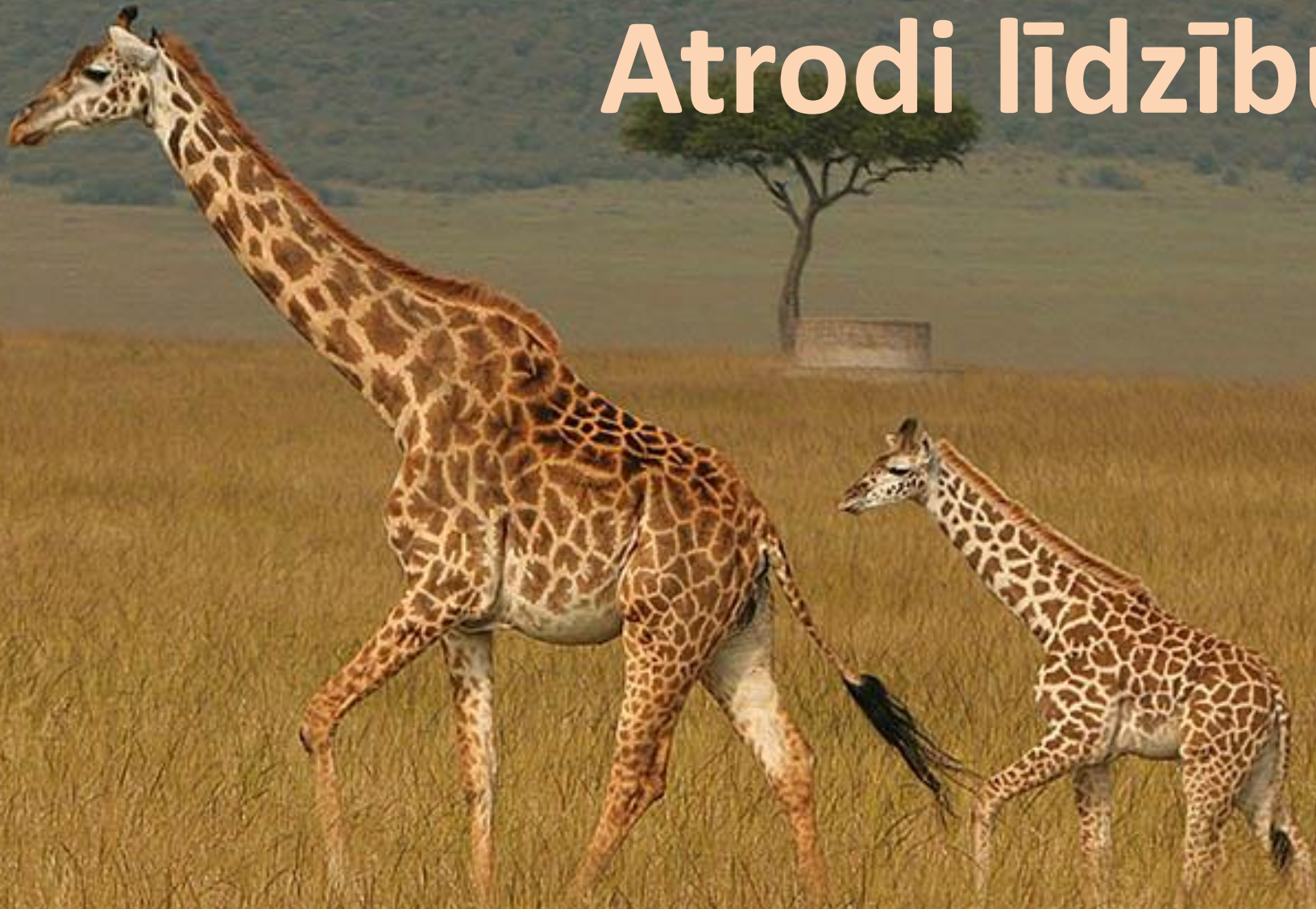


Atrodi līdzību!



