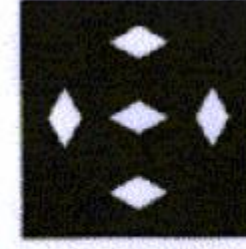
B)



C)



D)



E)

Materiāls iegūts: Geretschläger, R. **Folding Questions – A Paper about Problems about Paper**, Graz, Austria. Presented at WFNMC-6, Riga, Latvia, July 27th, 2010

Ar vienu griezienu

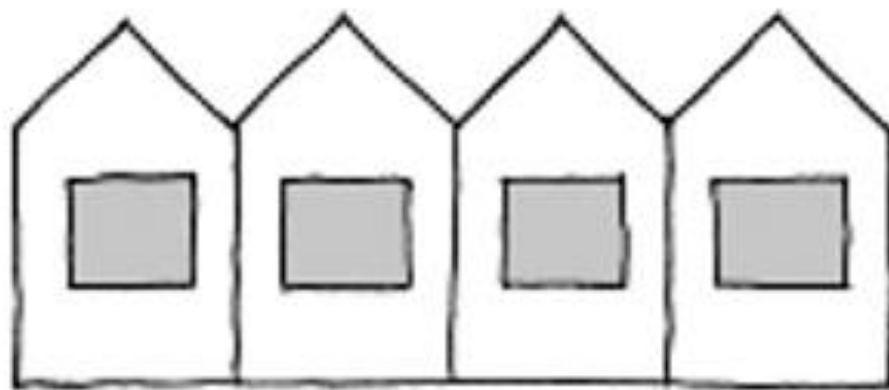
Kā jāsaloka papīrs, lai ar vienu griezienu iegūtu šādu lapiņu?



Padoms: uzdevums izdosies vienkāršāk, ja lapas stūrī iezīmēsi vienu no kvadrātiem. Loci lapu tā, lai zīmējums redzams.

Rindu mājas

Saloki lapiņu tā, lai var izgriezt šādas rindu mājas ar diviem griezieniem

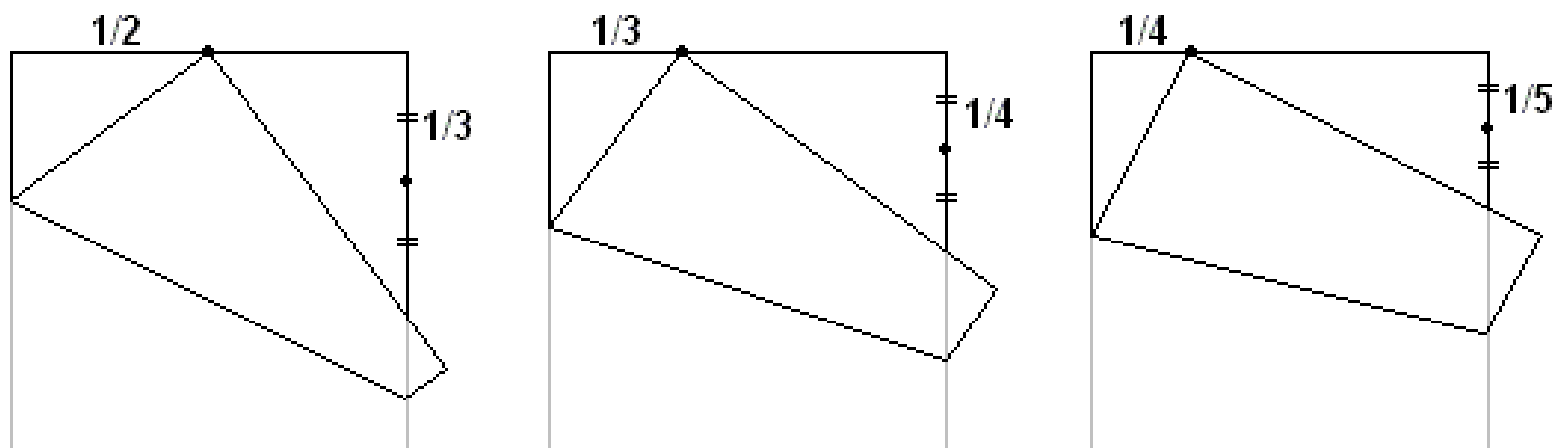


Kā salocīt papīru, lai var izgriezt 6 vienādas rindu mājas?

Kā papīra strēmeli salocīt 5 vienādās daļās?

