

# Nestriktā loģika un risku novērtēšana

**MĀRIS KRASIŅŠ**

LATVIJAS UNIVERSITĀTES MATEMĀTIKAS UN INFORMĀTIKAS INSTITŪTS

2020. GADA 7. NOVEMBRIS

# Saturs

- ▶ Varbūtību teorijas pamati
- ▶ Normālais sadalījums un notikumi ar mazu varbūtību
- ▶ Nestriktās loģikas pamati
- ▶ Piederības funkcijas
- ▶ Implikācijas
- ▶ Praktiski nestriktās loģikas uzdevumu piemēri

# Pamatjēdzieni

- ▶ Notikums - jebkurš fakts, kuru var konstatēt novērojuma vai izmēģinājuma rezultātā.
- ▶ Par novērojumu vai izmēģinājumu sauc zināmu apstākļu realizāciju, kā rezultātā var iestāties notikums.
- ▶ Par nenovēršamu sauc notikumu, kas iestājas vienmēr, ja ir izveidojusies zināma apstākļu kopa.
- ▶ Par gadījuma notikumu sauc notikumu, kurš, pastāvot zināmai apstākļu kopai, var notikt ar noteiktu varbūtību.

# Klasiskā varbūtības definīcija

- ▶ Par notikuma  $A$  varbūtību sauc šim notikumam labvēlīgo gadījuma skaita  $m$  attiecību pret visu iespējamo gadījumu skaitu  $n$ , kas veido pilnu gadījumu grupu jeb pilnu notikumu grupu ( $P(A) = m/n$ ).
- ▶ Nenovēršama notikuma  $\Omega$  varbūtība ir vienāda ar 1, jo visi gadījumi ir labvēlīgi šim notikumam ( $m = n$ ).  $P(\Omega) = 1$ .
- ▶ Neiespējama notikuma  $\Omega$  varbūtība ir 0, jo neviens gadījums nav labvēlīgs šim notikumam ( $m = 0$ ).  $P(\Omega) = 0$ .
- ▶ Gadījuma notikuma  $A$  varbūtība ir skaitlis  $p$ , pie kam  $0 < p < 1$  vai  $0 < P(A) < 1$ .

# Piemēri

5



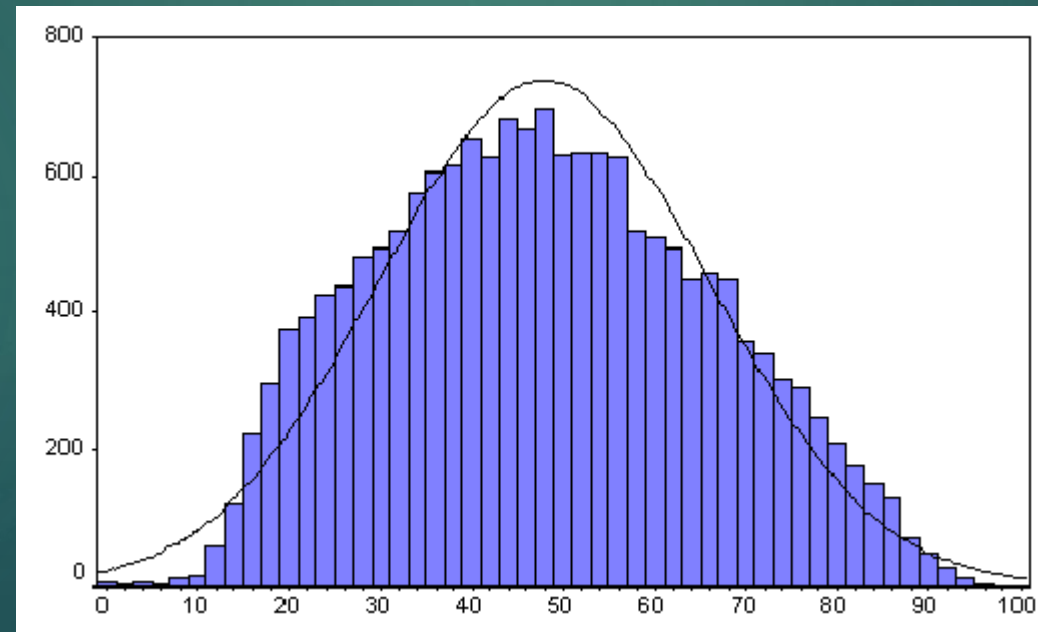
- ▶ Kāda ir varbūtība, metot spēļu kauliņu, uzmet skaitli 5?
- ▶ Kāda ir varbūtība, metot spēļu kauliņu, uzmet pāra skaitli?