Ilze Ošiņa
2016

Atrodi līdzību!



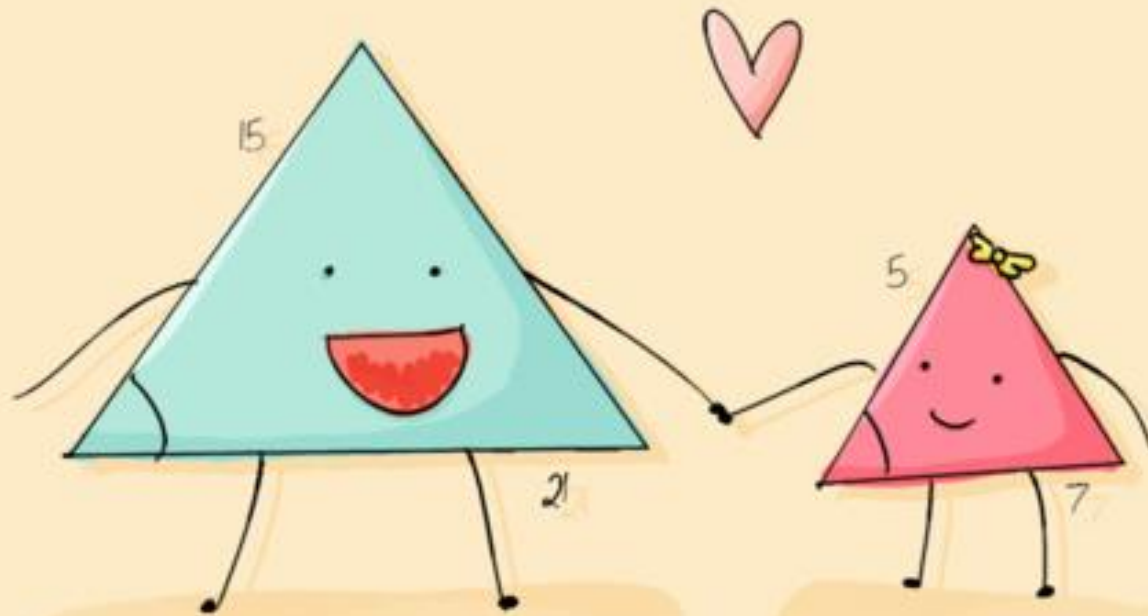
©Warren Photographic



lolkitten.com

Līdzīgi trijstūri

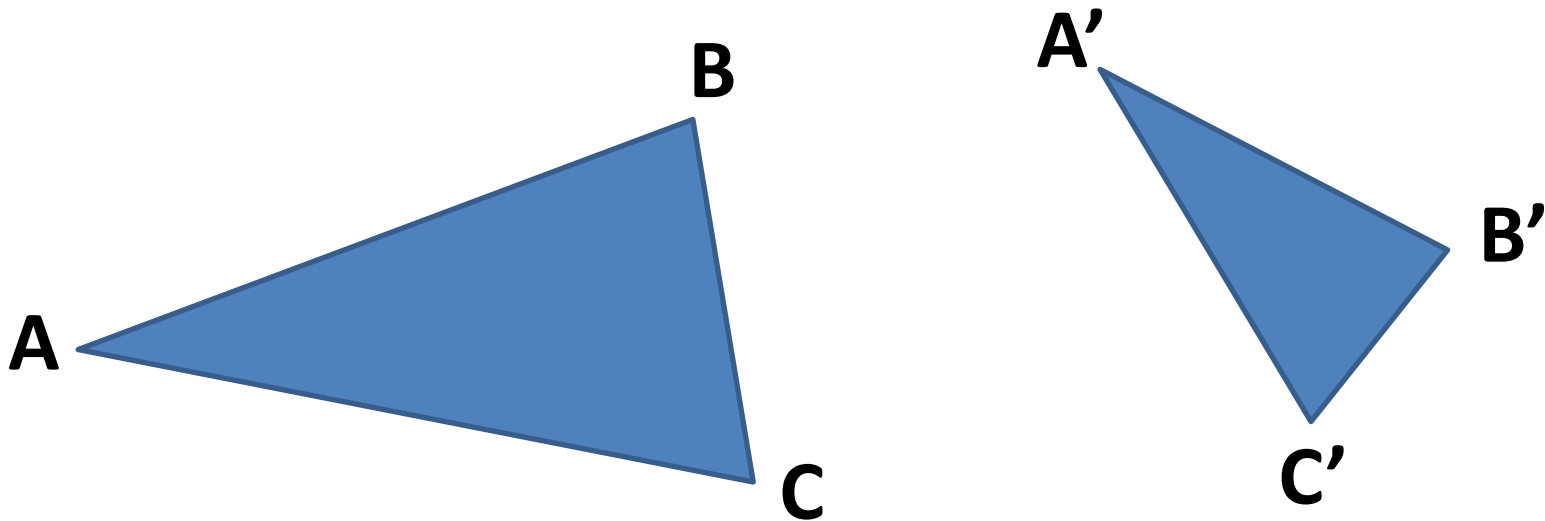
We're so similar!



