“Profesora Cipariņa klubs” 2001./02.m.g.

1.nodarbības uzdevumi

A grupa

1. Reizināšanas piemērā vienādi cipari aizstāti ar vienādiem burtiem, dažādi – ar dažādiem. Kāds cipars ar kādu burtu aizstāts?

$$\begin{array}{r} J\;U\;L\;I\;T\;A \\ \times \qquad\qquad\quad A \\ \hline N\;N\;N\;N\;N\;N\;N \end{array}$$

7. zīm.

2. Vai ir tāds četrstūris, kuru var sagriezt divos pēc formas un izmēriem vienādos piecstūros?

3. Tenisa turnīrā piedalījās 10 tenisisti. Katrs ar katru citu spēlēja vienu reizi; neizšķirtu tenisā nav. Pirmais tenisists guva x_1 uzvaras un cieta y_1 zaudējumus, otrais guva x_2 uzvaras un cieta y_2 zaudējumus utt.
Pierādiet, ka $x_1 + x_2 + \ldots + x_{10} = y_1 + y_2 + \ldots + y_{10}$.

4. Taisnstūris sastāv no 5×9 vienādām kvadrātiskām rūtiņām. Vai to var sagriezt no trim rūtiņām sastāvošos gabalos tā, lai neviens gabals nebūtu taisnstūris?

5. Uz papīra lapas uzrakstīti 6 apgalvojumi.
A: visi apgalvojumi B; C; D; E; F ir patiesi.
B: neviens no apgalvojumiem C; D; E; F nav patiess.
C: visi apgalvojumi A; B; C; D; E; F ir patiesi.
D: vismaz viens no apgalvojumiem A; B; C ir patiess.
E: neviens no apgalvojumiem A; B; C; D nav patiess.
F: neviens no apgalvojumiem A; B; C; D; E nav patiess.
Kuri apgalvojumi ir patiesi, kuri – aplami?

6. Matemātikas olimpiādē piedalījās 21 zēns un 21 meitene. Ir zināms, ka neviens bērns neatrisināja vairāk par 6 uzdevumiem. Zināms arī, ka katram zēnam Z un meitenei M var atrast tādu uzdevumu, kuru atrisināja gan Z, gan M. Pierādiet, ka olimpiādē bija tāds uzdevums, kuru atrisināja vismaz 2 zēni un vismaz 4 meitenes.

B grupa

1. Piecciparu skaitlis nesatur ciparu 0, ir pilns kvadrāts un paliek pilns kvadrāts arī tad, ja tam nosvītro gan vienu, gan divus, gan trīs pirmos ciparus. Kas tas ir par skaitli?

2. Plaknē novilktas 3 taisnes un 3 riņķa līnijas. Kādā lielākajā daļu skaitā var tikt sadalīta plakne?

3. Skat. A grupas 3. uzdevumu, kur jāpierāda, ka

$$x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_{10}^2 = y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_{10}^2 .$$

4. Vai, divos dažādos veidos sagriežot taisnstūri A grupas 4. uzdevumā, griezumu garumu summas var atšķirties viena no otras?

5. Grupā ir 13 cilvēki. Katrs draudzējas ar vismaz 9 citiem. Pierādiet: var atrast 4 cilvēkus šajā grupā, kas visi draudzējas savā starpā.

6. Skat. A grupas 6. uzdevumu, kur jāpierāda: olimpiādē bija tāds uzdevums, kuru atrisināja vismaz 3 zēni un vismaz 3 meitenes.

2.nodarbības uzdevumi

A grupa

1. Saskaitot divus naturālus skaitļus, Jānis kļūdas dēļ vienam no tiem pierakstīja galā nulli un rezultāta 948 vietā ieguva rezultātu 2181. Kādus skaitļus Jānis saskaitīja?
2. Vai eksistē tāds naturāls skaitlis, kas dalās ar 2001 un satur savā pierakstā visus ciparus no 0 līdz 9 (dažus varbūt vairākkārt)?
3. Vai vairāk ir ciparu visos naturālajos skaitļos no 1 līdz 1000 ieskaitot vai nuļļu visos naturālajos skaitļos no 1 līdz 10000 ieskaitot?
4. Pierādiet: katru trijstūri var ar taisniem griezieniem sagriezt 4 gabalos, no kuriem var salikt divus trijstūrus, kas abi līdzīgi sākumā dotajam (t.i., pēc formas sakrīt ar to).
5. Vienādmalu trijstūra ABC iekšpusē atrodas punkts M. Pierādiet: eksistē trijstūris, kura malu garumi ir MA, MB un MC.
6. Rindā stāv n cilvēki. Ar vienu gājienu atļauts vai nu pašu labējo cilvēku nosūtīt uz kreiso galu, vai mainīt vietām abus labējos cilvēkus. Pierādīt: atkārtojot šādus gājienus, var cilvēkus pārkārtot patvaļīgā kārtībā.

