Kā risināt uzdevumu, ja nezini, ar ko sākt?

LU FMOF lektore

Maruta Avotiņa

Uzdevumu risināšana

Saprast → Atrisināt → Pierakstīt

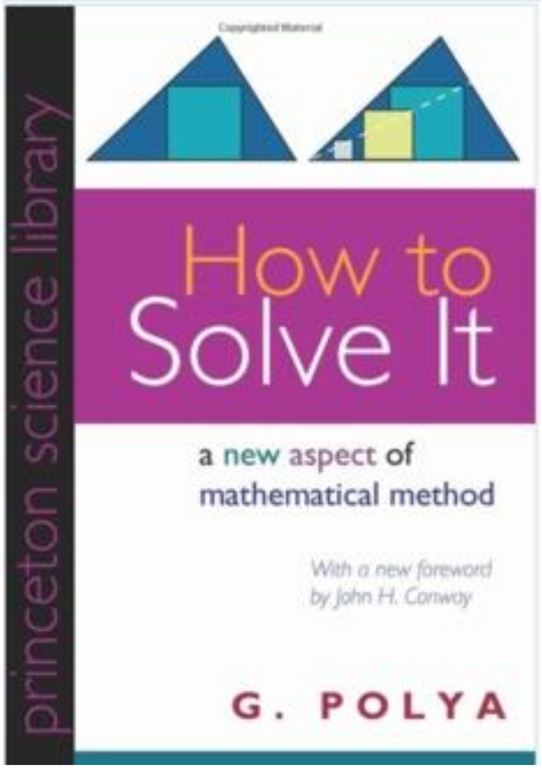
Lasi → Domā → Dari

Dž. Polias uzdevumu risināšanas stratēģijas

- Izproti izdevumu
- Izveido plānu
- Izpildi plānu
- Atskaties

George Polya «How to solve it»,

Princeton University Press, 1957



1. solis

Izproti uzdevumu

Iepazīties

- Saprast jēgu, sākumā nekoncentrēties uz detaļām
- Vizualizēt pēc iespējas skaidrāk un spilgtāk

Izprast labāk

- Atdalīt galvenās daļas (dotie, nosacījumi, nezināmais/pierādāmais)
- Vai es saprotu visus vārdus, kas ir izmantoti uzdevumā?
- Kāds ir jautājums? **Kā ir jāizskatās uzdevuma risinājumam?**

2. solis

Izveido plānu

- Ir grūti atrast labu ideju, ja attiecīgajā priekšmetā (tēmā) ir maz zināšanu un tas ir neiespējami, ja zināšanu nav vispār.
- Labas idejas balstās uz iepriekšējo pieredzi un iepriekš gūtām zināšanām.
- Tikai ar atcerēšanos nav pietiekami labai idejai, bet labas idejas neradīsies bez piemērotu faktu atcerēšanās; ar materiāliem vien nepietiek, lai uzbūvētu māju, bet mēs nevaram uzbūvēt māju, ja mums nav nepieciešamo materiālu.

2. solis

Izveido plānu

- Prasmi izvēlēties piemērotu stratēģiju vislabāk var attīstīt, risinot daudz uzdevumu.
- Laika gaitā atbilstošās stratēģijas izvēle kļūs aizvien vieglāka.

2. solis

Izveido plānu

Uzdevumu risināšanas stratēģijas

- izveido zīmējumu vai diagrammu
- izveido sakārtotu sarakstu
- izveido tabulu
- izspēlē doto situāciju, izmanto konkrētus objektus
- atrodi sakarību
- atrisini vienkāršāku uzdevumu
- mini un pārbaudi
- sāc no beigām
- uzraksti vienādojumu
- izmanto formulu
- sadali daļās
- izslēdz iespējas
- apskati speciālgadījumus
- izmanto simetriju
- izmanto loģisko spriešanu

3. solis

Izpildi plānu

4. solis

Atskaties

- **Vai ieguvi / pierādīji prasīto?**
- Vai vari pārbaudīt iegūto rezultātu? Vai vari pārbaudīt risinājuma soļus?
- Vai šo rezultātu var iegūt arī citā veidā?

