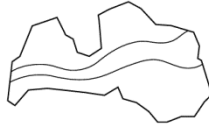




Valsts izglītības satura centrs

NACIONĀLAIS  
ATTĪSTĪBAS  
PLĀNS 2020



EIROPAS SAVIENĪBA  
Eiropas Sociālais  
fonds

I E G U L D Ī J U M S T A V Ā N Ā K O T N Ē

## Latvijas 69. matemātikas olimpiādes 3. posma uzdevumi

### 9. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.  
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.  
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

06.03.2019.

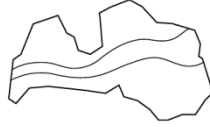
1. Reālus skaitļus  $a$  un  $b$  saista sakarība  $\frac{4a^2-7b^2}{ab} = 12$ . Kāda var būt  $\frac{4a^2+7b^2}{ab}$  vērtība?
2. Uz trijstūra  $ABC$  malām  $AC$  un  $BC$  attiecīgi atliekti punkti  $M$  un  $N$ . Nogriežņi  $AN$  un  $BM$  krustojas punktā  $P$ . Aprēķināt trijstūra  $ABC$  laukumu, ja  $S(AMP) = S(BNP) = 8$  un  $S(NMP) = 4$ .
3. Vai naturāla skaitļa kvadrāta ciparu summa var būt **a)** 19, **b)** 2019?
4. Sākotnēji katrā kvadrāta  $5 \times 5$  rūtiņā atradās tieši viena skudra. Tad katra skudra pārvietojās uz kādu blakus rūtiņu (tas ir, uz rūtiņu, kam ar esošo ir kopīga mala). Kāds tagad ir **a)** mazākais; **b)** lielākais iespējamais tukšo rūtiņu skaits?
5. Hokeja turnīrā piedalījās 16 komandas. Katra komanda ar katru citu spēlēja tieši vienu reizi; neizšķirtu nav. Apzīmēsim katras komandas uzvaru un zaudējumu skaitu attiecīgi ar  $x_i$  un  $y_i$ ,  $i = 1; 2; \dots; 16$ . Pierādīt, ka

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{16}^2 = y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{16}^2$$



Valsts izglītības satura centrs

NACIONĀLAIS  
ATTĪSTĪBAS  
PLĀNS 2020



EIROPAS SAVIENĪBA

Eiropas Sociālais  
fonds

I E G U L D Ī J U M S T A V Ā N Ā K O T N Ē

## Latvijas 69. matemātikas olimpiādes 3. posma uzdevumi

### 10. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.  
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.  
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

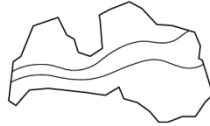
06.03.2019.

1. Pierādīt, ka visus naturālos skaitļus, kas lielāki nekā 100, var izteikt kā pirmskaitļa un salikta skaitļa summu!
2. Izliekta četrstūra  $ABCD$  diagonāle  $AC$  ir leņķa  $A$  bisektrise,  $AC = AD$  un  $\sphericalangle B = 90^\circ$ . Trijstūrī  $ADC$  novilkts augstums  $DH$ . Pierādīt, ka taisne  $BH$  sadala nogriezni  $CD$  uz pusēm!
3. Pierādīt, ka nevienai naturālai  $n$  vērtībai izteiksmes  $13^n + 7^n + 2019$  vērtība nav naturāla skaitļa kvadrāts!
4. Komisijā ir 7 cilvēki. Ierodoties uz sēdi, daži no viņiem sarokojas. Kāds ir mazākais iespējamais sarokošanos skaits, lai no katriem trim komisijas locekļiem varētu atrast divus, kas savā starpā sarokojušies?
5. Dots, ka  $0 \leq a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_{1000}$  un  $a_1 + a_2 + \dots + a_{1000} = 1$ . Pierādīt, ja  $n$  ir naturāls skaitlis un  $1 \leq n \leq 1000$ , tad  $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \frac{1}{1000}$ .



Valsts izglītības satura centrs

NACIONĀLAIS  
ATTĪSTĪBAS  
PLĀNS 2020



EIROPAS SAVIENĪBA  
Eiropas Sociālais  
fonds

I E G U L D Ī J U M S T A V Ā N Ā K O T N Ē

## Latvijas 69. matemātikas olimpiādes 3. posma uzdevumi

### 11. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.  
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.  
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

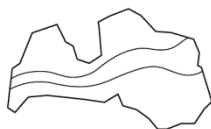
06.03.2019.