B grupa

1. Trīs rūķīši atrada naudas lādi ar dālderiem un sadalīja tos attiecībā $8:6:5$. Ja nauda būtu dalīta attiecībā $7:5:4$, tad viens rūķītis saņemtu par 25 dālderiem vairāk nekā patlaban. Cik dālderu saņēma katrs rūķītis?
2. Pieci dažādi naturāli skaitļi ir tādi, ka katru četru reizinājums dalās ar piekto. Cik daudzi no šiem skaitļiem var būt pirmskaitļi?
3. Sūnu ciemā ir tikai viena taisna iela, uz kuras atrodas autobusu pieturas. Ciemā darbojas 7 transporta firmas. Katras firmas autobusi kursē abos virzienos, bet apstājas tikai 6 pieturās (dažādām firmām šīs pieturas var būt dažādas). Ir zināms, ka no katras pieturas var aizbraukt uz katru citu (varbūt pārsēžoties). Kāds ir lielākais iespējamais pieturu skaits?
4. Pierādiet: vienādmalu trijstūri var sagriezt 5 vienādsānu trijstūros tā, lai tieši a)0, b)1, c)2 no tiem būtu vienādmalu trijstūri.
5. Kādiem citiem trijstūriem, izņemot vienādmalu, arī ir pareizs A grupas 5. uzdevuma apgalvojums?
6. Dotas 6 pēc ārējā izskata vienādas monētas. Piecām no tām masas ir vienādas, bet sestajai varbūt atšķiras. Doti arī svari ar skalu, uz kuras var nolasīt uz svariem uzlikto monētu kopējo masu. Kā ar 3 svēršanām noskaidrot monētu masas?

3.nodarbības uzdevumi

A grupa

1. Divu naturālu skaitļu pierakstos izmantoti tikai cipari 1; 4; 6; 9 (daži no tiem varbūt vairākas reizes). Vai viens no šiem skaitļiem var būt tieši 37 reizes lielāks par otru?
2. Rokgrupas "Diženie kratekļi" pirmajā koncertā katra biļete maksāja 15 latus. Otrajā koncertā biļešu cenu samazināja. Rezultātā apmeklētāju skaits pieauga par 50%, bet ienākumi – par 25%. Cik maksāja biļete otrajā koncertā?
3. Uzrakstīt 9 četrciparu skaitļus, no kuriem nekādi divi nesakrīt vairāk nekā vienā šķirā. Drīkst izmantot tikai ciparus 1, 2 un 3. Vai var uzrakstīt 10 tādus skaitļus?
4. Nezinīša kalkulatorā nevar ievadīt ciparu 0, un tas nerāda ciparu 0 arī uz ekrāna. (Piemēram, reizinot ar šo kalkulatoru 12 un 9, uz ekrāna 108 vietā parādās 18.) Reizinot divus divciparu skaitļus, Nezinītis ieguva rezultātu 15. Kādus skaitļus viņš varēja reizināt?
5. Kvadrāts sastāv no 100×100 rūtiņām, kas izkrāsotas šaha galdiņa kārtībā. Rūtiņas malas garums ir 1. Kvadrātu sagrieza mazākos kvadrātos tā, ka katra daļa satur nepāra skaitu rūtiņu. Katrai daļai atzīmēja centrālo rūtiņu. Pierādīt, ka atzīmēja vienādu skaitu balto un melno rūtiņu. Piezīme: ja daļa sastāv no vienas rūtiņas, tad šī vienīgā rūtiņa skaitās daļas centrālā rūtiņa.
6. Cik taisnu leņķu var būt septiņstūrī?