Uzdevumu risināšanas stratēģijas

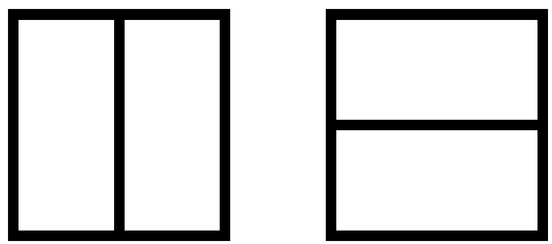
- izveido zīmējumu vai diagrammu
- izveido sakārtotu sarakstu
- izveido tabulu
- izspēlē doto situāciju, izmanto konkrētus objektus
- atrodi sakarību
- **atrisini vienkāršāku uzdevumu**
- mini un pārbaudi
- sāc no beigām
- uzraksti vienādojumu
- izmanto formulu
- sadali daļās
- izslēdz iespējas
- apskati speciālgadījumus
- izmanto simetriju
- izmanto loģisko spriešanu

- **Indukcija** – no latīņu valodas *inductio* – uzvedināšana, ierosināšana
- Spriešanas paņēmienu, kad secinājumi tiek iegūti, balstoties uz vairāku eksperimentu vai vērojumu laikā gūtiem rezultātiem, sauc par induktīvo spriešanu. Šādā ceļā gūtos spriedumus sauc par induktīviem spriedumiem.
- Indukcija ir vispārīga secinājuma izdarīšana no atsevišķiem gadījumiem, bet no tā, ka daži atsevišķi apgalvojumi ir pareizi, nedrīkst secināt, ka ir patiess vispārīgais apgalvojums.

Matemātika 10.klasei /Evija Slokenberga, Inga France, Ilze France. -Rīga : Lielvārds, 2009. – 279 lpp. :il. – izmantotā literatūra: 76.-78.lpp.

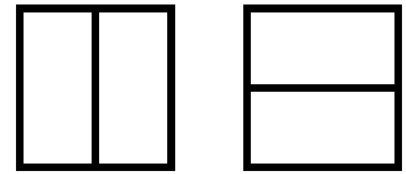
1. Cik dažādos veidos taisnstūri $2 \times n$ var sagriezt taisnstūros 1×2?

Griezumi, kas iegūstami viens no otra ar simetriju vai pagriezienu, tiek uzskatīti par dažādiem. Piemēram, attēlā ir parādīti divi dažādi veidi.