- ▶ Grozā ir 6 baltas un 14 melnas bumbas. Kāda ir varbūtība izvilkt baltu bumbu? Kāda ir varbūtība izvilkt melnu bumbu?

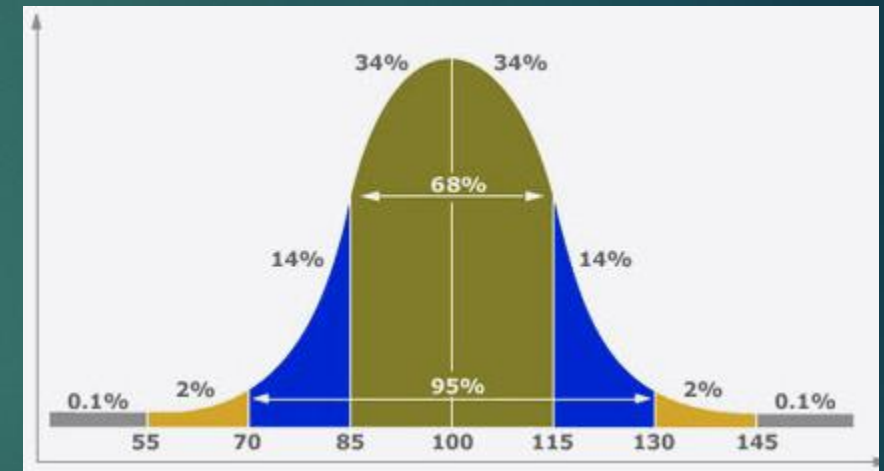
# Ekspperimentu un novērojumu datu uzkrāšana un apstrāde

- ▶ Daudzos gadījumos eksperimentu rezultāti vai novērojumu dati ir simetriski, lielākajai daļai datu koncentrējoties ap kopas vidējo vērtību.



# Normālais sadalījums

- ▶ Ja lielā, normāli sadalītu datu kopā turpina samazināt intervālu garumus, tad iegūst Gausa līkni. Gausa līknei ir zvanveida forma.
- ▶ Gausa līknei 99,7% (gandrīz visi) datu kopas elementi atrodas trīs standartnoviržu attālumā no vidējās vērtības.
- ▶ Ko nozīmē piebilde, ka statistiskas metodēm iegūtiem pētījumu rezultātiem nekad nebūs 100% ticamība?
- ▶ Gausa līkne parāda, ka vienmēr eksistē notikumi ar niecīgu varbūtību.



