Latvijas 72. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

5. klase

1. Kā sadalīt 10 virtuļus 12 bērniem vienādās daļās tā, lai katrs virtulis tiktu sadalīts ne vairāk kā 3 daļās?

2. Vai var uzrakstīt rindā divus vieniniekus, divus divniekus un divus trijniekus (citus ciparus izmantot nedrīkst) tā, lai starp abiem vieniniekiem būtu uzrakstīts tieši viens cits cipars, starp abiem divniekiem – tieši divi citi cipari, starp abiem trijniekiem – tieši trīs citi cipari?

3. Rūtiņu lapā pa rūtiņu līnijām uzzīmēts taisnstūris ar izmēriem 333×555 rūtiņas. Caur cik rūtiņām iet taisnstūra diagonāle? (Diagonāle iet caur rūtiņu, ja tā satur šīs rūtiņas iekšējus punktus.)
Piezīme. Taisnstūra diagonāle ir nogrieznis, kas savieno taisnstūra pretējās virsotnes.

4. Zināms, ka x un y ir dažādi cipari. Atrast visus tādus ciparus x un y, ja zināms, ka skaitlis $\overline{4x7yx3y31x}$ dalās ar 45.

5. Dagnis savā telefonā no 10 klases biedriem ir saņēmis 54 jaunas ziņas, no katra klases biedra vismaz vienu ziņu. Vai var gadīties, ka nekādi divi klases biedri nav atsūtījuši vienādu skaitu jauno ziņu?

Latvijas 72. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

6. klase

1. Uzraksti vienu piemēru, kādus naturālus skaitļus var ierakstīt a, b, c, d vietā, lai dotās nevienādības būtu patiesas!

$$\frac{2}{5} < \frac{a}{d} < \frac{b}{d} < \frac{c}{d} < \frac{1}{2}$$

2. Vai var uzrakstīt rindā divus vieniniekus, divus divniekus, divus trijniekus un divus četriniekus (citus ciparus izmantot nedrīkst) tā, lai starp abiem vieniniekiem būtu uzrakstīts tieši viens cits cipars, starp abiem divniekiem – tieši divi citi cipari, starp abiem trijniekiem – tieši trīs citi cipari, starp abiem četriniekiem – tieši četri citi cipari?

3. Rūtiņu lapā pa rūtiņu līnijām uzzīmēts taisnstūris ar izmēriem 444×777 rūtiņas. Caur cik rūtiņām iet taisnstūra diagonāle? (Diagonāle iet caur rūtiņu, ja tā satur šīs rūtiņas iekšējus punktus.)
Piezīme. Taisnstūra diagonāle ir nogrieznis, kas savieno taisnstūra pretējās virsotnes.

4. Sākumā auzu pārslu batoniņš veikalā maksāja 50 centus. Pēc atlaides piešķiršanas visus šādus veikalā esošos auzu pārslu batoniņus pārdeva par 31 eiro un 93 centiem. Cik procentu atlaidi piešķīra, ja zināms, ka tā nepārsniedz 50%?

5. Laboratorijā 64 mēģenēs atrodas siekalu paraugi (siekalu daudzums paraugā ir pietiekams vairākām pārbaudēm). Zināms, ka viens paraugs ir inficēts ar vīrusu. Laborantam ir 6 testa trauki, kuros var ieliet siekalas no mēģenēm, un 6 reaģenti, ko pieliet testa traukā izveidotajam siekalu maisījumam (tiklīdz reaģentu ielej testa traukā, tas uzrāda vai neuzrāda vīrusa klātbūtni, un pēc tam kļūst neaktīvs). Kā, izmantojot 6 testa traukus un 6 reaģentus, noskaidrot, kurā paraugā ir vīruss?

Latvijas 72. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

7. klase

1. Aprēķināt laukumu četrstūrim, kuru ierobežo taisnes $y=1,\ x=-2,\ x=3,\ y=\frac{3}{5}x+\frac{21}{5}$.

2. Vai visi naturāli skaitļi, kuru ciparu summa dalās ar 27, arī paši dalās ar 27?

3. Dots trijstūris ABC un punkts M trijstūra iekšpusē. Pierādīt, ka $MA+MB+MC>\frac{1}{2}P_{ABC}$.

4. Pansionātam ir astoņi stāvi un tajā ir trīs lifti. Katrs lifts apstājas pirmajā stāvā, astotajā stāvā un vēl četros citos stāvos. Vai liftu apstāšanos var izkārtot tā, lai pansionāta iemītnieki no katra stāva var nokļūt jebkurā citā stāvā bez pārkāpšanas citā liftā?