B grupa

1. Votivapas vienmēr melo, šillišallas vienmēr runā patiesību. Visi votivapas pazīst cits citu, visi šillišallas - tāpat. Ir tādi votivapas un šillišallas, kas pazīst viens otru. Gan katrs votivapa, gan katrs šillišalla apgalvo, ka starp viņa paziņām votivapu ir vairāk nekā šillišallu. Pierādiet, ka katrs votivapa pazīst katru šillišallu. (Ja A pazīst B, tad arī B pazīst A.)
2. Uz tāfeles uzrakstīti skaitļi 1; 2; 4; 8; 16. Ar vienu gājienu var nodzēst divus skaitļus un uzrakstīt vietā to starpību (no lielākā atņemot mazāko). Tā turpina, kamēr uz tāfeles paliek viens skaitlis. Kāds tas var būt?
3. Kvadrāts sastāv no 6×6 rūtiņām. Katra rūtiņa nokrāsota. Katrai rūtiņai vismaz divas blakus rūtiņas ir tādā pašā krāsā kā viņa pati. Kāds ir lielākais iespējamais krāsu skaits? (Blakus rūtiņas ir tādas, kurām ir kopīga mala).
4. Četru kubu šķautņu garumi ir 1; 2; 3 un 5. Kā tos salīmēt kopā, lai iegūtajam ķermenim virsmas laukums būtu iespējami mazs?
5. Jānis, Andris un Pēteris risināja uzdevumus. Jānis atrisināja visvairāk uzdevumu, Pēteris – vismazāk. Par uzdevumu, kuru atrisināja visi 3 zēni, katrs no viņiem saņēma 0 punktus; par uzdevumu, kuru atrisināja 2 zēni, katrs no viņiem saņēma 1 punktu; par uzdevumu, kuru atrisināja tikai 1 zēns, viņš saņēma 2 punktus. Vai var gadīties, ka Jānis kopā saņēma vismazāk punktu, bet Pēteris – visvairāk?
6. Vai eksistē 100 dažādi naturāli skaitļi ar īpašību: katru divu skaitļu reizinājums dalās ar to summu?

4.nodarbības uzdevumi

A grupa

1. Jaungada sarīkojumā pārdeva konfektes "Murijuri" par 3 latiem kilogramā un konfektes "Mazakaza" par 5 latiem kilogramā; par vienām konfektēm ieņēma tikpat naudas, cik par otrām. Par kādu cenu būtu varēts pārdot šo konfekšu maisījumu, lai kopējais ienākums būtu tāds pats?
2. Kvadrāts sastāv no 5×5 rūtiņām; 14 no tām nokrāsotas melnas. Pierādīt, ka divām melnām rūtiņām ir kopīga mala.
3. Ar cik nullēm beidzas visu naturālo skaitļu reizinājums no 1 līdz 2002 ieskaitot?
4. Vai var plaknē atzīmēt 8 punktus un dažus no tiem savienot ar taisnes nogriežņiem tā, lai vienlaicīgi
   a) katrs punkts būtu savienots ar tieši 3 citiem,
   b) visi novilktie nogriežņi būtu ar garumu 1 cm,
   c) nekādiem diviem novilktajiem nogriežņiem nebūtu citu kopīgu punktu kā vienīgi (varbūt!) galapunkti?
5. Vai var atrast 4 dažādus naturālus skaitļus tā, lai katru triju summa būtu kāda vesela skaitļa kvadrāts?
6. Tabula sastāv no 3×3 rūtiņām. Kreisajā augšējā stūrī ierakstīts 3; labajā augšējā stūrī ierakstīts 9; centrā ierakstīts 2. Parādiet, ka var pārējās rūtiņās ierakstīt pa naturālam skaitlim tā, lai vienlaicīgi
   a) neviens ierakstītais skaitlis nepārsniegtu 20,
   b) visi skaitļi tabulā būtu dažādi,
   c) visās rindiņās un visās kolonnās ierakstīto skaitļu summas būtu vienādas,
   d) abās diagonālēs ierakstīto skaitļu reizinājumi būtu vienādi.

