"Profesora Cipariņa klubs" 2012./2013.m.g.
1.nodarbības uzdevumi

1. Par kūkām

Konditors Lācītis gadatirgū pircējiem piedāvāja kūkas *Kristīne*, *Skudru pūznis* un *Cielaviņa*. Zināms, ka trīs kūkas *Skudru pūznis* maksā tikpat, cik četras kūkas *Kristīne*, bet divas kūkas *Skudru pūznis* – tikpat, cik viena *Cielaviņa* un divas *Kristīnes* kopā. Cik reižu vairāk vai mazāk maksā kūka *Skudru pūznis*, salīdzinot ar kūku *Cielaviņa*?

2. Palindromi

Par palindromu sauc naturālu skaitli, kas vienādi lasāms no abiem galiem. Piemēram, skaitļi 313 un 4482844 ir palindromi, bet 17 un 3313 – nav.
Atrodi lielāko sešciparu palindromu, kas dalās ar 15.

3. Rudens pārgājiens

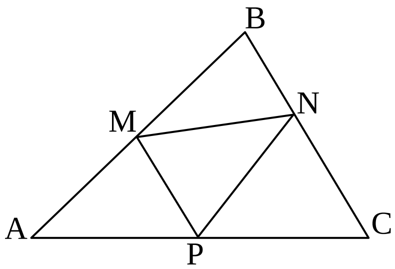
Rudens brīvlaikā Atvasaras vidusskolas skolēni un skolotāji devās pārgājienā. Pusdienās viņi ēda zupu, salātus un šokolādes krēmu, kas tika piegādāti speciālos iepakojumos. Katrs iepakojums zupas tika sadalīts starp četriem pārgājiena dalībniekiem, katrs iepakojums salātu – starp 3 dalībniekiem, bet katrs deserts – starp 2 dalībniekiem. Pavisam kopā tika atvērti 156 pārtikas iepakojumi. Cik bija pārgājiena dalībnieku?

4. Kuram taisnība?

Matemātikas stundā skolotāja piedāvāja atrisināt vienādojumu $5a - ab = 9b^2$, ja zināms, ka *a* un *b* – naturāli skaitļi. Raivis ātri uzminēja vienu atbildi un apgalvoja, ka citu atbilžu nav, bet Dace norādīja, ka vienādojumam ir vairākas atbildes. Kuram no abiem skolēniem ir taisnība? Atrodi visas vienādojuma atbildes un pamato, ka citu nav!
(Par atbildi sauc skaitļu pāri, no kura pirmo skaitli ievietojot *a* vietā, bet otro – *b* vietā, iegūst pareizu vienādību.)

5. Pastāvīgie leņķi

Uz trijstūra *ABC* malām atlikti punkti *M*, *N* un *P* (skat. 1. zīm.) tā, ka $PC = NC$ un $AP = AM$. Aprēķināt $\angle MBN$ lielumu, ja zināms, ka $\angle MPN = 40°$.



1.zīm.

6. Neparastā puzle

Doti astoņu veidu puzles gabali, kas katrs sastāv no astoņām vienādām rūtiņām (sk. 2. zīm.).

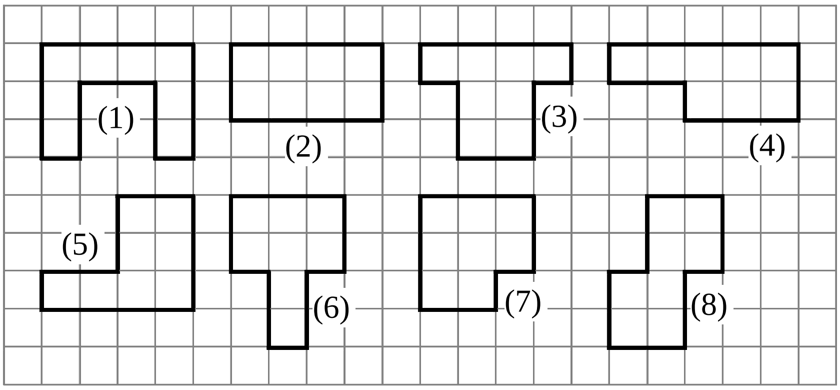
a) No dotajiem 8 puzles gabaliņiem izvēlies trīs dažādus gabaliņus un saliec taisnstūri. Atrodi vismaz divas iespējas, kā to var izdarīt, turklāt izmantojot katru reizi dažādus gabaliņus.

b) Ievieto 12×12 rūtiņu kvadrātā vairākus divu dažādu veidu puzles gabaliņus, lai kvadrāts tiktu pilnībā pārklāts.

c) Izveido taisnstūri no pieciem dažādiem gabaliņiem, turklāt ņemot tieši vienu gabaliņu no katra.

Piezīme. Liekot kopā puzles gabaliņus, tie nedrīkst pārklāties un starp tiem nedrīkst izveidoties caurumi.