Rindu māju izveidošanai

Vienkāršs paņēmiens, kā atrast kvadrāta dalījumu vienādās slejās



Materiāls: <http://www.cut-the-knot.org/pythagoras/PaperFolding/SegmentDivision.shtml>

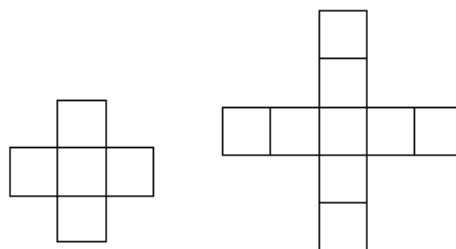
Aplūkot nedaudz citādu paņēmienu video klipā: https://www.youtube.com/watch?v=Hz_4XaUU5jo

Maģiskās skaitļu figūras /komentāri seko aiz uzdevumiem/

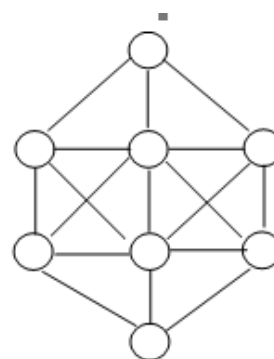
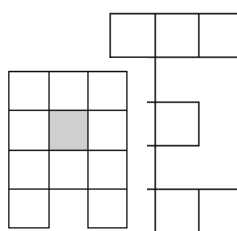
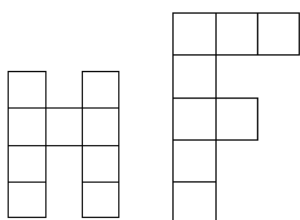
14.10.2016

Piezīme: uzdevumi, kuri apzīmēti ar * , ir grūtāki.

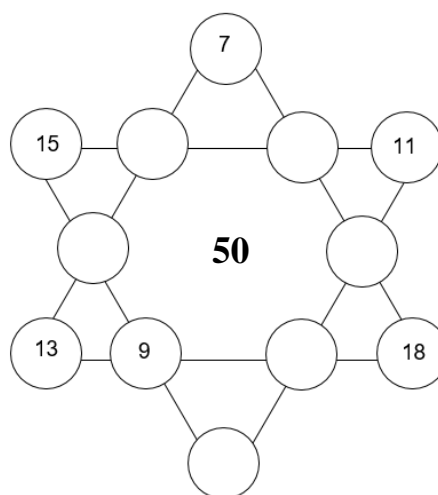
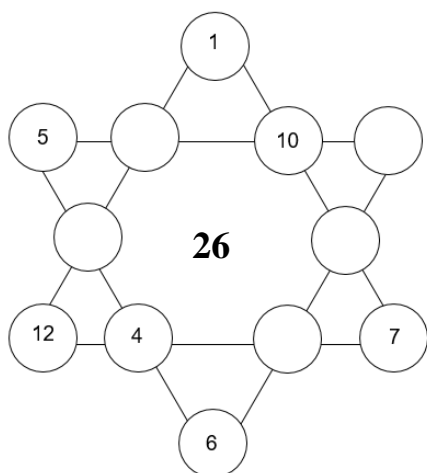
1. Katrā krustiņa 3 x 3 rūtiņā izvieto skaitļus 1, 2, 3, 4, 5 tā, lai to kopējā summa horizontālajās rūtiņās ir vienāda ar summu vertikālajās rūtiņās.
Kādu skaitli var likt centrālajā rūtiņā?



2. Krustiņa 5 x 5 rūtiņās ieraksti skaitļus no 1 līdz 9 tā, lai abās rindās skaitļu summas ir vienādas.
3. Aizpildi burta H rūtiņas ar skaitļiem no 1 līdz 9 tā, lai skaitļu summas abās vertikālajās rindās un horizontālajā rindā ir vienādas. Burta F rūtiņas aizpildi ar skaitļiem no 1 līdz 8 pēc tā paša principa.
4. * Burta A rūtiņas aizpildi ar skaitļiem no 0 līdz 9 tā, lai skaitļu summas rindās ir vienādas. Tāpat aizpildi arī burta E rūtiņas.