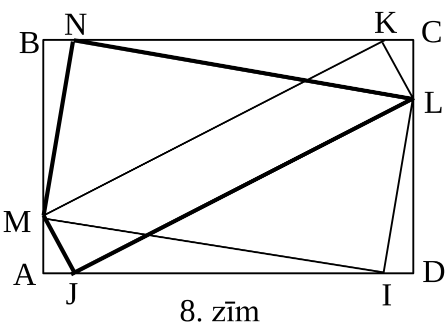
B grupa

1. Kvadrāts sastāv no 5×5 rūtiņām. Rūtiņās ierakstīti naturāli skaitļi no 1 līdz 25, katrs tieši vienu reizi. Katrai rindiņai un katrai kolonnai aprēķināta ierakstīto skaitļu summa. Vai, saskaitot visas tās summas, kuras ir pāra skaitļi, var iegūt tādu pašu rezultātu kā saskaitot visas tās summas, kuras ir nepāra skaitļi?
2. Vai var salikt izliektu daudzstūri no a) 5, b) 2002 plāksnītēm, kas visas ir vienādmalu trijstūra formā? Starp plāksnītēm var būt gan vienādas, gan dažādas; plāksnītes drīkst saskarties, bet nedrīkst pārklāties.
3. Kāds ir A grupas 3. uzdevumā minētā reizinājuma pēdējais cipars, kurš nav 0?
4. Kastes izmēri ir $7\text{cm}\times8\text{cm}\times9\text{cm}$. Vai šo kasti var piepildīt ar 126 klucīšiem, kuru izmēri ir $1\text{cm}\times2\text{cm}\times2\text{cm}$?
5. Punkti A un B atrodas vienādmalu trijstūra iekšpusē. Pierādiet, ka A attālumu summa līdz trijstūra malām vienāda ar B attālumu summu līdz trijstūra malām. Centieties atrast vairāk nekā vienu pierādīšanas ceļu.
6. Atrodiet visus tabulas aizpildījumus A grupas 6. uzdevumā un pierādiet, ka citu bez jūsu atrastajiem nav.

5.nodarbības uzdevumi

A grupa

1. Divi Ziemassvētku vecīši, nevarēdami sagaidīt tramvaju, sāka iet uz nākošo pieturu. Nogājuši trešdaļu ceļa, viņi atskatījās un ieraudzīja tramvaju nākam. Vecītis ar smagāko dāvanu maisu pagriezās atpakaļ, bet otrs turpināja ceļu. Abi sasniedza attiecīgās pieturvietas reizē ar tramvaju. Cik reizes tramvaja ātrums lielāks par Ziemassvētku vecīša ātrumu?
2. Kāds ir mazākais naturālais skaitlis, kas tieši 2002 reizes lielāks par savu ciparu summu?
3. Uz šķīvja ir 17 āboli. Pierādīt, ka no tiem var izvēlēties vai nu 5 vienas šķirnes ābolus, vai 5 dažādu šķirņu ābolus.
4. Ap apaļu galdu sēž 12 rūķīši. Katrs no viņiem vai nu vienmēr melo, vai vienmēr runā patiesību. Katrs paziņoja savam kaimiņam pa labi: "Tu esi melis". Cik rūķīšu melo, cik runā patiesību?
5. Dots, ka četrstūri ABCD, MNLI un MKLJ ir taisnstūri (skat. 8. zīm.). Pierādīt, ka abu pēdējo taisnstūru laukumu summa ir vienāda ar ABCD laukumu.

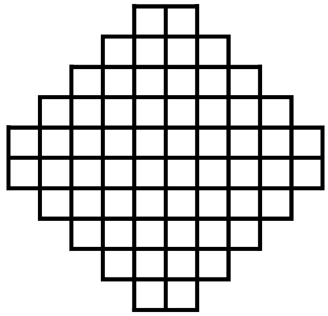


8. zīm

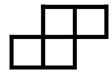
6. Rūpnīca izgatavoja 2 vienādus alpīnista ķiveres paraugus. Ķiveres izturību pārbauda, metot tai virsū akmeņus ar masu 10 kg, 20 kg, 30 kg, ..., 350 kg, 360 kg. Konstruktorus interesē, kurš ir smagākais no šiem akmeņiem, kura triecienu ķivere vēl iztur. Ja ķivere kādu triecienu neiztur, tā salūzt un tālākās pārbaudēs nav lietojama. Kā ar 8 pārbaudēm noskaidrot vajadzīgo?

B grupa

1. Sniegbaltīte cienāja 7 rūķīšus ar piparkūkām. Rūķīši pēc kārtas pienāca pie galda un katrs paņēma pusi uz galda esošo piparkūku un vēl vienu piparkūku (piparkūkas netika lauztas). Kad visi rūķīši bija pa reizei pienākuši pie galda, uz tā nepalika neviena piparkūka. Cik piparkūku bija uz galda sākumā ?
2. Gan a, gan 3a, gan 5a ir trīsciparu naturāli skaitļi, kas kopā satur visus nenulles ciparus. Kāds var būt a ?
3. Vai 9. zīm. attēloto figūru var salikt no 15 tādām figūrām, kāda attēlota 10. zīm.?



9. zīm.



10. zīm.

