

MĀJAS DARBS

1. Skaitli 18 sadalīt divos saskaitāmajos tā, lai divkāršota pirmā saskaitāmā un otrā saskaitāmā kvadrāta summa būtu vismazākā!

1. atrisinājums (ar atvasinājuma izmantošanu)

Pirmo saskaitāmo apzīmējam ar x , bet otro saskaitāmo apzīmējam ar $18 - x$.

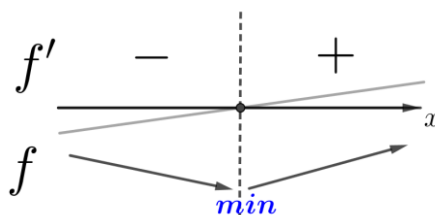
Jāatrod tāda x vērtība, lai funkcijai $f(x) = 2x + (18 - x)^2$ būtu mazākā vērtība.

Vienkāršojam $f(x) = x^2 - 34x + 324$ un atrodam funkcijas atvasinājumu $f'(x) = 2x - 34$.

Atvasinājumu pielīdzinām 0 un iegūstam funkcijas kritisko punktu:

$$2x - 34 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 17.$$

Pārbaudām, vai iegūtais punkts ir minimuma punkts.



Tātad pirmais saskaitāmais ir 17 un otrais saskaitāmais ir 1.

2. atrisinājums (bez atvasinājuma izmantošanas)

Pirmo saskaitāmo apzīmējam ar x , bet otro saskaitāmo apzīmējam ar $18 - x$.

Funkcijai $f(x) = 2x + (18 - x)^2$ jāatrod mazākā vērtība.

Vienkāršojam $f(x) = x^2 - 34x + 324$.

Funkcijas grafiks ir parabola, kuras zari vērsti uz augšu, līdz ar to $x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{34}{2} = 17$ ir minimuma punkts.

Tātad pirmais saskaitāmais ir 17 un otrais saskaitāmais ir 1.

Raksturīgākās kļūdas

- 1) Dažu vērtību apskatīšana nav pierādījums, ka atrastā vērtība ir minimuma punkts.
- 2) Nepareizi sastādīta funkcija.
- 3) Nav pamatots, ka iegūtais punkts tiešām ir minimuma punkts.

2. Taisnstūra trīs malu garumu summa ir 200 cm. Kādiem jābūt malu garumiem, lai taisnstūra laukums būtu vislielākais?

1. atrisinājums (ar atvasinājuma izmantošanu)

Divas pretējās taisnstūra malas apzīmējam ar x , bet trešo malu apzīmējam ar $200 - 2x$.

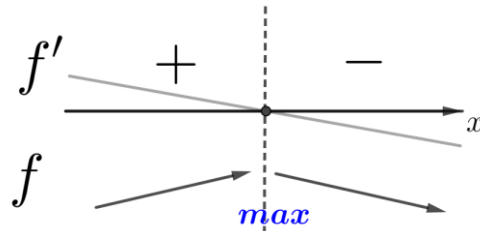
Jāatrod tāda x vērtība, lai funkcijai $f(x) = x(200 - 2x)$ būtu lielākā vērtība.

Vienkāršojam $f(x) = -2x^2 + 200x$ un atrodam funkcijas atvasinājumu $f'(x) = -4x + 200$.

Atvasinājumu pielīdzinām 0 un iegūstam funkcijas kritisko punktu:

$$-4x + 200 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 50.$$

Pārbaudām, vai iegūtais punkts ir maksimuma punkts.



Tātad divu pretējo malu garumi ir 50 cm un trešās malas garums ir 100 cm.

2. atrisinājums (bez atvasinājuma izmantošanas)

Divas pretējās taisnstūra malas apzīmējam ar x , bet trešo malu apzīmējam ar $200 - 2x$.

Jāatrod tāda x vērtība, lai funkcijai $f(x) = x(200 - 2x)$ būtu lielākā vērtība.

Vienkāršojam $f(x) = -2x^2 + 200x$.

Funkcijas grafiks ir parabola, kuras zari vērsti uz leju, līdz ar to $x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{-200}{-4} = 50$ ir maksimuma punkts.

Tātad divu pretējo malu garumi ir 50 cm un trešās malas garums ir 100 cm.

Raksturīgākās kļūdas

- 1) Nav pamatots, ka iegūtais punkts tiešām ir maksimuma punkts.
- 2) Dažu vērtību apskatīšana nav pierādījums, ka atrastā vērtība ir maksimuma punkts.

3. Atrast tādu skaitli, lai starpība starp skaitļa kubu un kvadrātu būtu vismazākā!**Atrisinājums**

Meklēto skaitli apzīmējam ar x .

Tādā gadījumā funkcijai $f(x) = x^3 - x^2$ jāatrod vismazākā vērtība.

Ievērojām, ja x izvēlas arvien tālāk no punkta 0, tad funkcijas vērtība kļūst arvien mazāka, jo negatīvu skaitli kāpinot kubā iegūst negatīvu skaitli un no tā tiek atņemts pozitīvs lielums (skaitļa kvadrāts).

Tātad prasītais skaitlis neeksistē.

Raksturīgākās kļūdas un ieteikumi

- 1) Vienmēr rūpīgi jādomā līdz uzdevumam, nevis tikai jāpilda pēc algoritma – ar atvasinājumu varēja atrast tikai lokālo minimuma punktu $x = \frac{2}{3}$ (šis risinājums būtu pareizs, ja būtu dots, ka x ir pozitīvs skaitlis), kurā $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27} - \frac{4}{9} = -\frac{4}{27}$ un tā nav mazākā starpība, jo, piemēram, $f(-3) = -27 - 8 = -35 < -\frac{4}{27}$.
- 2) Daži uzdevumu bija uztvēruši, ka jāmeklē mazākā vērtība funkcijai $f(x) = |x^3 - x^2|$.
- 3) Uzdevuma risinājumu varēja saistīt ar funkciju $g(x) = x^3$ un $h(x) = x^2$ grafikiem, secinot, ka prasītā skaitļa x nav.