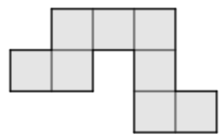
5. Gustavs, Ernests un Miķelis spēlē badmintonu. Katrā spēlē piedalās divi no viņiem, bet trešais stāv malā un vēro. Tas, kurš kādā spēlē zaudējis, iet malā un dod vietu tam zēnam, kurš šīs spēles laikā skatījies. Zināms, ka Gustavs piedalījies 7 spēlēs, bet Ernests – 15 spēlēs. Cik spēļu pavisam tika izspēlētas? Kas uzvarēja un kas zaudēja septītajā spēlē?

Latvijas 72. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

8. klase

1. Kurš no reizinājumiem $2^{56} \cdot 7^{14}$ vai $3^{28} \cdot 5^{21}$ ir lielāks?

2. Vai no taisnstūra ar izmēriem 6×12 rūtiņas var izgriezt astoņas 1. att. redzamās figūras?



1. att.

3. Dots platleņķa vienādsānu trijstūris, kuram $\sphericalangle ABC = 20°$. Pierādīt, ka $3AC > AB$.

4. Vai piecu secīgu veselu skaitļu summa var būt **a)** 2022, **b)** 2025?

5. Rindā uzrakstīti skaitļi no 1 līdz 2022 (ieskaitot). Divi spēlētāji pēc kārtas izsvītro pa vienam skaitlim no rindas tik ilgi, kamēr rindā paliek tikai divi skaitļi (katrā gājienā var izsvītrot jebkuru no palikušajiem skaitļiem). Pirmais spēlētājs (tas spēlētājs, kurš sāk spēli) uzvar, ja divu beigās palikušo skaitļu lielākais kopīgais dalītājs ir lielāks nekā 1, bet otrais uzvar, ja divu beigās palikušo skaitļu lielākais kopīgais dalītājs ir 1. Pierādīt, ka, lai kā arī spēlētu pirmais spēlētājs, otrais spēlētājs vienmēr var uzvarēt!

Latvijas 72. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

9. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.
Risināšanas laiks ir 4 stundas.

21.01.2022.

1. Kādām reālām m vērtībām vienādojumam $2x^2+(2m+3)x+3m=0$ ir vismaz viena vesela sakne?

2. Vai rūtiņu lapā, kur katras rūtiņas malas garums ir viena vienība, var uzzīmēt tādu sešstūri, kura malas sakrīt ar rūtiņu līnijām un kura perimetrs un laukums ir 60?

3. Punkts R ir nogriežņa KO iekšējs punkts, punkts P izvēlēts tā, ka $\sphericalangle RPO=80°$. Leņķu KRP un KOP bisektrises krustojas punktā A. Aprēķināt $\sphericalangle RAO$.

4. Pierādīt, ka katru 11 pēc kārtas sekojošu naturālu skaitļu reizinājums dalās ar 12^4.

5. Dota 3×3 rūtiņu tabula. Vai iespējams katrā rūtiņā ierakstīt naturālu skaitli no 1 līdz 9 (katrā rūtiņā citu skaitli) tā, lai rūtiņās, kurām ir kopīga mala, ierakstīto skaitļu starpība nepārsniedz **a)** 2, **b)** 3?

Latvijas 72. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

10. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.
Risināšanas laiks ir 4 stundas.

21.01.2022.

1. Doti punkti $A(21;1)$, $B(20;22)$ un $C(10;2)$. Uzrakstīt vienādojumu taisnei, kas iet caur punktu C paralēli taisnei AB.

2. Atrisināt reālos skaitļos vienādojumu $x^3-4x^2+8=0$.

3. Divas riņķa līnijas ω_1 un ω_2 krustojas punktos X un Y. Caur punktu X novilkta taisne t, kas vēlreiz krusto riņķa līnijas ω_1 un ω_2 attiecīgi punktos A un B, caur punktu Y paralēli t novilkta taisne, kas vēlreiz krusto riņķa līnijas ω_1 un ω_2 attiecīgi punktos D un C. Pierādīt, ka $ABCD$ ir paralelograms.