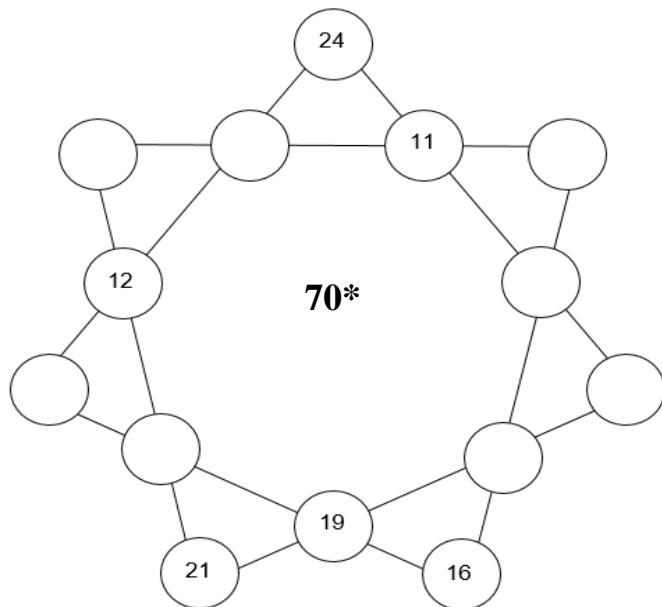


5. Izvieto aplīšos skaitļus no 1 līdz 8 tā, lai nekādi skaitļi, kuru starpība ir 1, neatrastos blakus (blakus – cipari aplīšos ir savienoti ar nogriezni).
6. Zvaigznītēs izvieto trūkstošos skaitļus no mazākā dotā līdz lielākajam, lai summas uz līnijām vienādas ar skaitli zvaigznītes centrā.



Ieteicamais mājas darbs:

Mēģināt aizpildīt vienu no 4. uzdevuma burtiem (A vai E) vai arī aizpildīt lielāko zvaigznīti ar skaitļiem no 11 līdz 24 tā, lai katrā rindā aplīšos ierakstīto skaitļu summa būtu vienāda ar 70.



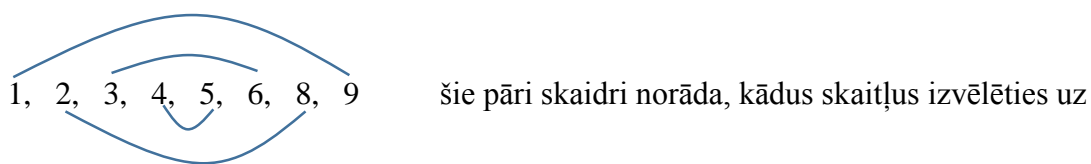
Komentāri

Nodarbības nolūks ir ierosināt bērnus, lai viņi pamana dažādas doto struktūru īpašības un atrod piemērotu uzdevumu risināšanas algoritmu. Tāpat svarīgi ir norādīt, ka uzdevumiem iespējami dažādi atrisinājumi. Ja atrisinājumu skaits nav ļoti liels, tad jāierosina atrast visus atrisinājumus. Jāmāca paskaidrot, kāpēc gadās arī kādi neiespējami gadījumi.

Pirmajā uzdevumā ir 3 dažādas atbildes, centrā var izvietot skaitļus 1, 3, 5. Pāra skaitļus izvietot nevar. Ja krustiņa centrā ir izvietots skaitlis, tad pārējo četru skaitļu summai ir jābūt pārskaitlim (jālūdz, lai skolēni paskaidro, kāpēc nevar izvietot pāra skaitļus centrā).

Otrais uzdevums ir līdzīgs. Te jāprasa, lai skolēni pastāsta uzdevuma risināšanas plānu:

- centrā var likt tikai nepāra skaitli,
- aprēķināt atlikušo skaitļu summu, dalīt to ar 2,
- dotos astoņus skaitļus apvienot pāros (lielākos ar mazākajiem). Piemēram, ja centrā ieraksta skaitli 7, tad pārus norāda sekojošā shematiskā veidā:



vertikāles, kādus uz horizontāles.

Trešais uzdevums ir “olimpiāžu garā”. Pirmo piemēru var izpildīt, bet burtu F aizpildīt ar skaitļiem pēc uzdevuma prasībām nav iespējams. Aizpildot burtu H, uzmanība jāpievērš tieši vidējai rūtiņai, kura ir horizontālās rindas centrā. Līdzīgi kā 1. un 2. uzdevumos, te jāraksta nepārskaitlis. Papildus jāseko, kādus skaitļus izvietot izvēlētajam skaitlim blakus, lai horizontālajā rindā summa tāda pati kā vertikālajās. Apskatot F burtu, jāievēro, ka piecu skaitļu summa vienāda ar divu skaitļu summu. Saskaita mazākos 5 skaitļus $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$. Bet divu skaitļu summa no dotajiem ir $7 + 8$. Nevienš no šiem diviem neietilpst piecu mazāko skaitļu kopā. F burtu var aizpildīt ar skaitļiem no 0 līdz 7.