Definīcija

Divus trijstūrus sauc par **līdzīgiem**, ja to atbilstošās malas ir proporcionālas un atbilstošie leņķi ir vienādi.

Ja trijstūris ABC ir līdzīgs trijstūrim $A'B'C'$, tad raksta **$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$**



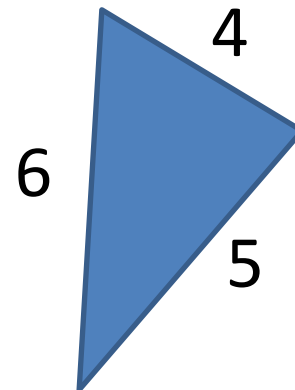
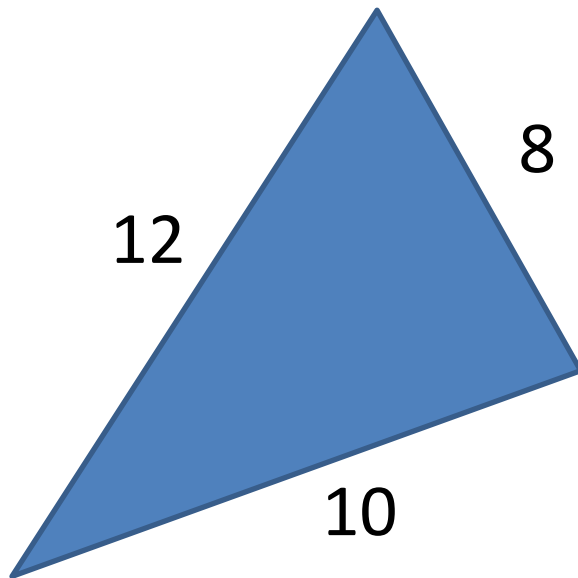
Trijstūru līdzības pazīmes

- **mmm** – mala-mala-mala
- **mlm** – mala-leņķis-mala
- **ll** – leņķis-leņķis



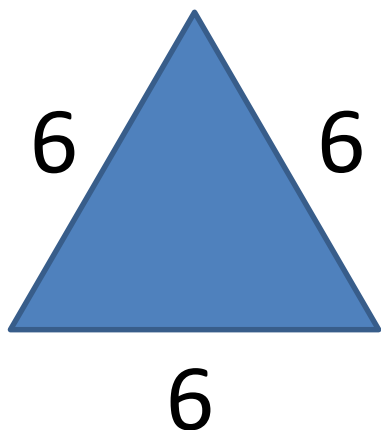
mmm

mmm – divi trijstūri ir līdzīgi, ja viena trijstūra trīs malas ir attiecīgi proporcionālas ar otra trijstūra trim malām