Patstāvīgam treniņam: Ja iepatikās darboties ar šīm puzlēm, tad pamēģini salikt kvadrātu, izmantojot visus astoņus puzles gabaliņus (katru tieši vienu reizi).



2.zīm.

7. Operācija ∇

Ja $a > 0$ un $b > 0$, tad darbību ∇ ar šiem skaitļiem definēsim šādi: $a\nabla b = \dfrac{a+b}{1+ab}$.

Piemēram, $3\nabla 6 = \dfrac{3+6}{1+3\cdot 6} = \dfrac{9}{19}$.

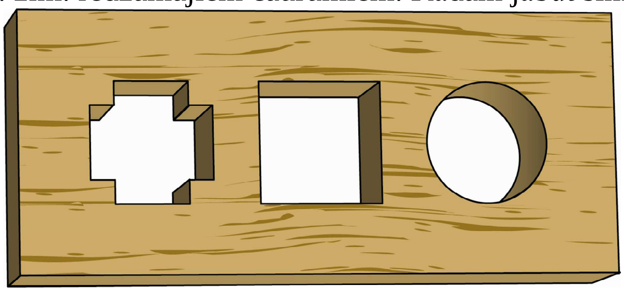
a) Aprēķini $2\nabla 5$.

b) Aprēķini $(1\nabla 2)\nabla 3$.

c) Zināms, ka $2\nabla x = \dfrac{5}{7}$; aprēķini x vērtību.

8. Neparastais korķis

Reiz kādas karaļvalsts karalis izsludināja balvu tam meistaram, kurš izgatavos korķi, ar kuru var cieši aiztaisīt katru no 3. zīm. redzamajiem caurumiem. Kādam jābūt šim korķim?



3.zīm.

9. Nedienas ar veļas mašīnu

Trīs draugi nopirka veļas mašīnu un vēlas to aizvest uz dzīvokli. Automašīnā ir vietas trim cilvēkiem; ja tajā ieliek arī veļas mašīnu, tad automašīnā var iesēsties vairs tikai divi cilvēki. Diemžēl veļas mašīna ir tik smaga, ka, lai to ieliktu automašīnā un izņemtu no tās, nepieciešami visi trīs draugi. Kā jārīkojas, lai veļas mašīna tiktu nogādāta dzīvoklī?

10. Piena laistīšana

Kādu rītu piena tirgotājs veda uz savu veikaliņu divas 80 litru piena kannas. Ceļā viņš satika divas sievietes, kuras uzstāja, lai tirgotājs katrai pārdod tieši 2 litrus piena. Taču tirgotājam nebija neviena mērāmā trauka, savukārt vienai no sievietēm bija 5 litru kanniņa, bet otrai – 4 litru kanniņa. Kā rīkoties tirgotājam, lai abas sievietes varētu nopirkt 2 litrus piena?

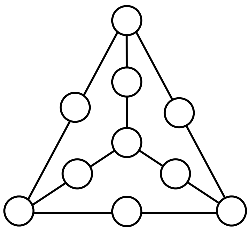
"Profesora Cipariņa klubs" 2012./2013.m.g.
2.nodarbības uzdevumi

1. Viltīgais Skopulis

Sava ceļojuma laikā Sprīdītis iemaldījās pie Skopuļa. Lai noskaidrotu ceļu mājup, viņam bija nepieciešama piekļuve internetam. Skopulis apsolīja Sprīdītim, ka pateiks viņam kaimiņa bezvadu interneta piekļuves paroli, ja Sprīdītis parādīs, kā skaitli $2\underbrace{00...00}_{2012\ nulles}12$ var izteikt kā triju pēc kārtas ņemtu veselu skaitļu reizinājuma un citu triju pēc kārtas ņemtu veselu skaitļu summas starpību. Vai Sprīdītis varēs izpildīt Skopuļa prasību?

2. Neiespējamais uzdevums

Santa vēlējās ierakstīt katrā 1. zīm. redzamajā aplī veselu skaitli no 1 līdz 10 ieskaitot tā, lai visas summas katriem trijiem skaitļiem, kas ierakstīti uz vienas taisnes esošos aplīšos, būtu savā starpā vienādas. Pierādi, ka to nav iespējams izdarīt.



1.zīm.

3. Krustiskie nogriežņi

Vai var plaknē uzzīmēt 8 vienāda garuma nogriežņus tā, lai katrs nogrieznis krustotos tieši ar trim citiem, turklāt nekādi trīs nogriežņi nekrustotos vienā punktā? Vai šis uzdevums ir atrisināms, ja jāizvieto 7 nogriežņi?

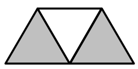
4. Neapdomīgais skrējējs

Divi sportisti skrien pa apli pretējos virzienos. Didzis, būdams labāks skrējējs, Raivim iedeva *handikapu* $\frac{1}{8}$ distances. Taču Didzis bija pārvērtējis savus spēkus, jo, noskrējis $\frac{1}{6}$ distances, viņš sastapās ar Raivi un saprata, ka ir pārāk mazas izredzes gūt uzvaru.