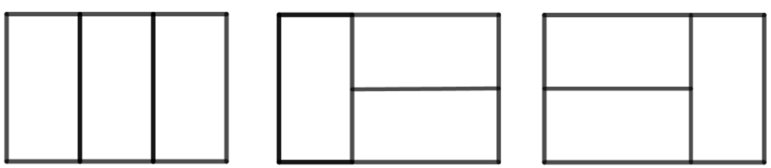


$n = 1$

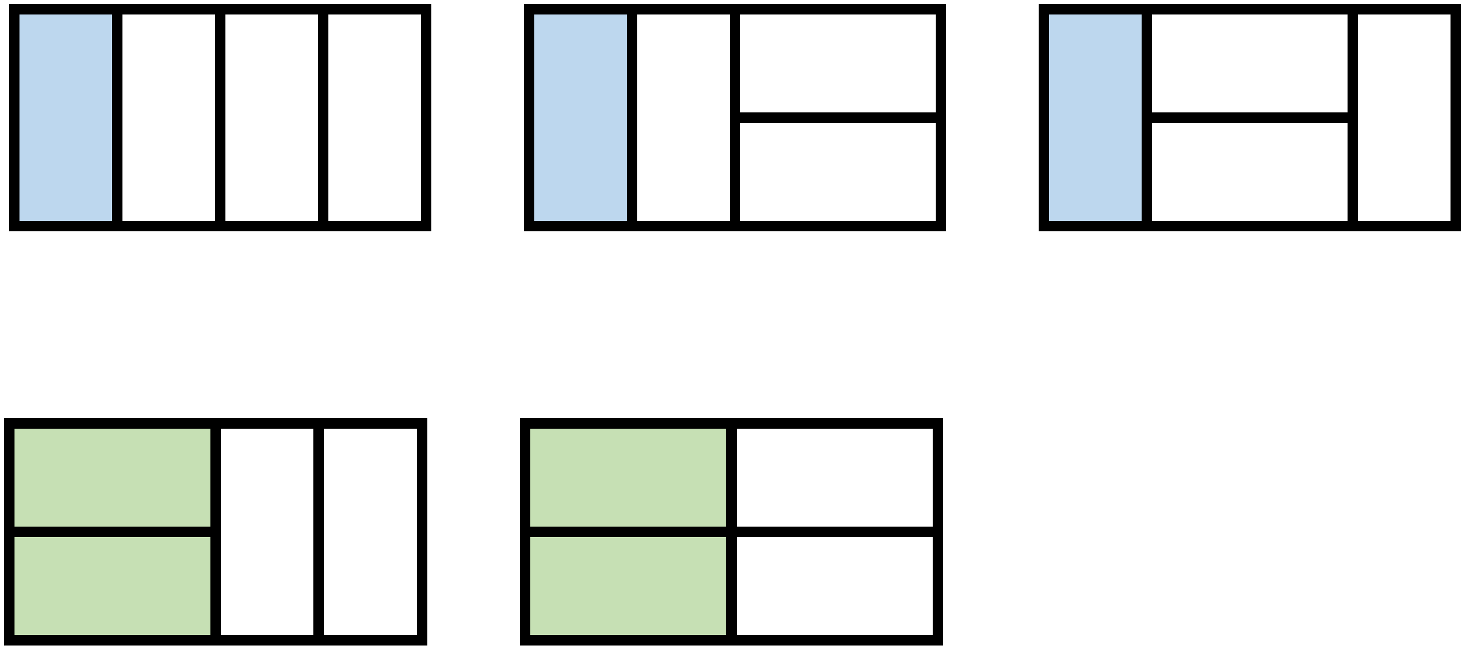
$n = 2$



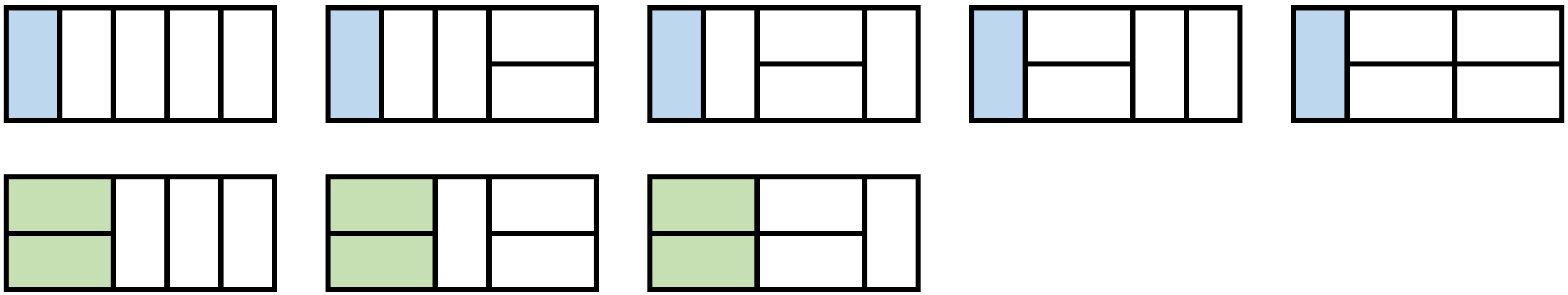
$n = 3$



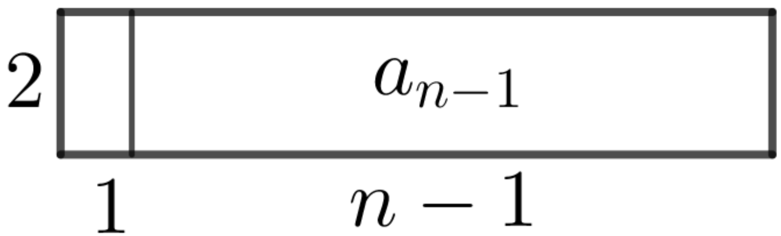
$$n = 4$$

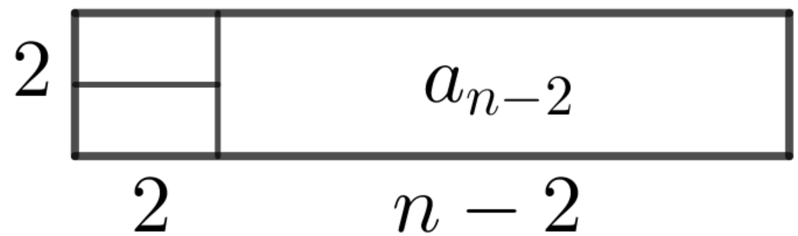


$$n = 5$$



Ar a_n apzīmējam dažādo veidu skaitu, kā var sagriezt taisnstūri $2 \times n$.





$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a_n	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233

Vai $\boldsymbol{n^2+n+41}$ ir pirmskaitlis visām naturālam $\boldsymbol{n}$ vērtībām?

n		n		n	
1	**43**	11	**173**	21	**503**
2	**47**	12	**197**	22	**547**
3	**53**	13	**223**	23	**593**
4	**61**	14	**251**	24	**641**
5	**71**	15	**281**	25	**691**
6	**83**	16	**313**	26	**743**
7	**97**	17	**347**	27	**797**
8	**113**	18	**383**	28	**853**
9	**131**	19	**421**	29	**911**
10	**151**	20	**461**	30	**971**

Daži piemēri NAV pierādījums!

Ja $n = 41$, tad

$$41^2 + 41 + 41 = 41 \cdot 43$$

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37
41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131	137	139	149	151