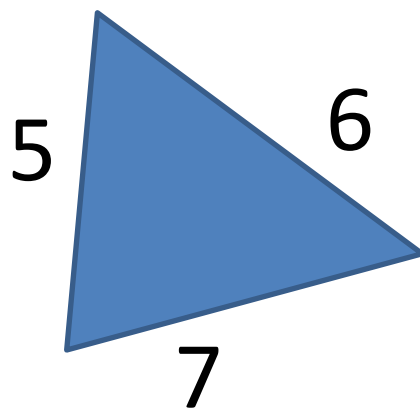


Kuri no trijstūriem ir līdzīgi?

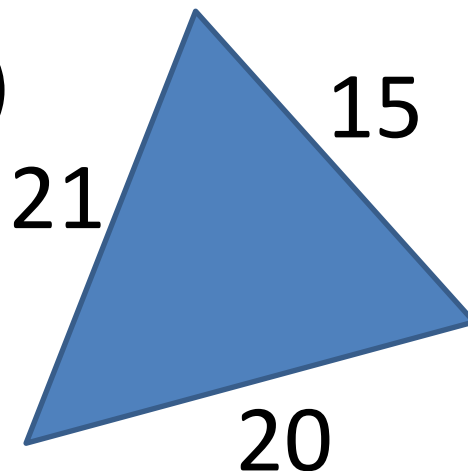
a)



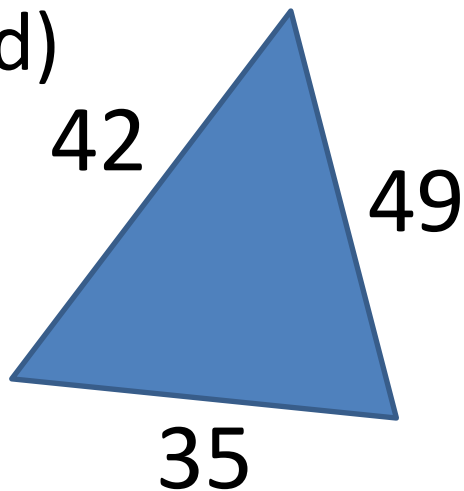
b)



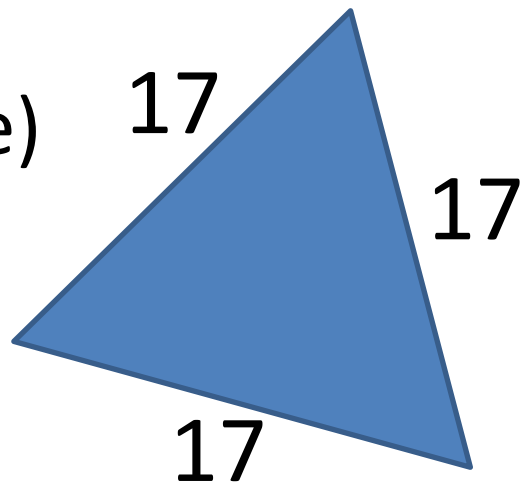
c)



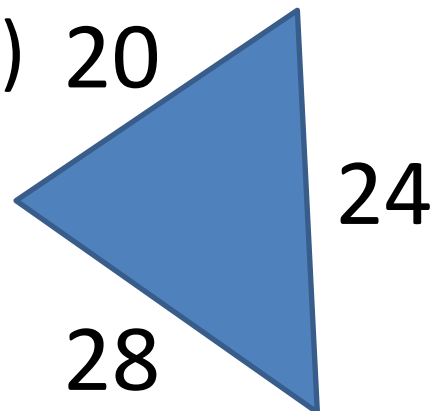
d)