4. Sprīdītis ceļo triju rūķīšu pavadībā; visi rūķīši izskatās pilnīgi vienādi, un Sprīdītis tos nevar atšķirt. Viņš zina, ka divi rūķīši vienmēr runā patiesību, bet trešais dažreiz melo. Kādā brīdī Sprīdītis var izvēlēties vienu no trim ceļiem. Viņš zina, ka pa vienu no ceļiem dienas gājiena attālumā atrodas Laimīgā Zeme. Tomēr ne viņš, ne rūķīši nezina, kurš ir šis ceļš. Kā Sprīdītis var nokļūt Laimīgajā Zemē, patērējot ceļā ne vairāk kā 3 dienas?

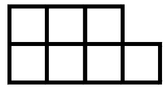
5. Šaurleņķu trijstūrī ievilktā riņķa līnija tiek projicēta uz visām malām. Pierādīt, ka triju iegūto projekciju nogriežņu galapunkti visi seši atrodas uz vienas riņķa līnijas.

6. Kvadrāts sastāv no 10×10 rūtiņām. Tā iekšpusē novietotas 11 taisnstūrveida plāksnītes, kas katra pārklāj 5 rūtiņas. Vai kvadrātā noteikti var ievietot vēl vienu šādu plāksnīti, kas nepārklājas ar jau ievietotajām?

6.nodarbības uzdevumi

A grupa

1. Taisnstūri var sagriezt tādās figūrās, kāda attēlota 11. zīm. (rūtiņas malas garums ir 1). Pierādīt, ka šo taisnstūri var sagriezt mazākos taisnstūros ar izmēriem 1 x 7.



11. zīm

2. Vairākos grozos atrodas dzelteni un sarkani āboli. Katrā grozā saldo ābolu ir vairāk nekā skābo. Pierādiet: vai nu starp dzeltenajiem, vai starp sarkanajiem āboliem saldo ir vairāk nekā skābo.
3. Papīra lapas izmēri ir 8×8 rūtiņas. To atļauts vairākas reizes salocīt un pēc tam sagriezt ar diviem taisniem griezieniem. Gan locījumi, gan griezieni iet pa rūtiņu līnijām; pēc pirmā griezienа daļas nedrīkst pārkārtot. Kādu lielāko gabalu skaitu var iegūt?
4. No naturāla skaitļa n cipariem izveidoja divus jaunus naturālus skaitļus a un b (tika izmantoti visi skaitļa n cipari). Zināms, ka $a + b$ dalās ar 9. Pierādiet, ka n dalās ar 9.
5. Mītiņā gatavojas uzstāties 10 politiķi. Katrs no viņiem savā runā apņēmies apvainot 4 citus politiķus un tūlīt pēc runas beigām aiziet, lai nebūtu jāatbild uz nepatīkamiem jautājumiem. Pierādiet, ka mītiņa organizatori var noteikt tādu uzstāšanos secību, lai nevienam politiķim nebūtu jāuzklausa vairāk kā 4 kolēģu apvainojumi.
6. Vai skaitli 1 var izsacīt kā a) 5, b) 2002 dažādiem nepāra naturāliem skaitļiem apgriezto lielumu summu?

B grupa

1. Rindā izrakstīti visi naturālie skaitļi no 1 līdz n, katrs vienu reizi. Katram no tiem priekšā pieraksta "+" vai "-" zīmi. Iegūtās izteiksmes vērtība ir 2002. Kāda ir mazākā iespējamā n vērtība?
2. Naturālā četrciparu skaitlī m katru ciparu palielināja vai nu par 1, vai par 5. Ieguva skaitli 4m. Atrast m.
3. Jānis aprēķināja visu to sešciparu naturālo skaitļu summu, kuru pierakstā kaut vienā vietā blakus atrodas cipari 1 un 3 (šādā secībā), bet Andris - visu to sešciparu naturālo skaitļu summu, kuru pierakstā kaut vienā vietā blakus atrodas cipari 3 un 1 (šādā secībā). Kurš no zēniem ieguva lielāku summu?
4. Novilkti 8 horizontāli un 8 vertikāli nogriežņi. Vai var gadīties, ka katrs nogrieznis krusto tieši 7 citus, bet ar pārējiem nogriežņiem tam nav kopīgu punktu?
5. Kvadrāts sastāv no 19×19 rūtiņām. Sākotnēji tieši 99 no tām ir melnas, pārējās – baltas. Ar vienu gājienu var izvēlēties rindiņu vai kolonnu, kurā melno rūtiņu ir vairāk nekā balto, un nokrāsot visas tur esošās baltās rūtiņas melnas. Vai var gadīties, ka, izpildot vairākus šādus gājienus pēc kārtas, viss kvadrāts kļūs melns?
6. Skat. A grupas 6. uzdevumu, ja saskaitāmo skaits ir a) 8, b) 9.