157	163	167	173	179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263	269	271	277	281
283	293	307	311	313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409	419	421	431	433
439	443	449	457	461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569	571	577	587	593
599	601	607	613	617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719	727	733	739	743
751	757	761	769	773	787	797	809	811	821	823	827
829	839	853	857	859	863	877	881	883	887	907	911
919	929	937	941	947	953	967	971	977	983	997	

Vai katram naturālam n ir patiesa nevienādība

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} < 1\,000\,000\ ?$$

Var pierādīt, ka

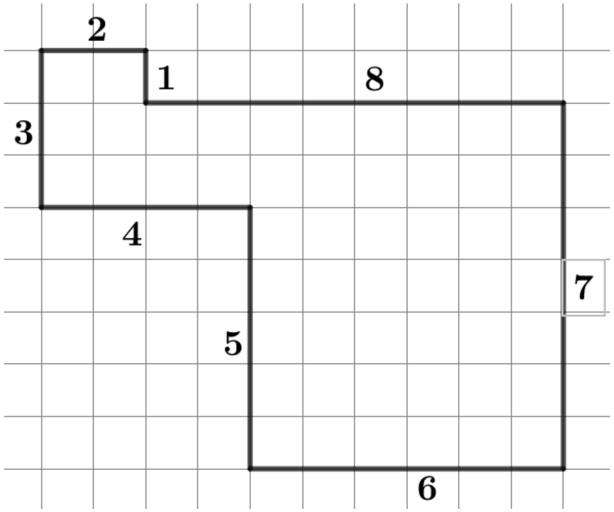
$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{3^{1\,000\,000}} > 1\,000\,000$$

Daži piemēri **(pat, ja to ir ļoti daudz)** **NAV pierādījums!**

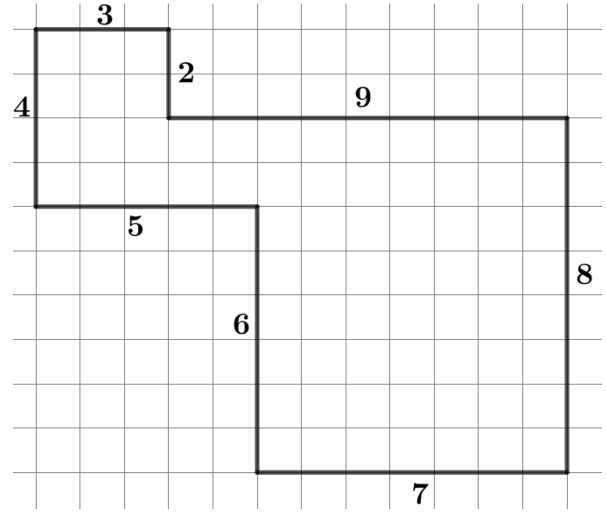
2. Rūtiņu lapā, kurā katras rūtiņas malas garums ir 1 vienība, pa rūtiņu līnijām uzzīmē astoņstūri tā, lai tā malu garumi pēc kārtas ir