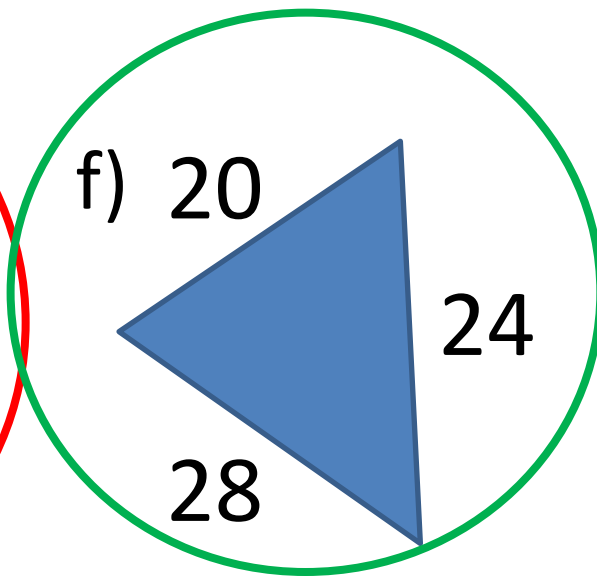
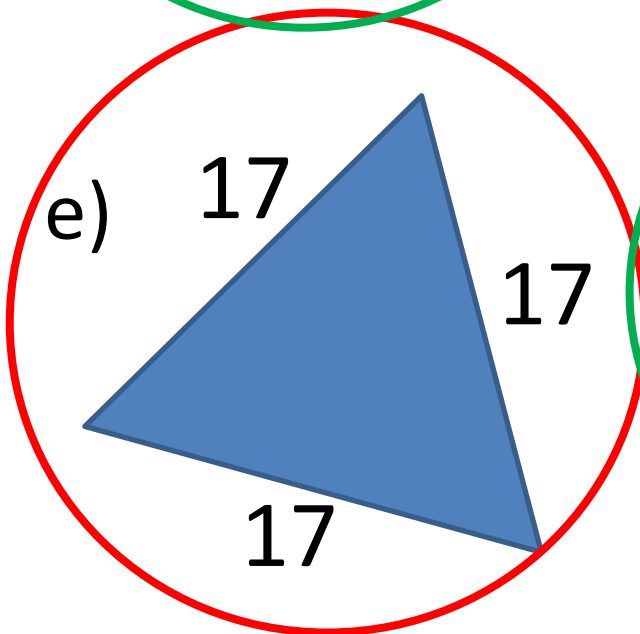
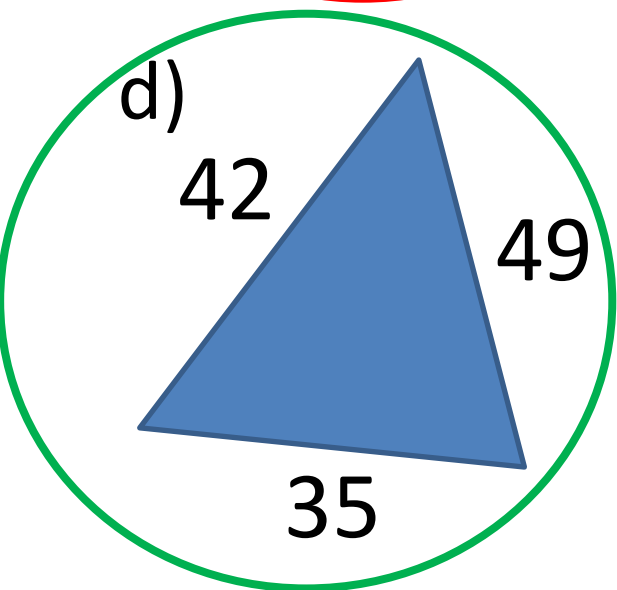