4. **a)** Pierādīt, ka katram pirmskaitlim $p>3$ eksistē tāds naturāls skaitlis n, ka $p^2=24n+1$.
b) Atrast tādu saliktu skaitli k, kuram eksistē tāds naturāls skaitlis m, ka izpildās $k^2=24m+1$.

5. Vai izteiksmē $\pm 1 \pm 2 \pm 3 \ldots \pm 119 \pm 120$ katru "$\pm$" zīmi iespējams aizstāt vai nu ar "+", vai "–" tā, lai izteiksmes vērtība būtu **a)** 2023, **b)** 2022? Ja jā, tad kāds ir lielākais iespējamais "+" zīmju skaits attiecīgajā izteiksmē?

Valsts izglītības satura centrs
NACIONĀLAIS ATTĪSTĪBAS PLĀNS 2020
EIROPAS SAVIENĪBA
Eiropas Sociālais fonds
I E G U L D Ī J U M S   T A V Ā   N Ā K O T N Ē

Latvijas 72. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

11. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.
Risināšanas laiks ir 4 stundas.

21.01.2022.

1. Punkts P atrodas paralelograma $ABCD$ iekšpusē. Pierādīt, ka $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}$.

2. Atrisināt reālos skaitļos vienādojumu $x^4-4=3(x^3+x^2+x)$.

3. Trapeces $ABCD$ pamati ir AB un CD. Diagonāles AC un BD krustojas punktā E. Pierādīt, ka $S_{ABE}\cdot S_{ABCD}=S_{ABC}^2$!

4. Zināms, ka x un y ir naturāli skaitļi un $x+y$ dalās ar 5. Pierādīt, ka x^5+y^5 dalās ar 25.

5. Pierādīt, ka visus naturālos skaitļus no 1 līdz 2022 iespējams sakārtot rindā tā, ka katri divi blakus esoši skaitļi atšķiras vai nu par 6, vai par 11.

Valsts izglītības satura centrs
NACIONĀLAIS ATTĪSTĪBAS PLĀNS 2020
EIROPAS SAVIENĪBA
Eiropas Sociālais fonds

IEGULDĪJUMS TAVĀ NĀKOTNĒ

Latvijas 72. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

12. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.
Risināšanas laiks ir 4 stundas.

21.01.2022.

1. Tiešsaistes testā ir četri jautājumi, kurus izpilda secīgi un uzreiz tiek paziņots, vai iesniegtā atbilde ir pareiza. Uz katru jautājumu iespējamas tikai divas atbildes, no kurām viena ir pareiza, bet otra nav pareiza. Tiklīdz sniegtas nepareizas atbildes uz diviem jautājumiem, sistēma testa izpildi pārtrauc un tests nav ieskaitīts. Ja ir vismaz trīs pareizas atbildes, tests ir ieskaitīts. Kāda ir varbūtība, ka tests tiks ieskaitīts, atbildes minot?

2. Atrisināt reālos skaitļos vienādojumu $4x^4 - 11x^2 + 9x - 2 = 0$.

3. Dots izliekts četrstūris $ABCD$, kuram $AB = BC = CD$. Četrstūra diagonāles krustojas punktā E. Pierādīt, ka leņķu BAD un ADC bisektrišu krustpunkts atrodas uz trijstūrim ADE apvilktās riņķa līnijas.

4. Pierādīt, ka $p^4 - 1$ dalās ar 240 katram pirmskaitlim $p \geq 7$.

5. Sākumā turzā ir 89 konfektes. Karlsons un Brālītis pēc kārtas ēd no turzas konfektes. Pirmais sāk Karlsons un apēd vienu konfekti, bet katrā nākamajā gājienā spēlētājs var apēst tikpat konfektes, cik savā iepriekšējā gājienā apēda otrs, vai arī par vienu konfekti vairāk. Zaudē tas, kurš vairs nevar izdarīt gājienu. Kurš spēlētājs – Karlsons vai Brālītis – vienmēr var uzvarēt?

LATVIJAS UNIVERSITĀTE ANNO 1919
LATVIJAS UNIVERSITĀTE
Fizikas, matemātikas un optometrijas fakultāte
A. Liepas Neklātienes matemātikas skola