$$n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6; n+7$$

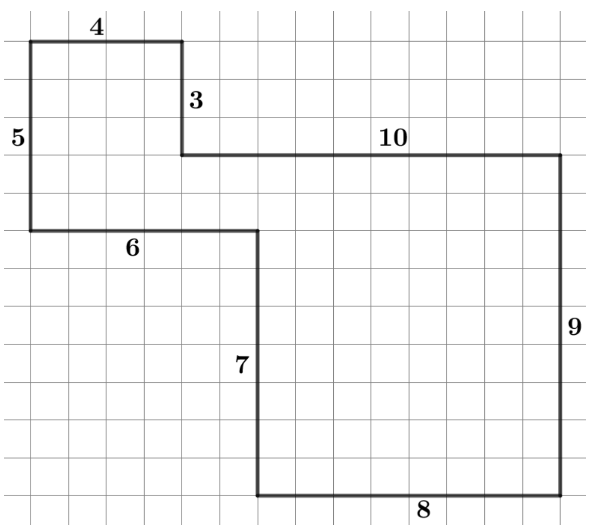
$n = 1$

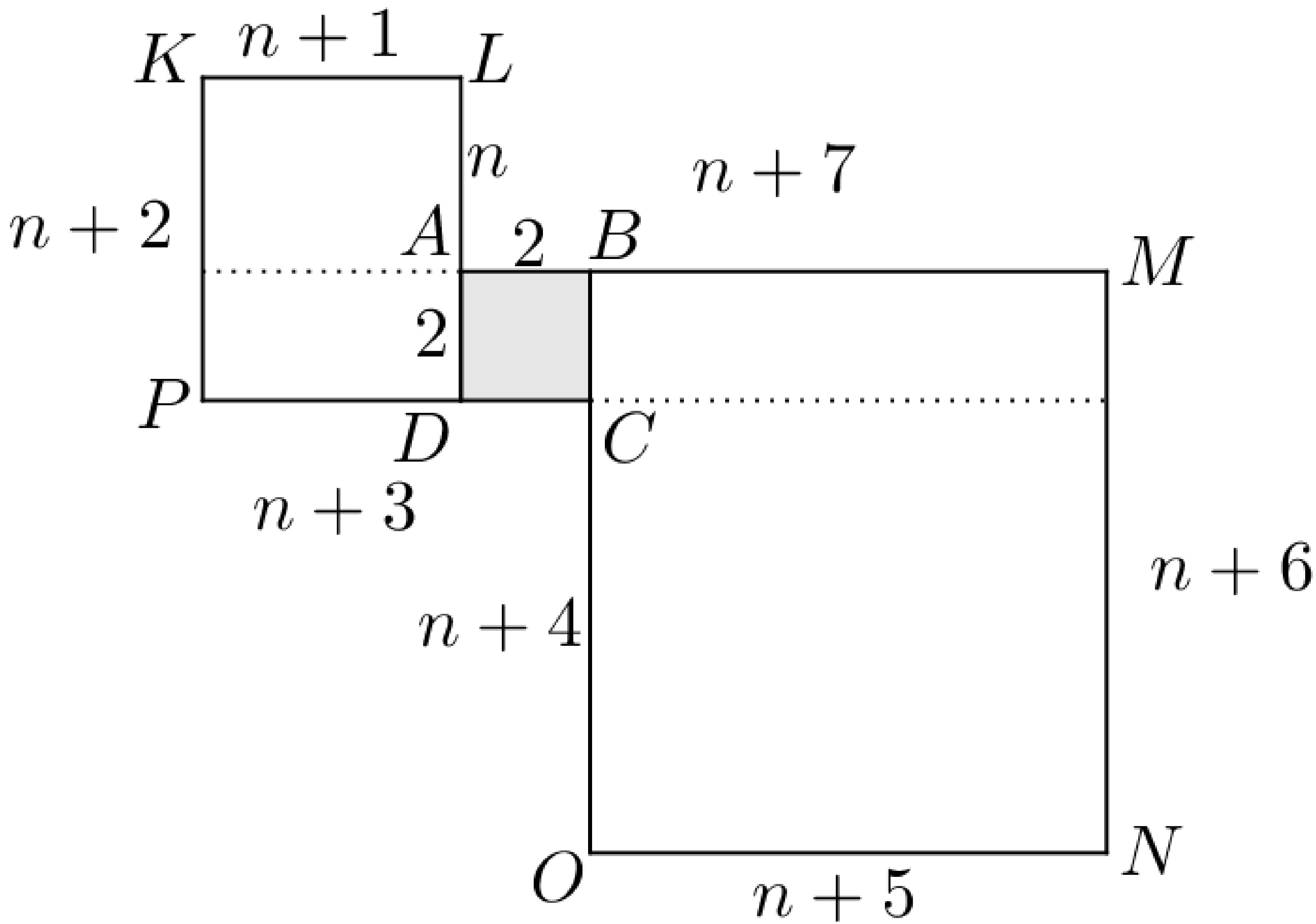


$n = 2$



$n = 3$





$n+1$
K
L
n
$n+7$
$n+2$
A
2
B
M
2
P
D
C
$n+3$
$n+6$
$n+4$
O
N
$n+5$

3. Aprēķināt

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{2019\cdot 2020}$$

Grupu darbs

1. Vai skaitli 123 var izteikt kā trīs pēc kārtas sekojošu naturālu skaitļu summu? Un skaitli 2019? Bet 2020? Kādus skaitļus ir iespējams izteikt kā trīs pēc kārtas sekojošu naturālu skaitļu summu?

2. Atrodi skaitļa $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 2020^2$ pēdējo ciparu!

3. Trijstūru režģī, kurā katra trijstūra malas garums ir 1 vienība, pa trijstūru līnijām uzzīmē piecstūri tā, lai tā malu garumi pēc kārtas ir $n; n+1$; $n+2; 2n+2; 2n+3$ vienības!

4. Vai jebkuru taisnstūri var sagriezt n savstarpēji līdzīgos trijstūros?

5. Doti 2016 skaitļi: 1^2; 2^2 ; 3^2 ; ... ; 2015^2 ; 2016^2. Vai starp šiem skaitļiem var salikt ”+” un “−” zīmes tā, lai iegūtās izteiksmes vērtība būtu 0?