# Kurš transporta līdzeklis ir drošāks?

8





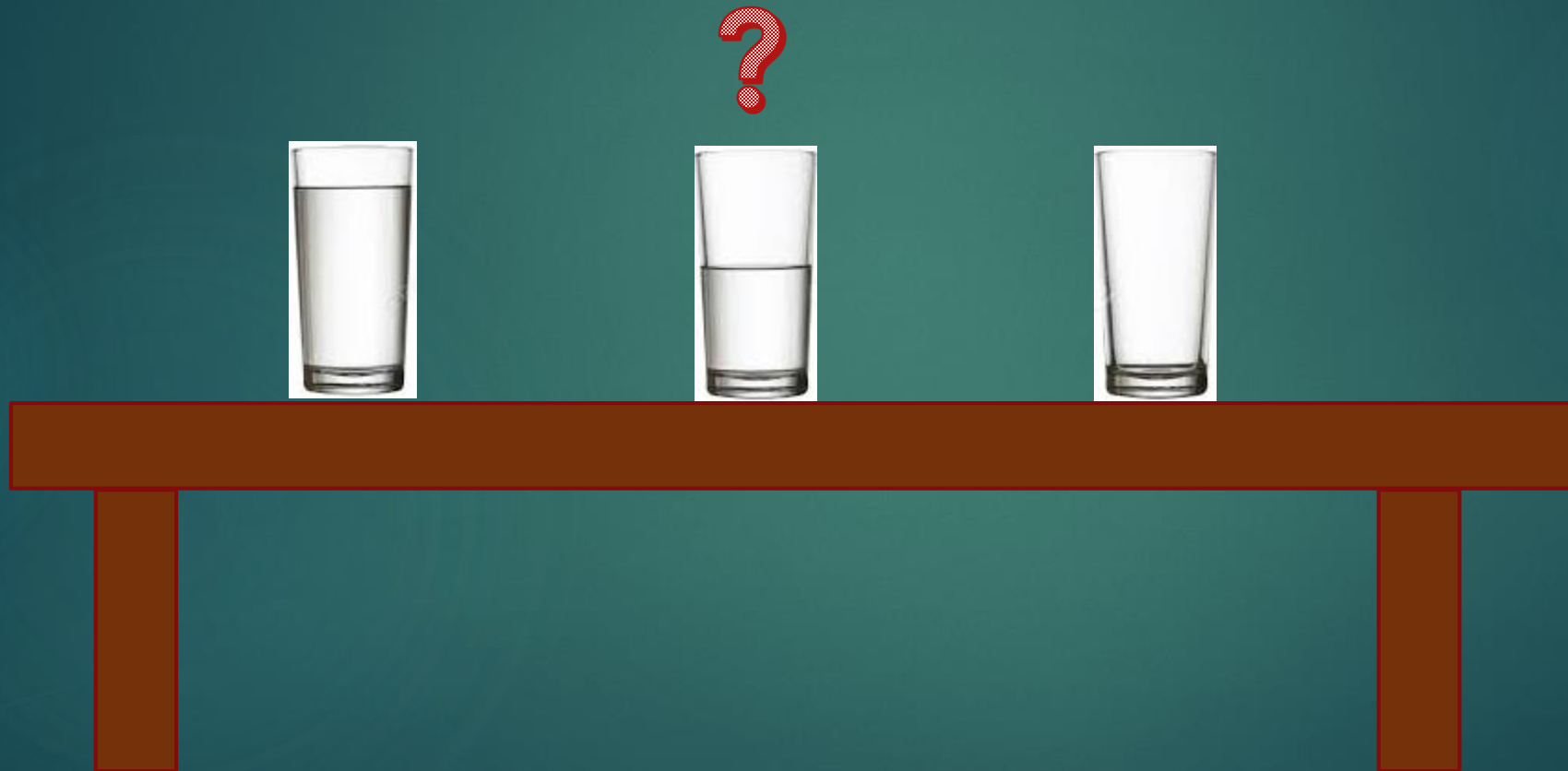
# Matemātiskās loģikas pamati

- ▶ Būla algebra: mainīgo vērtības ir patiesuma vērtības **paties** un **nepaties**.
- ▶ Vērtību kopa  $\{0, 1\}$ . 0 – nepaties, 1 – paties.
- ▶ Būla algebru 1854. gadā ieviesa Džordžs Būls (*George Boole* (1815 - 1864)) savā grāmatā *An Investigation of the Laws of Thought*.
- ▶ Praktiski piemēri: {īss, garš}, {jauns, vecs}, {auksts, karsts}.
- ▶ Vai ar šādām «precīzām vērtībām» ir pietiekami, lai raksturotu lietu stāvokli, īpašības un citus parametrus?

# Ikdienas situācija

10

- ▶ Programmētājs dodas gulēt un ņem līdzi:



$\{0, 1\}$   
 $[0, 1]$

# Nestriktās loģikas pirmsākumi

11



Lotfi Zadē (*Lotfi Zadeh* (1921 – 2017))  
1965. gadā publicēja savu pirmo  
darbu par nestriktajām kopām.

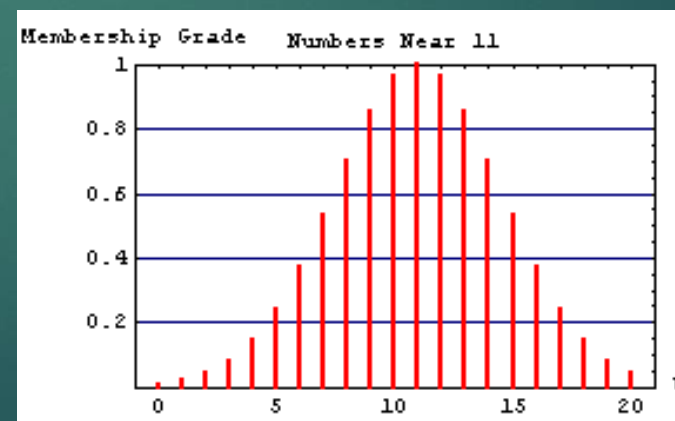
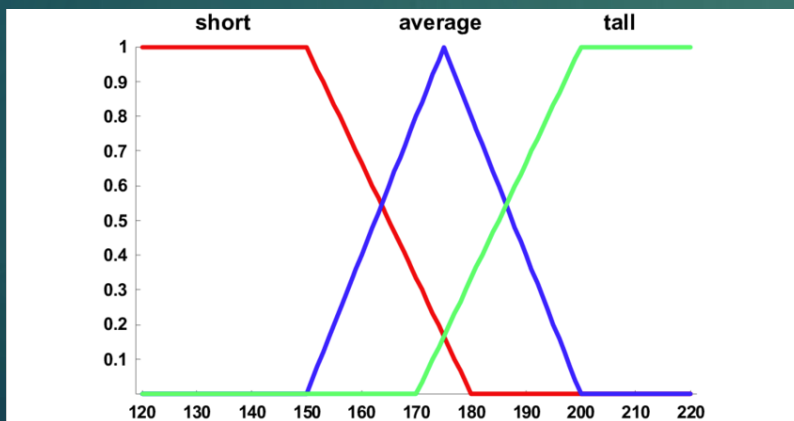
*"Fuzzy sets". Information and Control.*  
1965; 8: 338–353.