Cik reizes ātrāk jāskrien Didzim, lai šo maču tomēr nezaudētu?

5. *Trapečstūri*

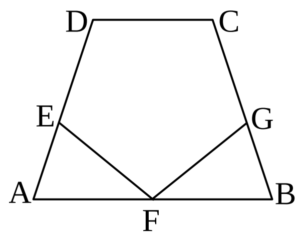
Jānītis uzzīmēja 2.zīm. attēloto trapeci, kas sastāv no trīs vienādiem vienādmalu trijstūriem. Viņš nolēma izveidot visus iespējamos *n*-stūrus, izmantojot trīs šādas trapeces, turklāt trapeces savienojot tā, ka tās nepārklājas, starp tām neveidojas *caurumi* un trapeces virsotne var tikt savienota tikai ar citas trapeces virsotni. Atrast visas iespējamās *n* vērtības!



2.zīm.

6. Karogs

Rudens nometnes laikā tika rīkots nakts pārgājiens. Lai dalībnieki un organizētāji vieglāk varētu atpazīt komandas, tām bija katrai jāizveido savs karogs. Komanda *Piecstūris* nolēma izgatavot savu karogu 3. zīm. attēlotajā formā, kur redzams regulārs piecstūris *CDEFG*, kas atrodas trapecē *ABCD*. Komandas māksliniece nolēma, ka karoga mala *AB* būs 60 *cm* gara. Palīdzi noteikt malas *DC* garumu!



3.zīm.

Piezīmes:

- Regulārs daudzstūris – daudzstūris, kura visi leņķi ir vienādi un visu malu garumi ir vienādi.
- Trapece – četrstūris, kura divas pretējās malas ir paralēlas, bet otras divas – nav.

7. Dalāmība ar 72

Kādi cipari jāraksta *a* un *b* vietā, lai skaitlis $42a4b$ dalītos ar 72?

8. Aizmāršiņa istaba

Aizmāršiņš vēlējās ieklāt savā istabā jaunu grīdas segumu, bet bija aizmirsis precīzus grīdas izmērus. Tomēr viņš atcerējās, ka grīda istabai ir taisnstūris, kura perimetrs vienāds ar tā laukumu, turklāt šī taisnstūra malu garumi ir veseli skaitļi.

Vai ar šīm zināšanām pietiek, lai Aizmāršiņš varētu viennozīmīgi noteikt grīdas izmērus? Kādi ir visi iespējamie šādas istabas grīdas izmēri?

9. Sarežģītā mācīšanās

Astoņas skolnieces – Justīne, Kristīne, Anna, Linda, Nikola, Renāte, Sandra un Patrīcija – izdomāja mainīt kārtību, kādā viņas sēž pie divvietīgajiem galdiem matemātikas kabinetā. Viņas vienojās, ka ievēros šādus nosacījumus:

(1) Patrīcija sēdēs vai nu kopā ar Lindu, vai kopā ar Sandru;
(2) Nikola sēdēs vai nu kopā ar Annu, vai ar Justīni;
(3) Kristīne sēdēs vai nu kopā ar Justīni, vai Lindu;
(4) Renāte sēdēs kopā ar Sandru vai Annu;
(5) Justīne nesēdēs kopā ne ar Kristīni, ne ar Patrīciju.

Palīdzi meitenēm izspriest, kā viņām jāsēž? Paskaidro savus spriedumus!

Nākamajā dienā skolā nebija Linda un Patrīcija, un mūzikas stundā atlikušajām sešām meitenēm bija jāsasēžas divos trīsvietīgajos solos. Palīdzi viņām noteikt sēdēšanas kārtību, ja nepieciešams ievērot šādus nosacījumus:

(1) Justīne grib sēdēt blakus vai nu Nikolai, vai Annai;
(2) Kristīne grib sēdēt pie viena galda kopā ar Justīni, turklāt tieši pa labi no viņas;
(3) Anna negrib sēdēt blakus Sandrai;
(4) Renāte grib sēdēt sola vidū, bet ne blakus Nikolai;
(5) Anna grib sēdēt sola ārmalā;
(6) Sandra grib sēdēt pie viena galda ar Renāti, un tieši pa labi no viņas.

10. Kā apklusināt spokus?

Pelnrušķītes pilī parādījušies divi spoki. Viens no tiem smejas, otrs – dzied. Katrs spoks vai nu vienu minūti klusē, vai vienu minūti trokšņo. Viņu darbība atkarīga no tā, kas notika iepriekšējā minūtē.

- Dziedošais spoks katrā nākamajā minūtē izturas tāpat kā iepriekšējā, ja vien iepriekšējā minūtē nav spēlējušas ērģeles un smejošais spoks ir klusējis – šajā gadījumā viņš maina savu izturēšanos uz pretējo.
- Ja iepriekšējā minūtē ir degusi svece, tad smejošā spoka izturēšanās atkarīga no dziedošā spoka izturēšanās iepriekšējā minūtē – ja dziedošais spoks dziedājis, tad smejošais spoks smiesies; ja dziedošais spoks klusējis, tad tagad smejošais spoks klusēs. Savukārt, ja iepriekšējā minūtē svece nav degusi, tad šajā minūtē smejošais spoks darīs pretējo tam, ko darījis dziedošais spoks iepriekšējā minūtē.