7.nodarbības uzdevumi

A grupa

1. Četrstūris atrodas trijstūra iekšpusē. Vai četrstūra perimetrs var būt lielāks par trijstūra perimetru? Vai tas var būt divas reizes lielāks par trijstūra perimetru?
2. Jānis uz 5 kartiņām uzrakstīja naturālos skaitļus no 1 līdz 5 (uz katras kartiņas - citu skaitli). Pēc tam viņš Andrim iedeva divas kartiņas, Bruno - vienu, bet abas pārējās kartiņas paslēpa. Aplūkojis savas kartiņas, Andris saprata, ka uz Bruno kartiņas ir nepāra skaitlis. Kādi skaitļi ir uz Andra kartiņām? (Andris un Bruno viens otra kartiņas neredz, bet zina visu uzdevuma sākumā minēto informāciju.)
3. Sešciparu skaitlis dalās ar 8. Kāda ir lielākā iespējamā tā ciparu summa?
4. Dots, ka a un b - naturāli skaitļi un $a+b=2002$. Pierādiet, ka $a \cdot b$ nedalās ar 2002.
5. Kubs sastāv no $4 \times 4 \times 4$ vienādiem kubiņiem. Divus kubiņus, kas atrodas kuba pretējos stūros, izzāģēja. Vai atlikušo kuba daļu var sadalīt klucīšos ar izmēriem $1 \times 1 \times 2$?
6. Riņķa līnijas garums ir 100 cm. No tiem 24 cm nokrāsoti melni, pārējie – balti. Vai noteikti var uzzīmēt kvadrātu, kura visas virsotnes atrodas baltos punktos?

B grupa

1. Plakne sadalīta kvadrātos kā rūtiņu lapa; kvadrāta malas garums ir 1. Skudra izgāja no vienas virsotnes un nogāja pa rūtiņu līnijām 6 vienības, nevienā punktā nenonākot vairāk kā vienu reizi. Cik ir dažādu iespējamu skudras trajektoriju? (Trajektorijas, kas iegūstamas viena no otras ar pārbīdi, pagriešanu un spoguļattēlošanu, skaitās vienādas.)
2. Dots, ka n - naturāls skaitlis, bet skaitļi n^2 un n^3 kopā satur pa reizei katru no cipariem 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 un nesatur nekādus citus ciparus. Atrast n.
3. Naturālu skaitļu a un b mazākais kopīgais dalāmais ir 8 reizes lielāks par a un b lielāko kopīgo dalītāju. Vai viens no skaitļiem a un b noteikti dalās ar otru?
4. Sūnu ciemā ir tikai viena taisna iela, uz kuras atrodas autobusu pieturas. Ciemā darbojas 7 transporta firmas. Katras firmas autobusi kursē abos virzienos, bet apstājas tikai 6 pieturās (dažādām firmām šīs pieturas var būt dažādas). Ir zināms, ka no katras pieturas nepārsēžoties var aizbraukt uz katru citu. Vai ciemā var būt 14 pieturas?
5. Plakne sadalīta vienādos kvadrātiņos kā rūtiņu lapa. Uz tās novietoja kubu tā, ka viena kuba skaldne precīzi sakrita ar vienu no rūtiņām. Kubu sāka ripināt pa plakni, pakāpeniski "pārveļot" pāri kādai no atbalsta skaldnes šķautnēm. Kādā brīdī tika konstatēts, ka kubs balstās uz plaknes ar to pašu skaldni, ar kuru sākumā, un atrodas tai pašā vietā, kur sākumā. Vai var gadīties, ka šai brīdī kubs, salīdzinot ar sākotnējo pozīciju, pagriezts par 90° ap vertikālo asi, kas iet caur atbalsta skaldnes centru?
6. Laimes māte vairākas reizes apciemoja trīs tēva dēlus un katru reizi iedeva vienam no viņiem a dālderus, otram – b dālderus un trešajam – c dālderus (zināms, ka a, b un c ir dažādi naturāli skaitļi robežās no 1 līdz 10; dažādās reizēs viens un tas pats apdāvinātais varbūt saņēma dažādas summas). Pēc kāda laika izrādījās, ka pirmais tēva dēls saņēmis 13 dālderus, otrais – 15 dālderus un trešais – 23 dālderus. Kādas var būt a, b, c vērtības?