1973. gadā viņš izstrādāja nestriktās  
loģikas teoriju.

# Nestriktās loģikas pamati

12

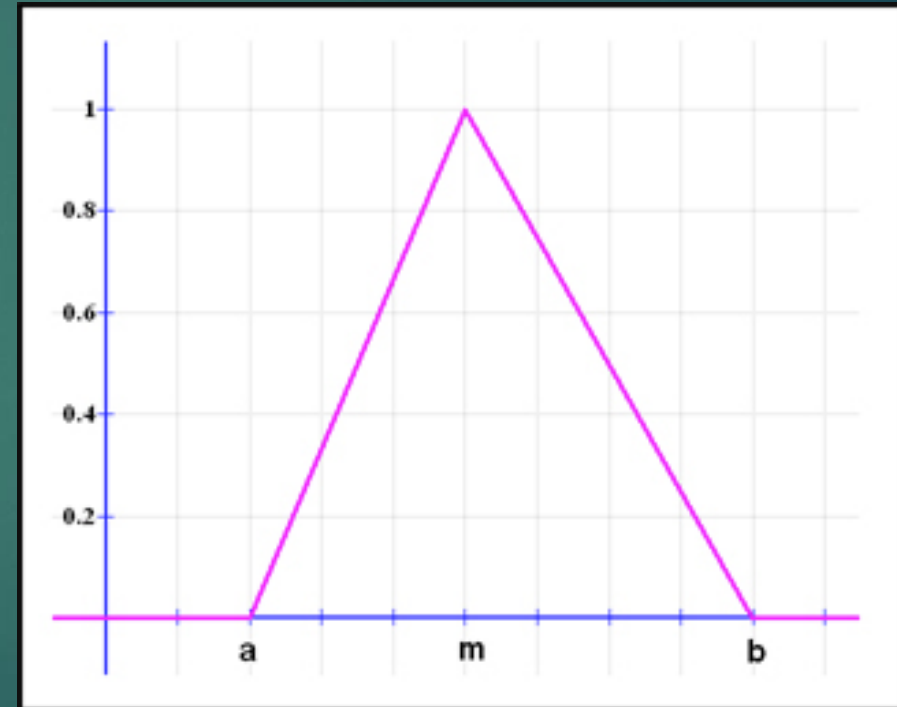
- ▶ L. Zadē ieviesa piederības funkciju, kura pieņem vērtības intervālā  $[0, 1]$  visiem kopas  $A$  elementiem  $X$ .
- ▶  $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$
- ▶ Šāda koncepcija ļauj ieviest papildu vērtības, kas raksturo iepriekš aplūkotās lietu īpašības un citus parametrus, piemēram, {īss, vidēji garš, garš}, {auksts, silts, karsts}.