Pašlaik abi spoki trokšņo.

Kādas secīgas darbības jāveic ar sveci un ērģelēm, lai pilī iestātos un arī turpinātos klusums?

"Profesora Cipariņa klubs" 2012./2013.m.g.
3.nodarbības uzdevumi

1. ***Summa grieķu gaumē***

Izteiksmē $TETA + BETA = GAMMA$ burtu vietā ieraksti ciparus tā, lai iegūtā vienādība būtu patiesa. Vienādiem burtiem atbilst vienādi cipari, bet dažādiem burtiem atbilst dažādi cipari. Atrodi visas iespējamās atbildes un pierādi, ka citu nav!

2. ***Žetonu kārtošana***

Vai kvadrātā, kura izmēri ir 8×8 rūtiņas, var izkārtot žetonus tā, ka visās kolonnās ir vienāds skaits žetonu, bet katrā rindā – atšķirīgs skaits žetonu (katrā rūtiņā var būt, augstākais, viens žetons; protams, var būt rūtiņas, kurās nav žetona).

3. ***Sirsnīgie rūķi***

Ziemeļpolā dzīvo Ziemassvētku vecītis un rūķīši. Katru dienu katrs rūķītis kādam izteica vienu komplimentu (var būt arī, ka pats sev). Nedēļas beigās izrādījās, ka šīs nedēļas laikā katrs rūķītis ir saņēmis divus komplimentus, bet Ziemassvētku vecītis – simts komplimentu. Cik rūķīšu dzīvo Ziemeļpolā?

4. ***No kļūdām jāmācās***

Malvīne uzdeva Buratino uzdevumu: „Saskaiti ķēpājumus savā pierakstu kladē. Iegūtajam skaitlim pieskaiti 7, summu izdali ar 8, rezultātu reizini ar 6 un pēc tam atņem 9. Ja visu izdarīsi pareizi, rezultāts būs pirmskaitlis."

Taču Buratino visu sajauca. Ķēpājumus viņš saskaitīja pareizi, bet iegūto skaitli pareizināja ar 7, no rezultāta atņēma 8, tad izdalīja ar 6 un pieskaitīja 9. Kādu skaitli Buratino ieguva?

5. ***Gara, gara virkne***

Matemātikas stundā skolotāja skolēniem piedāvāja sakarību, pēc kādas jāveido skaitļu virkne:

„Ja x ir virknes loceklis, tad nākamo virknes locekli aprēķina pēc formulas $\frac{1}{1-x}$."

Marija kā savas virknes pirmo locekli izvēlējās skaitli 3. Tad viņas virknes otrais loceklis bija $\frac{1}{1-3} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$; trešais virknes loceklis bija $\frac{1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$; ceturtais virknes loceklis bija $\frac{1}{1-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$. Tātad iegūtās virknes pirmie četri locekļi ir 3; $-\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; 3.

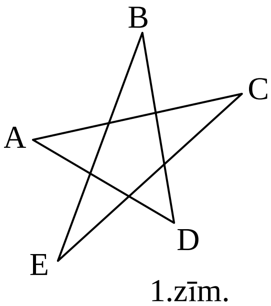
Einārs savu virkni sāka ar skaitli 2, un uzrakstīja pirmos 2012 virknes locekļus. Cik no visiem uzrakstītajiem bija skaitļi 2? Aprēķini iegūtās virknes visu locekļu summu!

6. ***Kvadrāta sagriešana***

Vai kvadrātu var sagriezt divos vienādos **a)** trijstūros; **b)** četrstūros; **c)** piecstūros?

7. ***Zvaigznes leņķi***

Dota piecstaru zvaigzne (skat. 1. zīm.), kurā $\angle ACE = \angle ADB$ un $\angle DBE = \angle BEC$. Zināms arī, ka $BD = CE$. Pierādi, ka $\angle ACD = \angle ADC$.



1.zīm.

8. ***Trijstūru veidošana***

Līga un Jānis spēlēja spēli. Spēles sākumā bija viens stienītis. Pirmais spēlētājs šo stienīti salauž divās daļās. Tālāk katrs no spēlētājiem savā gājienā salauž divās daļās jebkuru no iegūtajiem stienīšiem. Uzvar tas spēlētājs, kurš pēc sava gājiena var izveidot vienu vai vairākus trijstūrus, izmantojot visus stienīšus (katrs trijstūris sastāv no tieši trim stienīšiem). Zināms, ka spēli sāk Līga, un spēlētāji gājienus izdara pamīšus. Kurš no spēlētājiem vienmēr varēs uzvarēt?