1. Kādā valstī ir 100 pilsētas. Starp dažām no tām organizēti avioreisi. Starp katrām divām pilsētām ir augstākais viens reiss. Katrs reiss savieno tikai 2 pilsētas, pa ceļam nenolaižoties citās. Katrs reiss „darbojas” abos virzienos. Reisu organizē 90 aviokompānijas, katra aviokompānija organizē tieši 30 reisu. Ja kompānija organizē reisu starp kādām divām pilsētām (apzīmēsim tās ar A un B), tad tai ir biroji gan pilsētā A, gan pilsētā B. Pierādīt, ka ir tāda pilsēta, kurā ir vismaz 9 biroji!
2. Ap četrstūri  $ABCD$  apvilka riņķa līnija. Taisne, kas ir paralēla  $BC$  un iet caur  $D$ , krusto nogriezni  $AC$  punktā  $M$ . Taisne, kas ir paralēla  $AB$  un iet caur punktu  $D$ , krusto nogriezni  $AC$  punktā  $N$ . Pierādīt, ka riņķa līnijas, kas apvilktas ap trijstūriem  $AMD$  un  $DNC$ , pieskaras viena otrai!
3. Pierādīt, ka nevienai naturālai  $n$  vērtībai izteiksmes  $13^n + 10^n + 7^n + 3^n$  vērtība nav naturāla skaitļa kvadrāts!
4. Naturālu skaitļu virknes pirmie divi locekļi ir  $a_1$  un  $a_2$ , turklāt  $a_2 > a_1$ . Katru nākamo virknes locekli, sākot ar trešo, aprēķina pēc formulas  $a_i = a_{i-1} + a_{i-2}$ . Kādai lielākajai indeksa  $i$  vērtībai  $a_i$  var būt vienāds ar  $100a_1$ ?
5. Koordinātu plaknē doti **a)** 8; **b)** 9 punkti, katram no tiem koordinātas ir veseli skaitļi. Zināms, ka nekādi trīs punkti neatrodas uz vienas taisnes. Vai noteikti var atrast tādus trīs punktus, ka trijstūrim ar virsotnēm šajos punktos mediānu krustpunkta koordinātas arī ir veseli skaitļi?



Valsts izglītības satura centrs

NACIONĀLAIS  
ATTĪSTĪBAS  
PLĀNS 2020



EIROPAS SAVIENĪBA

Eiropas Sociālais  
fonds

I E G U L D Ī J U M S T A V Ā N Ā K O T N Ē

## Latvijas 69. matemātikas olimpiādes 3. posma uzdevumi

### 12. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.  
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.  
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

06.03.2019.

- Vienādojumam  $x^3 - px + 2019 = 0$ , kur  $p$  – naturāls skaitlis, ir trīs reālas saknes  $x_1, x_2, x_3$ . Kāda var būt izteiksmes  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$  vērtība?
- Riņķa līnijā ar centru punktā  $O$  novilkta horda  $AB$ , kas neiet caur  $O$ . Caur punktu  $B$  novilkts perpendikuls pret  $AB$ , kas riņķa līniju vēlreiz krusto punktā  $D$ . Uz loka  $AB$ , kuram nepieder  $D$ , atzīmēts šī loka viduspunkts  $C$ . Taisnes  $AC$  un  $DB$  krustojas punktā  $E$ . Pierādīt, ka  $OE^2 = OB^2 + 2 \cdot OB \cdot BE$ .
- Pierādīt, ka nevienai naturālai  $n$  vērtībai izteiksmes  $4^n + 5^n + 6^n + 7^n + 8^n + 9^n + 10^n + 11^n + 12^n + 13^n$  vērtība nav naturāla skaitļa kvadrāts!
- Doti seši dažādi iracionāli skaitļi. Pierādīt, ka no tiem var izvēlēties 3 skaitļus (apzīmēsim tos ar  $x, y, z$ ) tā, ka visi trīs skaitļi  $x + y, x + z, y + z$  ir iracionāli!
- Atrast
  - vienu tādu naturālu skaitļu pāri  $(a; b)$ ,
  - trīs tādus naturālu skaitļu pārus  $(a; b)$ ,  $a < b$ ,  
ka lielākais skaitlis, ko nevar izteikt formā  $an + bm$ , kur  $m$  un  $n$  ir nenegatīvi veseli skaitļi, ir 2019.