# Piederības funkciju piemēri

## ► Trijstūrveida piederības funkcija

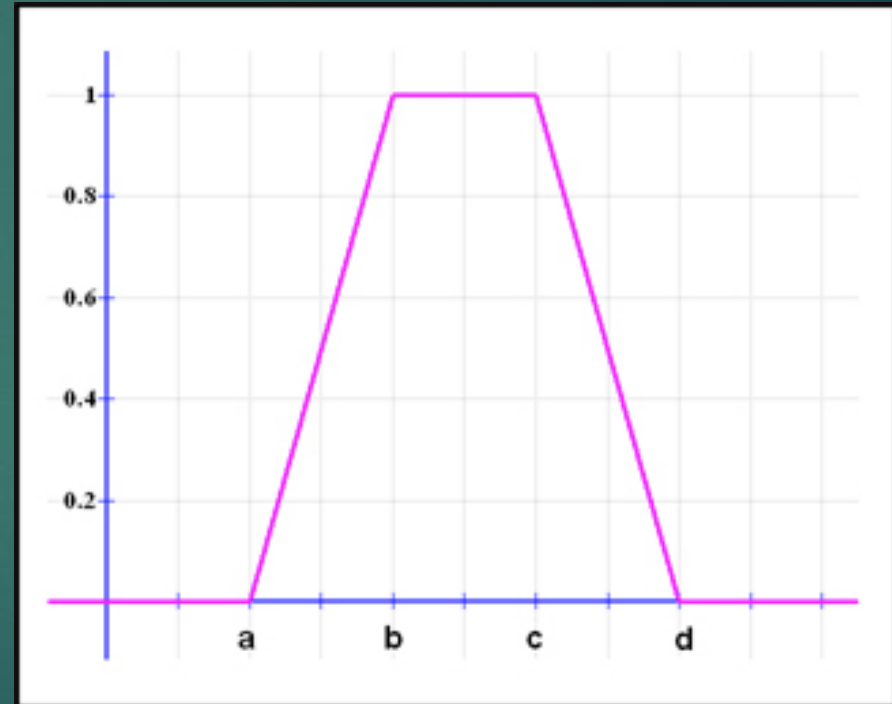
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a}, & a < x \leq m \\ \frac{b-x}{b-m}, & m < x < b \\ 0, & x \geq b \end{cases}$$



# Piederības funkciju piemēri

- ▶ Trapecveida piederības funkcija

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & (x < a) \text{ or } (x > d) \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d \end{cases}$$

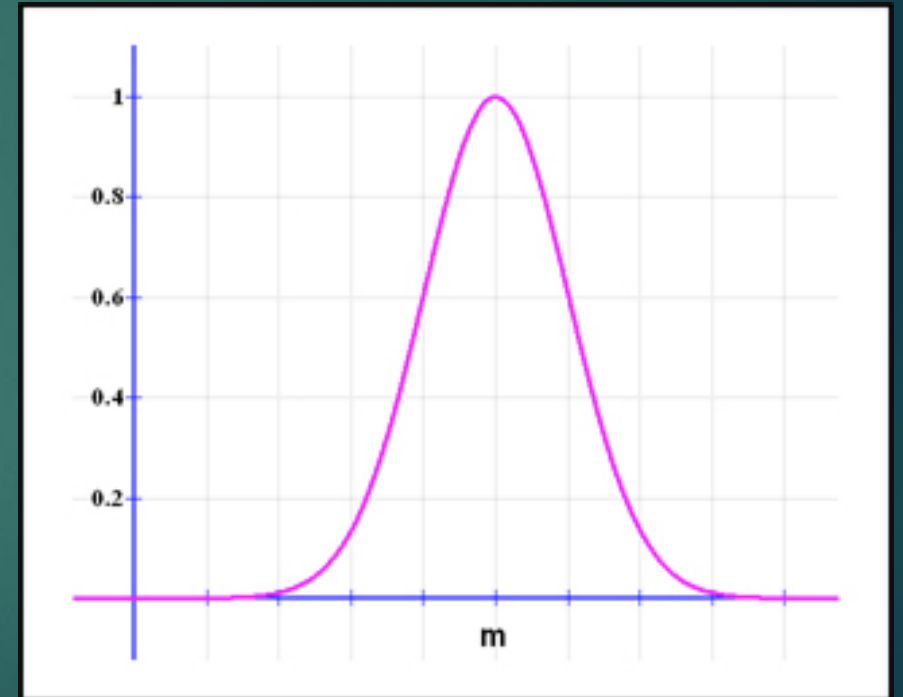


# Piederības funkciju piemēri

15

- ▶ Gausa piederības funkcija

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{(x-m)^2}{2k^2}}$$



# Piemērs ar metamo kauliņu

16





# Varbūtība un iespējamība

17

- ▶ Probability and possibility
- ▶ Вероятность и возможность
- ▶ Varbūtību teorijas izmantošanai ir nepieciešami statistiski dati, jāveic eksperimenti.
- ▶ Nestriktās loģikas pamatā ir ekspertu viedokļi, kurus izmanto, ja nepieciešams novērtēt jaunus un iepriekš nezināmus apstākļus vai nosacījumus.