9. Kā izglābt Dzelzs Malkascirtēju?

Smaragda pilsētas burvim pieder īpatnēja skaitļošanas mašīna. Ja tai iedod kartīti, uz kuras uzrakstīts skaitlis x, mašīna atdod atpakaļ šo kartīti un vēl otru kartīti, uz kuras uzrakstīts $\frac{1}{x}$. Ja mašīnai iedod divas kartītes, uz vienas no kurām uzrakstīts x, bet uz otras uzrakstīts y (turklāt $x > y$), tad mašīna atdod atpakaļ šīs kartītes un vēl trešo kartīti, uz kuras uzrakstīts skaitlis $x - y$. Ja mašīnai iedod divas kartītes ar vienādiem skaitļiem, tā salūst.

Mazajai Ellai ir tikai viena kartīte, uz kuras uzrakstīts skaitlis 2012. Lai glābtu Dzelzs Malkascirtēju, burvim nepieciešama kartīte ar skaitli 100. Kā Ella var iegūt šādu kartīti? Vai var iegūt kartīti ar skaitli $100\frac{1}{100}$?

10. ***Āķīgais Čūskas gads***

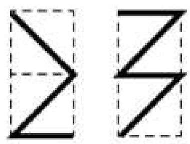
Sastādiet paši savu āķīgu matemātikas uzdevumu, kurā būtu iekļauts jaunā, 2013. gada skaitlis, un kopā ar atrisinājumu atsūtiet to mums!

"Profesora Cipariņa klubs" 2012./2013.m.g.
4.nodarbības uzdevumi

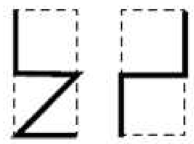
1. ***Zelta zivtiņas peldējums***

Katei Ziemassvētkos tika uzdāvināts akvārijs ar zelta zivtiņām. Kādu dienu viņa novēroja un shematiski attēloja vienas zelta zivtiņas peldējumu, skatoties uz akvāriju no priekšas un no labās puses. Uzzīmē zelta zivtiņas peldējumu no augšas, ja tās peldējums ir, kā redzams **a)** 1. zīm.; **b)** 2. zīm.

(Zīmējumā kreisais attēls atbilst zelta zivtiņas peldējumam, skatoties uz akvāriju no priekšas, bet labais attēls – skatoties no labajiem sāniem; akvārijam ir taisnstūra paralēlskaldņa forma.)



1.zīm.



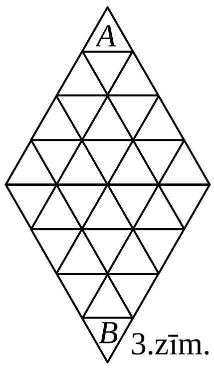
2.zīm.

2. ***Skudras ceļojums***

3. zīm. attēlotās figūras augšējā trijstūrī *A* atrodas skudra. Viņa var izgrauzties cauri trijstūra malai, lai nokļūtu kādā tam blakusesošā mazajā trijstūrī. Tātad sākumā skudrai ir tikai viens variants, kur doties – uz trijstūri, kas atrodas tieši zem sākotnējā trijstūra.

a) Cik trijstūrus, ieskaitot trijstūrus *A* un *B*, skudrai nepieciešams apmeklēt, ja viņa mēģina nokļūt trijstūrī *B* pa iespējami īsāko ceļu (t.i., apmeklējot pēc iespējas mazāk trijstūru)?

b) Cik dažādos veidos skudra var nokļūt no trijstūra *A* uz trijstūri *B*, ja viņa to cenšas izdarīt pa iespējami īsāko ceļu?



3.zīm.

3. ***Meklējot trīsciparu pirmskaitli***

Atrodi lielāko trīsciparu skaitli, kas vienlaicīgi apmierina visus šos nosacījumus:

a) tas ir pirmskaitlis;

b) ja trīsciparu skaitlī samaina vietām pirmo un pēdējo ciparu, arī iegūtais skaitlis ir pirmskaitlis;

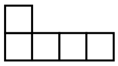
c) visu skaitļa ciparu reizinājums arī ir pirmskaitlis.

4. ***Taisnstūru griešana***

Katrai no četrām matemātikas pulciņa dalībniecēm tika iedots no papīra izgriezts taisnstūris, turklāt visi šie taisnstūri bija vienādi. Viņām bija jāsagriež taisnstūris divās daļās, no kurām var salikt trijstūri (kopā saliktās daļas nedrīkst pārklāties un starp tām nevar būt tukšumi). Visas meitenes tika galā ar uzdevumu. Vai varēja gadīties, ka visi meiteņu izveidotie trijstūri bija dažādi?

5. ***Figūru savietošana***

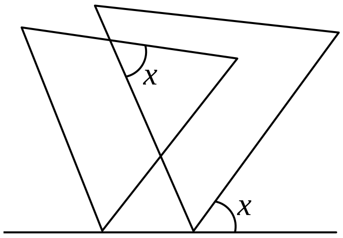
Kādu lielāko skaitu 4. zīmējumā redzamo figūru var ievietot kvadrātā, kura izmēri ir 8×8 rūtiņas (figūras nedrīkst pārklāties un to malām jāsakrīt ar rūtiņu malām)?