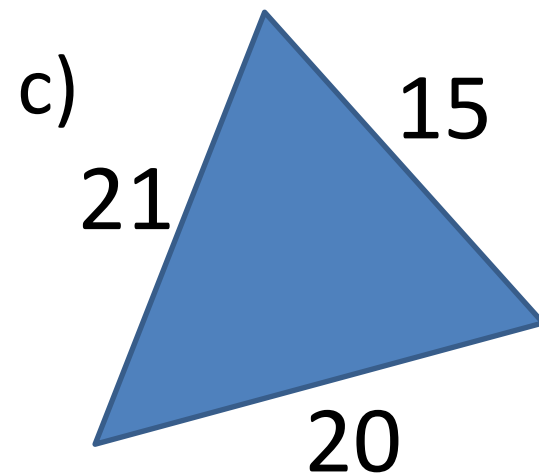
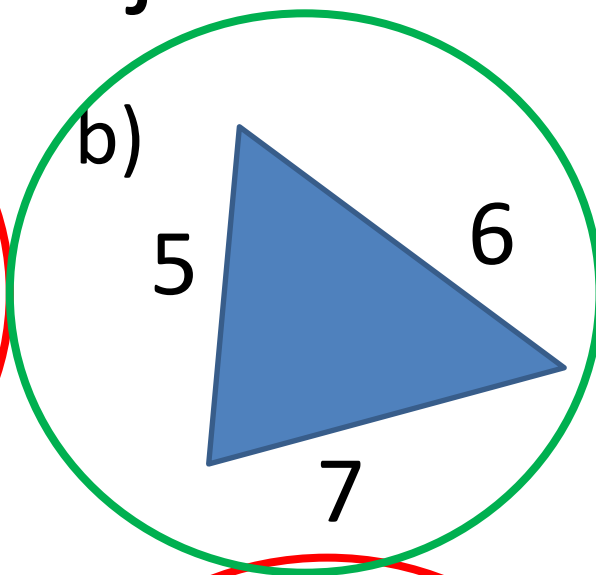
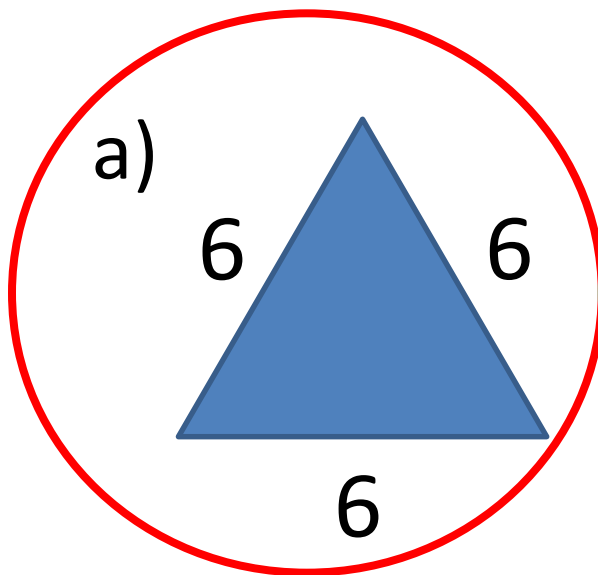
e)



