

The background is a white canvas filled with various geometric and abstract patterns. At the top left is a grid of small black dots. To its right are a circle with a smaller inner circle, a cylinder-like shape, and a triangle with a hatched side. Further right is a large light green semi-circle with wavy lines to its right. The central focus is a large black rectangle with a thin white border. Inside this rectangle, at the top center, is a solid reddish-brown rectangle. The main title 'Dirihlē princips' is written in white serif font across the middle of the black rectangle. Below the title, in a smaller white sans-serif font, is the text 'Mazās matemātikas universitātes 4. nodarbība' and 'Ilze Veinberga'. The bottom of the black rectangle features a grid of small black dots. Surrounding the black rectangle are various geometric shapes: a zigzag line on the left, a 3D cube on the right, a circle with a smaller inner circle at the bottom right, a 3D cube with a hatched side at the bottom right, a circle at the bottom left, a zigzag line at the bottom left, a 3D cube at the bottom left, and a 3D cube with a hatched side at the bottom center.

Dirihlē princips

Mazās matemātikas universitātes 4. nodarbība
Ilze Veinberga

Cik no jums noteikti ir piedzimuši vienā nedēļas dienā?

Dirihlē princips – 1. teorēma

Piemērs: Ilzei ir 3 truši un 2 būri. Visi truši atrodas būros. Vai starp šiem būriem ir tāds būris, kurā atrodas vismaz divi truši?

Ja vairāk nekā n truši jāizvieto n būros, tad vismaz vienā būrī nonāks vairāk nekā viens (tātad vismaz 2) truši.

Ja vairāk nekā n priekšmeti jāsadala n grupās, tad noteikti būs tāda grupa, kurā atradīsies vismaz 2 priekšmeti.

Dirihlē princips – 1. teorēmas pierādījums

Pieņemsim pretējo, ka nevienā grupā nav vairāk par vienu priekšmetu. Tā kā pavisam ir n grupu, tad tajās nav izvietoti vairāk par n priekšmetiem. Bet mums jāsadala grupās vairāk ne kā n priekšmeti. Iegūta pretruna, tātad mūsu pieņēmums ir nepareizs. Tātad ir grupa, kurā ir vairāk nekā viens priekšmets, t.i., vismaz divi priekšmeti.

1. uzdevums: Antropologi ir konstatējuši, ka cilvēka matu skaits nevar būt lielāks par 500 000. Pierādīt, ka Rīgā dzīvo vismaz 2 cilvēki ar vienādu matu skaitu! (Rīgā dzīvo ~ 630 000 cilvēku)

2. uzdevums: *Doti naturāli skaitļi no 1 līdz 8. Pierādīt, ka, izvēloties jebkurus piecus no tiem, varēs atrast tādus divus, kuru summa ir 9.*

--	--	--	--

3. uzdevums: Pierādīt, ka starp jebkuriem sešiem naturāliem skaitļiem, kas nedalās ar 10, var atrast divus tādus, kuru summa vai starpība dalās ar 10

Dirihlē princips – 2. teorēma

Piemērs: Ilzei ir 5 truši un 2 būri. Visi truši atrodas būros. Vai starp šiem būriem ir tāds būris, kurā atrodas vismaz trīs truši?

Ja vairāk nekā $m \cdot n$ truši jāizvieto n būros, tad vismaz vienā būrī nonāks vairāk nekā $(m + 1)$ truši.

Ja vairāk nekā $m \cdot n$ priekšmeti jāsadala n grupās, tad noteikti būs grupa, kurā atradīsies vismaz $m + 1$ priekšmets.

Dirihlē princips – 2. teorēmas pierādījums

Pieņemsim pretējo, ka nevienā grupā nav vairāk kā m objekti. Tā kā grupu pavisam ir n , tad kopā nav izvietoti vairāk kā $m \cdot n$ objekti, bet grupās ir jāsadala vairāk nekā $m \cdot n$ objekti. Tātad pieņēmums ir aplams un noteikti ir grupa, kurā ir vairāk nekā m , tas ir, vismaz $(m + 1)$ objekts.

4. uzdevums: Namā dzīvo 162 cilvēki. Nevienam no tiem nav vairāk kā 79 gadi.

a) Kāds ir lielākais skaits iedzīvotāju, kuriem noteikti ir vienāds gadu skaits (pilnos gados)?

4. uzdevums: Namā dzīvo 162 cilvēki. Nevienam no tiem nav vairāk kā 79 gadi.

b) Vai var apgalvot, ka šajā namā dzīvo vismaz viens cilvēks, kuram ir 12 gadi?

4. uzdevums: Namā dzīvo 162 cilvēki. Nevienam no tiem nav vairāk kā 79 gadi.

c) Vai var būt tā, ka šajā namā dzīvo tikai piecu dažādu vecumu cilvēki (pilnos gados)?

5. uzdevums: Skolā ir 36 klases un 1045 skolēni. Vai var gadīties, ka nevienā klasē nav ne 30, ne vairāk skolēnu?

7. uzdevums: No pirmajiem 100 naturālajiem skaitļiem izvēlēts 51 skaitlis.
Pierādīt, ka no tiem var izvēlēties divus, no kuriem viens dalās ar otru!

8. uzdevums: Pierādīt, ka, izvēloties 52 no aritmētiskās progresijas 1, 4, 7, 10, ... locekļiem, kas nepārsniedz 300, vienmēr starp šiem skaitļiem var atrast divus skaitļus, kuru summa ir 302.



Paldies par šodien
paveikto!