4.zīm.

6. ***Vienādo leņķu nevienādība***

5. zīm. attēloti divi vienādmalu trijstūri, kuriem viena virsotne atrodas uz vienas taisnes. Ar x apzīmētie leņķi ir vienādi. Pierādi, ka šie leņķi ir lielāki nekā 30°!



5.zīm.

7. ***Zīmīgie skaitļi***

Zināms, ka a, b un c ir veseli skaitļi, turklāt $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$. Pierādi, ka tādā gadījumā šo skaitļu kvadrātu summa ir kāda vesela skaitļa kvadrāts.

8. ***Jauktu skaitļu patiesā vērtība***

Kristīne attēloja skaitli 27 jaukta skaitļa veidā, izmantojot visus ciparus no 1 līdz 9:

$$15\frac{9432}{786}.$$

Līdzīgā veidā, izmantojot visus ciparus no 1 līdz 9, uzraksti jauktu skaitli, kura vērtība ir **a)** 16; **b)** 20.

9. ***Volejbola turnīrs***

Volejbola sacensībās piedalījās 8 komandas. Katra komanda spēlēja ar katru no pārējām komandām vienu spēli. Par katru uzvarētu spēli tika piešķirts 1 punkts, bet par katru zaudējumu – 0 punkti; sacensībās nebija neizšķirtu spēļu.
Pēc visām notikušajām spēlēm tika aprēķināts katras komandas iegūto punktu skaits. Ja starpība starp pirmajā un otrajā vietā esošo komandu iegūtajiem punktu skaitiem nebija vairāk kā 1 punkts, tad šīs komandas spēlēja vienu papildus spēli. Līdzīgi papildus spēle tika izpēlēta, ja ne vairāk kā 1 punkts šķīra trešās un ceturtās vietas, piektās un sestās vietas, septītās un astotās vietas ieguvējus.
Kāds ir mazākais iespējamais papildus spēļu skaits? Pamato savu atbildi un parādi atbilstošu piemēru!

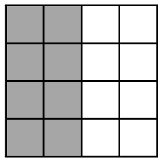
10. ***Toms un Džerijs***

Kādā istabā pie vienas sienas ir n alas, kas izvietotas taisnā līnijā ($n \geq 3$). Pele Džerijs ir paslēpies vienā no šīm alām, bet kaķis Toms cenšas viņu notvert. Katrā savā gājienā Toms var iebāzt ķepu jebkurā alā un, ja tur ir Džerijs, noķert viņu. Pēc katra neveiksmīga Toma gājiena Džerijs skrien uz blakus esošu alu (pa labi vai pa kreisi; Toms neredz, uz kuru alu Džerijs aizskrējis). Vai Toms noteikti var noķert Džeriju?

"Profesora Cipariņa klubs" 2012./2013.m.g.
5.nodarbības uzdevumi

1. ***Krāsotāju šahs***

Kvadrāta, kura izmēri ir 4×4 rūtiņas, kreisajā pusē esošās astoņas rūtiņas tika nokrāsotas melnā krāsā, bet pārējās – baltā (skat. 1. zīm.). Vienā gājienā atļauts kvadrātā izvēlēties jebkādu taisnstūri un nokrāsot pretējā krāsā katru tajā esošo rūtiņu. Parādi, kā ar trīs gājieniem no dotā krāsojuma var iegūt šaha galdiņa krāsojumu!



1.zīm.

2. ***Melīgie sivēntiņi***

Trīs sivēntiņi – Nif-Nifs, Naf-Nafs un Nuf-Nufs – katrs dzīvo savā mājiņā. Vienu dienu Nif-Nifs teica: „Attālums no manas mājas līdz Naf-Nafa mājai ir vairāk nekā divas reizes lielāks nekā no manas mājas līdz Nuf-Nufa mājai.” Naf-Nafs teica: „Attālums no manas mājas līdz Nuf-Nufa mājai ir vairāk nekā divas reizes lielāks nekā no manas mājas līdz Nif-Nifa mājai.” Savukārt Nuf-Nufs apgalvoja: „Attālums no manas mājas līdz Naf-Nafa mājai ir vairāk nekā divas reizes lielāks nekā no manas mājas līdz Nif-Nifa mājai.” Vismaz divi sivēntiņi saka taisnību. Kurš no visiem trīs sivēntiņiem melo? Pamato savu atbildi!

3. ***Interesantās daļas***

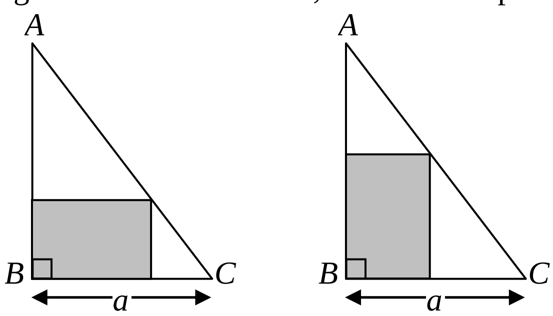
Rita uzrakstīja naturālu skaitli a. Margarita aprēķināja vienu sestdaļu, vienu piektdaļu, vienu ceturtdaļu, vienu trešdaļu un vienu pusi no šī skaitļa. Izrādījās, ka, saskaitot iegūtās vērtības, iegūst veselu skaitli. Nosaki, kāda ir mazākā iespējamā skaitļa a vērtība!