f)

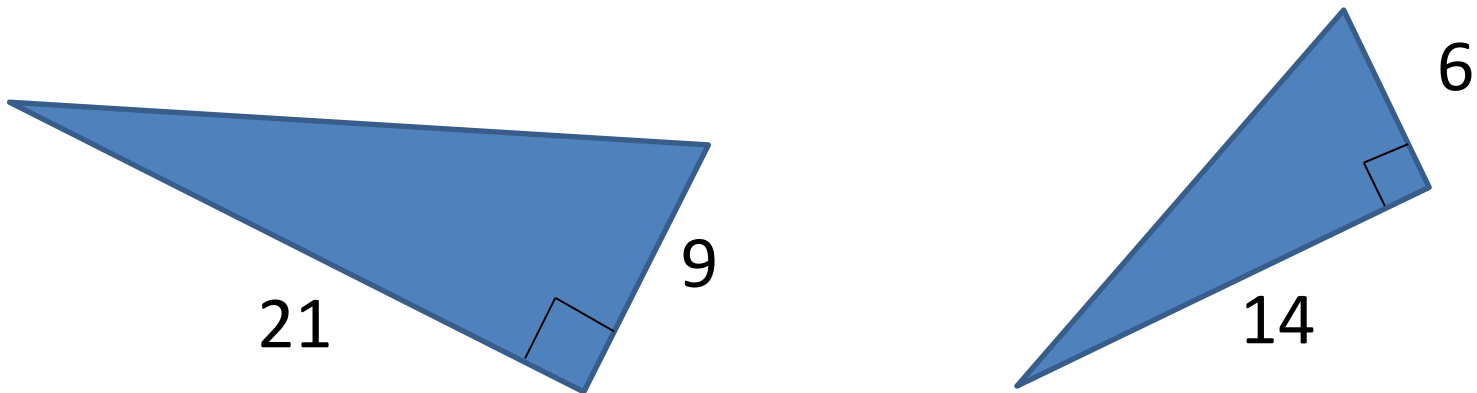


Kuri no trijstūriem ir līdzīgi?

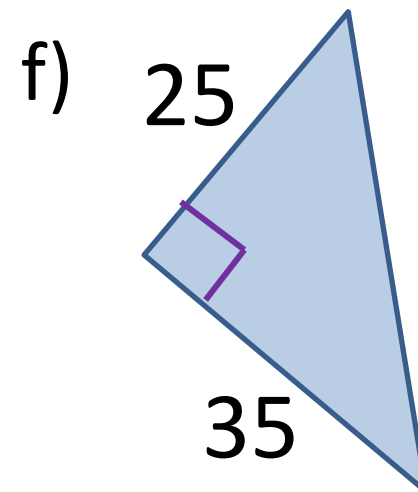
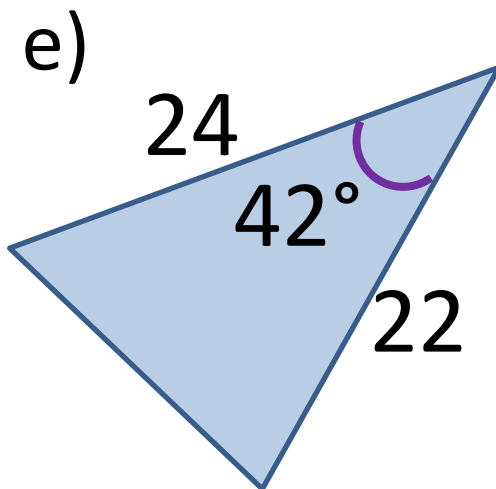
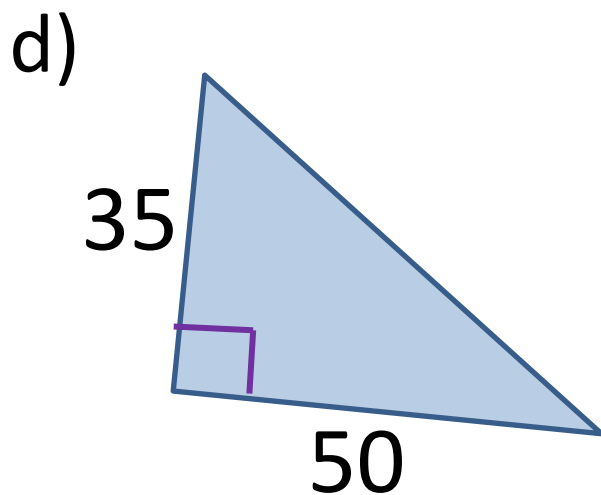
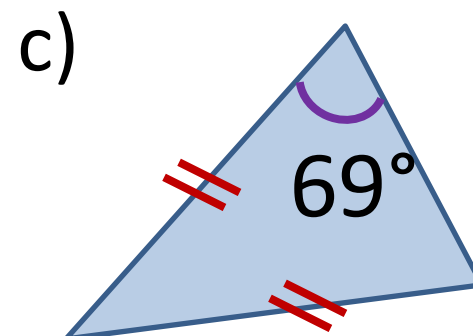
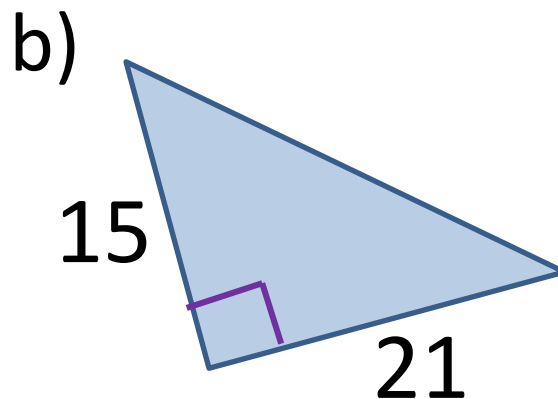
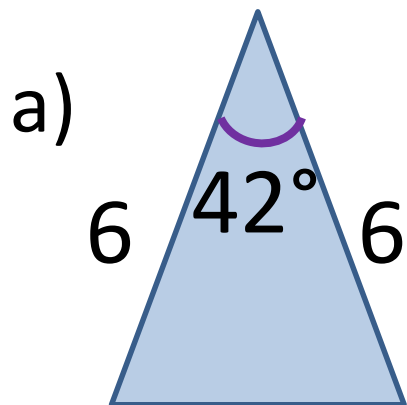