# Vēlreiz par programmētāju

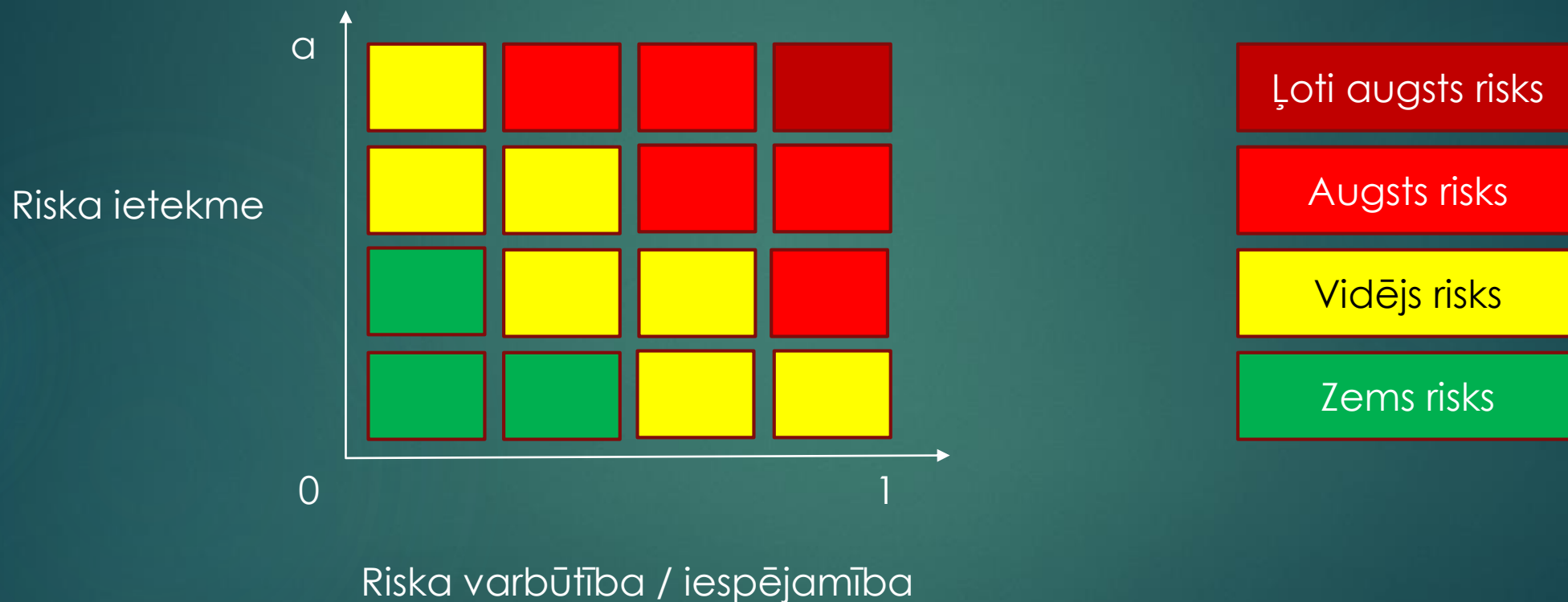
- ▶ Gala mērķis ir noteikt precīzu programmētājam nepieciešamā ūdens daudzumu.
- ▶ Izdertā ūdens daudzums būs atkarīgs no dažādiem ārējiem faktoriem.
- ▶ Sistēmas ietvaros var analizēt vairākus nosacījumus, piemēram,
  - gaisa temperatūru programmētāja guļamistabā,
  - programmētāja labsajūtu,
  - miegā pavadīto laiku utt.
- ▶ Tiek izmantotas implikācijas (ja -> tad).
- ▶ Rezultātu iegūst, izmantojot agregācijas operatorus.

# Varbūtība un iespējamība risku novērtēšanā

- ▶ Kredītrisks finanšu industrijā
- ▶ Operacionālais risks
- ▶ Atbilstības risks
- ▶ Projektu riska vadība

# Risku novērtēšanas matrica

20



# Vairāku viedokļu agregācija

- ▶ Četru ekspertu viedokļu par iespējamem zaudējumiem agregācija.
- ▶  $A_1 = (10, 30, 60)$ ,  $A_2 = (15, 40, 60)$ ,  $A_3 = (20, 35, 100)$ ,  $A_4 = (15, 40, 70)$
- ▶  $A_{vid} = ((10 + 15 + 20 + 15) / 4, (30 + 40 + 35 + 40) / 4, (60 + 60 + 100 + 70) / 4)$
- ▶  $A_{vid} = (15, 36.25, 72.5)$

**Paldies par uzmanību!**