4. ***Cita skaitīšanas sistēma***

Patriks un Krišjānis brauca ar vilcienu un abi vienlaicīgi sāka skaļi skaitīt ceļa malā esošos elektrības stabus: „Viens, divi, …”. Patriks nevar skaidri izrunāt burtu „r”, tāpēc viņš nesaka skaitļus, kurus izrunājot ir jāsaka burts „r”; tā vietā viņš uzreiz sauc nākamo pēc kārtas esošo skaitli, kura izrunā nav burts „r”. Savukārt Krišjānis nevar izrunāt burtu „š”, tāpēc viņš izlaiž skaitļus, kuru izrunā ir burts „š”. Kādu skaitli nosauca Krišjānis, kad Patriks nosauca skaitli „simts”?

5. ***Figūru attiecības***

Taisnstūris *ievilkts* taisnleņķa trijstūrī ABC divos dažādos veidos tā, ka viena taisnleņķa virsotne atrodas uz trijstūra hipotenūzas AC, bet divas tā malas atrodas uz trijstūra katetēm (skat. 2. zīm.). Vienas trijstūra ABC malas garums ir a cm. Pierādi, ka taisnstūra perimetrs ir $2a$.



2.zīm.

6. ***Skaitļu grupējumi***

Naturālie skaitļi no 1 līdz 9 sadalīti trīs grupās pa trim skaitļiem katrā. Katrā grupā aprēķināta tajā ietilpstošo skaitļu summa. Vai var būt, ka

a) visas summas ir pirmskaitļi;

b) visas summas ir atšķirīgi pirmskaitļi?

7. ***Pēdējā cipara noteikšana***

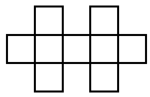
Nosaki, kāds ir summas $\underbrace{2013^{2013}+...+2013^{2013}}_{2013\ \textit{reizes}}$ pēdējais cipars!

8. ***Kaimiņu būšana***

Parādi, kā kvadrātu var sadalīt vairākos trijstūros tā, ka katram trijstūrim *kaimiņos* ir tieši trīs trijstūri. (Divus trijstūrus sauksim par *kaimiņiem*, ja tiem abiem viena mala atrodas uz kopīgas taisnes; ja trijstūriem ir kopīgs tikai viens punkts, tad tos par *kaimiņiem* neuzskatām.)

9. ***Darbs ar polimino***

Uzzīmē divas vienādas figūras, no kurām pirmā sadalīta taisnstūros ar izmēriem 1×2 rūtiņas, bet otra sadalīta 3. zīmējumā parādītajās figūrās. (*Figūras var būt arī ar „caurumiem”.)*



3.zīm.

10. ***Kā atgūt atsvaru?***

Alisei ir 8 pēc izskata pilnīgi vienādi atsvari, kuru masas ir 1, 2, 3, …, 8 grami. Kādu dienu Toms noslēpa vienu no atsvariem, bet atlikušos atsvarus sakārtoja augošā secībā pēc to masām.

Toms apsolīja Alisei atdot atsvaru, ja viņa pēc trīs gājieniem varēs pateikt paslēptā atsvara masu; vienā gājienā Alise var par jebkurām divām atsvaru grupām Tomam pavaicāt, vai tajās esošo atsvaru masas ir vienādas vai nē (Toms vienmēr atbild godīgi).

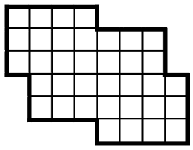
Kā Alisei jārīkojas, lai ar trim jautājumiem noskaidrotu paslēptā atsvara masu un tādējādi atsvaru atgūtu?

Piezīme. Alise var veidot jebkādas atsvaru grupas; grupā var būt arī tikai viens atsvars.

"Profesora Cipariņa klubs" 2012./2013.m.g.
6.nodarbības uzdevumi

1. Vai pratīsi sagriezt figūru?

Parādi vismaz vienu veidu, kā 1. zīm. attēloto figūru sagriezt 4 vienādās daļās, ja griezumiem jāiet pa rūtiņu malām.



1.zīm.

2. Pēdējā cipara iegūšana

Kāds mazākais reizinātāju skaits izteiksmē $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$ jānosvītro, lai iegūtā reizinājuma pēdējais cipars būtu 2?

3. Skrējiens pēc dāvanas

Vinnijs Pūks un Sivēntiņš tieši pusdienlaikā devās no Sivēntiņa mājas pie Ēzelīša I-ā uz dzimšanas dienas svinībām. Nogājuši tieši pusceļu, Sivēntiņš atcerējās, ka mājās aizmirsis dāvanu, tāpēc uzreiz steidzās tai pakaļ, bet Vinnijs Pūks ar nemainīgu ātrumu turpināja ceļu pie Ēzelīša I-ā.