Ceturtais uzdevums ir grūtāks nekā trešais, bet ir atrisināms.

Piektais uzdevums ir viegls. Te jāiesaka uzrakstīt skaitļu iespējamus kaimiņus. Vienīgie skaitļi, kuriem blakus var rakstīt sešus kaimiņus, ir 1 un 8. Tad šos skaitļus ievieto abos centrālajos aplīšos.

Sestā uzdevuma pirmais piemērs ir “jāatšķetina no viena gala”. Otrs piemērs nedaudz grūtāks. Mājas darba uzdevums ir stipri grūtāks, te jāaplūko varianti.

Rūtiņu figūru krāsošana – komentāri

21.10.2016

Nodarbība domāta skolēnu kombinatorisko spēju attīstīšanai un arī, lai skolēni mācītos pamatot iegūtos atrisinājumus. Te vairākos uzdevumos jānosaka:

- kāds ir nepieciešamais krāsu skaits,
- jāparāda, ka šis skaits ir arī pietiekamais.

Te ir arī jāapgūst prasme saprast uzdevuma nosacījumus.

Uzdevumi (grūtākie uzdevumi apzīmēti ar *)

1. Divas rūtiņas saucim par kaimiņu rūtiņām, ja tām ir kaut viens kopīgs punkts. Cik krāsas ir nepieciešamas, lai kvadrātu 6×6 rūtiņas nokrāsotu tā, ka jebkuras divas kaimiņu rūtiņas ir citā krāsā?

Komentārs – Ir svarīgi bērniem ieteikt, lai viņi nestrādā haotiski, bet mēģina sākt ar vienkāršāko - krāsojumu sāk no stūra rūtiņas un secina, ka nepieciešamas ir vismaz 4 krāsas. Piemērots krāsojums, piemēram, 1 2 1 2.. nepāra rindās un 3 4 3... pāra rindās uzskatāmi parāda, ka pietiek ar 4 krāsām.

2. Kā izkrāsot kvadrāta 8×8 rūtiņas tā, lai katrai rūtiņai a tās kaimiņi un arī kaimiņu kaimiņi ir citādā krāsā nekā pati rūtiņa a ?

Komentārs – uzdevums ir iepriekšējā uzdevuma plašāks variants.

3. Nokrāso dažas kvadrāta 6×6 rūtiņas zilā krāsā tā, lai jebkurš kvadrāts no 2×2 rūtiņām saturētu tieši a) divas zilas rūtiņas; b) vienu zilo rūtiņu.

Komentārs – uzdevums ir viegls, skolēni diezgan ātri atrod vajadzīgo krāsojumu. Jānorāda, ka iespējami dažādi atrisinājumi. Tad jājautā “kāds ir vismazākais zilo rūtiņu skaits, lai uzdevums būtu izpildīts”. Ieteicams pamatojumu veikt kopīgi – ja kvadrātu sadala 9 kvadrātos ar izmēru 2×2 , tad katrā kvadrātā, piemēram, b) gadījumā ir jābūt tieši vienai zilai rūtiņai. Tāpēc nepieciešamais zilo rūtiņu skaits ir 9.

4. * Nokrāso dažas kvadrāta 7×7 rūtiņas zilā krāsā tā, lai jebkurš kvadrāts no 2×2 rūtiņām saturētu tieši vienu zilo rūtiņu. Kāds var būt vismazākais zilo rūtiņu skaits? Pamato to!

Komentārs – šis ir iepriekšējā uzdevuma variants. Te pamata prasība ir patstāvīgi pierakstīt vai izstāstīt pamatojumu.

5. Izkrāso kvadrāta 4×4 rūtiņas ar vislielāko iespējamo krāsu skaitu tā, lai katrai no lietotajām krāsām zīmējumā var atrast kaut kādas 2 blakus rūtiņas, kuras nokrāsotas šajā krāsā. Kāds ir krāsu skaits?

Komentārs – Cik šeit ir blakus rūtiņu jeb cik domino kauliņu var izvietot šajā kvadrātā? Jāievēro, ka termins “blakus rūtiņas” ir atšķirīgs no te lietotās termina “kaimiņu rūtiņas”. Blakus rūtiņas – rūtiņas, kurām ir kopīga mala.

6. Kāds ir vislielākais krāsu skaits, lai nokrāsotu kvadrātu 3×3 rūtiņas tā, ka katrām divām krāsām atrastos divas blakus rūtiņas, kuras nokrāsotas šajā abās krāsās.