6. Katram naturālam skaitlim n aprēķināt summu $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1)$

7. Dota virkne $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{5}{8}; \frac{7}{16}; \frac{9}{32}$; .... Nosaki virknes n-tā locekļa formulu!

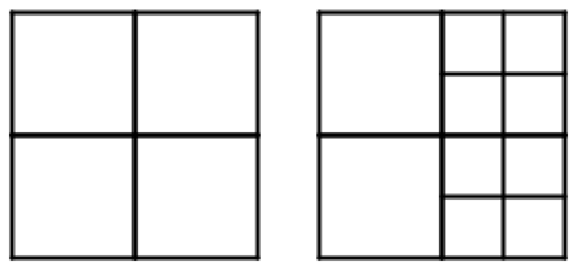
8. Aprēķini summu $\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\cdots+\frac{1}{2019\cdot 2020}$.

9. Ja kvadrātu var sadalīt n mazākos kvadrātos tā, ka ir ne vairāk kā divu dažādu izmēru kvadrāti, tad skaitli n sauksim par jauku. Piemēram, skaitļi 4 un 10 ir jauki (1. att.).

a) Pierādi, ka skaitlis 6 ir *jauks*!

b) Pierādi, ka skaitlis 2019 ir *jauks*!

c) Pierādi, ka katrs naturāls skaitlis, kas lielāks nekā 5, ir *jauks*!



10. Kādā pilsētā ir n detektīvi ($n \geq 2$) un cita starpā tie izseko arī viens otru. Zināms, ka jebkuriem diviem detektīviem *A* un *B* vai nu *A* izseko *B*, vai *B* izseko *A*. Pierādīt, ka visus detektīvus var nostādīt vienā rindā tā, ka pirmais izseko otro, otrais izseko trešo, ..., $(n-1)$-ais izseko n-to.