Skrienot pēc dāvanas, Sivēntiņa ātrums bija divas reizes lielāks nekā tad, kad gāja kopā ar Vinniju Pūku. Nonācis mājās, Sivēntiņš paķēra dāvanu un uzreiz skrēja pie Ēzelīša I-ā (ar tādu pašu ātrumu, ar kādu skrēja pēc dāvanas).

Vinnijs Pūks pie Ēzelīša I-ā nonāca tieši paredzētajā laikā, bet Sivēntiņš nokavēja 10 minūtes. Cikos bija paredzēta ierašanās pie Ēzelīša I-ā?

4. Monētas divas puses

Uz galda stāv četras monētas ar ģerboni uz augšu. Vienā gājienā atļaut apgriezt otrādi jebkuras 3 monētas. Šādus gājienus atļauts izdarīt vairākas reizes.

Kā panākt, lai beigās visas četras monētas būtu ar skaitli uz augšu? Vai to varētu izdarīt, ja būtu piecas monētas un vienā gājienā būtu atļaut apgriezt jebkuras 4 monētas?

5. Dažādie staru izkārtojumi

Leņķa *MON*, kura lielums ir $120°$, iekšpusē novilkti stari *OA* un *OB* tā, ka katrs no tiem ir bisektrise kādam no iegūtajiem leņķiem. Noskaidro leņķa *MOA* lielumu, aplūkojot visus iespējamos staru *OA* un *OB* izkārtojumus.

6. Iekavu reizinājumi

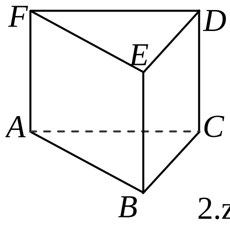
Atrodi visus tādus veselus skaitļus *n*, kuriem ir patiesa šāda vienādība:

$$(n-1)\cdot(n-3)\cdot(n-5)\cdot\ldots\cdot(n-2013)=n\cdot(n+2)\cdot(n+4)\cdot\ldots\cdot(n+2012).$$

7. Dažādās summas

Elīna uzzīmēja trijstūra prizmu un tās virsotnēs *A*, *B*, *C*, *D*, *E* un *F* (skat. 2. zīm.) ierakstīja skaitļus 1; 2; 3; 4; 5 un 6 (katrā virsotnē citu skaitli). Tad viņa uz katras prizmas šķautnes uzrakstīja tās galapunktos ierakstīto skaitļu summu.

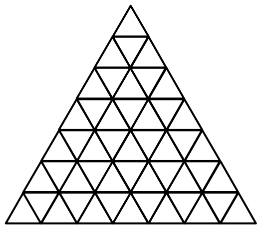
Vai Elīna prizmas virsotnēs skaitļus var ierakstīt tā, lai visi uz šķautnēm uzrakstītie skaitļi būtu dažādi?



2.zīm.

8. Paralelogramu izgriešana

Vienādmalu trijstūris ar malas garumu 7 *cm* ir sadalīts 49 vienādos vienādmalu trijstūros, kuru malu garumi ir 1 *cm* (skat. 3. zīm.). Pa iezīmētajām līnijām ir izgriezti vairāki paralelogrami, kuru viena mala ir 1 *cm*, bet otra – 2 *cm* garas. Kāds ir lielākais šādu paralelogramu skaits, ko var izgriezt no viena lielā trijstūra?



3.zīm.

9. Rūķu aptauja

Uz kādas salas dzīvo tikai rūķi, turklāt katrs no tiem pārstāv vai nu *papadumi*, vai arī *čapati* cilti. Papadumi cilts rūķi vienmēr runā tikai taisnību, bet rūķi no čapati cilts – vienmēr melo. Kādā dienā katram rūķim jautāja par katru no pārējiem rūķiem, vai tas ir papadumi vai čapati cilts pārstāvis.

Pavisam kopā tika saņemtas 26 atbildes „papadumi” un 30 atbildes „čapati”. Cik rūķu no papadumi cilts dzīvo uz salas?

10. Kā atrast tukšāko lādi?

Vienā rindā stāv 11 lādes, katrā no tām iekšā ir 100 monētas. No vienas lādes tika izņemtas dažas monētas un tās pārliktas pa vienai monētai katrā no lādēm, kas atrodas pa labi no izvēlētās lādes.

Ar vienu pārbaudi var noskaidrot, cik ir monētu vienā vai jebkurās vairākās lādēs kopā. Kā ar vienu pārbaudi var uzzināt, no kuras lādes monētas tika paņemtas?

Piezīme. Ja nevari izdomāt, kā to izdarīt ar vienu pārbaudi, pacenties izdomāt citu pēc iespējas mazāku pārbaužu skaitu, ar kuru pietiek, lai varētu noskaidrot, no kuras lādes monētas tika pārliktas.