Komentārs – labs sistemātiskas izpētes piemērs. Kļūdu un mēģinājumu metode parāda, ka izkrāsot kvadrātu 3 vai 4 krāsā nav grūti. Apzīmē krāsas A, B, C, D un aplūko, cik krāsu pārus var izveidot. Cik dažādu rūtiņu pāru ir kvadrātā? (12). Četras krāsas veido tikai 6 pārus (visai maz). Piecas krāsas veido 10 pārus, bet 6 krāsas – jau 15. Tātad, vairāk kā 5 krāsas te nederēs. Raksta visus 5 krāsu pārus (sistemātiski: AB, AC, AD,). Tad sāk kvadrāta izkrāsošanu no stūra rūtiņas un atzīmē katru jau realizēto krāsu pāri.

7. * Izkrāsojiet kvadrāta 8 x 8 rūtiņas vislielākajā iespējamā krāsu skaitā, lai jebkurai rūtiņai vismaz divas tās blakus rūtiņas būtu tajā pašā krāsā!

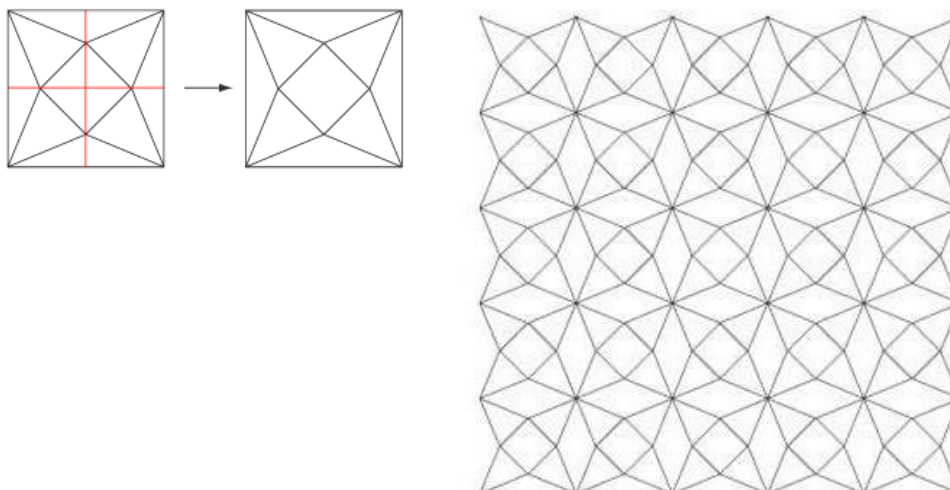
Komentārs – jāievēro, ka te vienas krāsas 3 rūtiņu stūrīši nederēs. Mazākā kompakta kopa ir kvadrāts 2 x 2. Vajag 64 : 4 krāsas.

8. * Kāds ir vislielākais krāsu skaits, lai nokrāsotu kvadrāta 4 x 4 rūtiņas tā, ka katrā kvadrātā 2 x 2 rūtiņas ir vismaz 2 vienādas krāsas rūtiņas?

Atbilde – 11 krāsas.

Mājās: Uz dotās rūtiņu lapas katrā lielākajā kvadrātā iezīmē četrus trijstūrus pēc dotā parauga. Šādā veidā iezīmē vairākus lielākus kvadrātus, kuri atrodas blakus. Pats kvadrāts gan te ir tikai pamata zīmējums (palīglinija), lai vieglāk konstruēt rakstu. Pašu rakstu var aplūkot zemāk. Tad izvēlies vismaz 6 dažādas krāsas (vai vairāk) un izkrāso visu zīmējumu līdzīgi kā flīžu jeb mozaīku rakstu (viena veida figūru vienā krāsā).

Komentārs par mājas darbu: Ar konstruēšanas un izkrāsošanas palīdzību skolēniem ir jāierauga dažādas ģeometriskas figūras un jāatrod šo figūru atkārtotāns ritms. Rakstā arī vērojamas mazākas un lielākas figūras, piemēram, trijstūri, astoņstūri un citas. Salīdzinot dažādos krāsainos rakstus, nākamā nodarbībā var runāt par simetriju, figūru atkārtotānos, pagriezieniem.



Interesantas idejas par šādu tēmu atrodamas

<http://www2.austin.cc.tx.us/hannigan/Presentations/NSFMar1398/MathofSP.html>

Viens no ornamentu paraugiem NRICH mājas lapā:

<http://nrich.maths.org/4878>