mlm

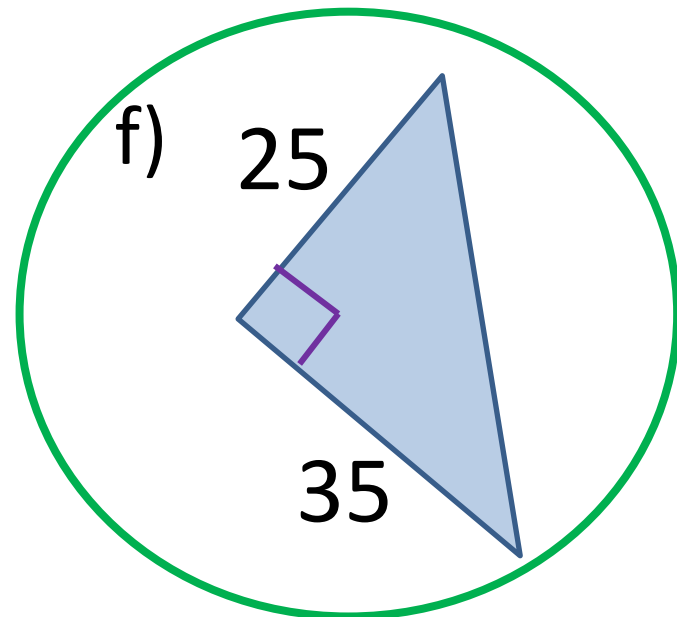
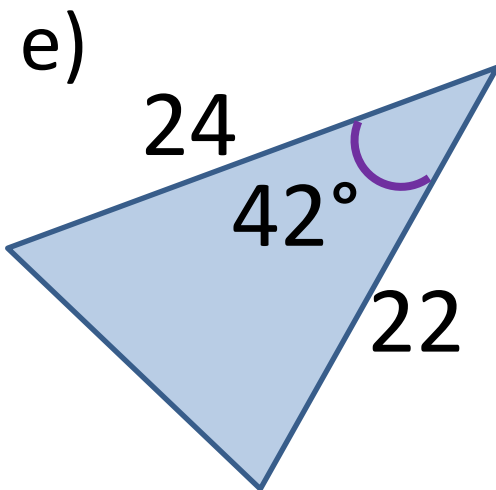
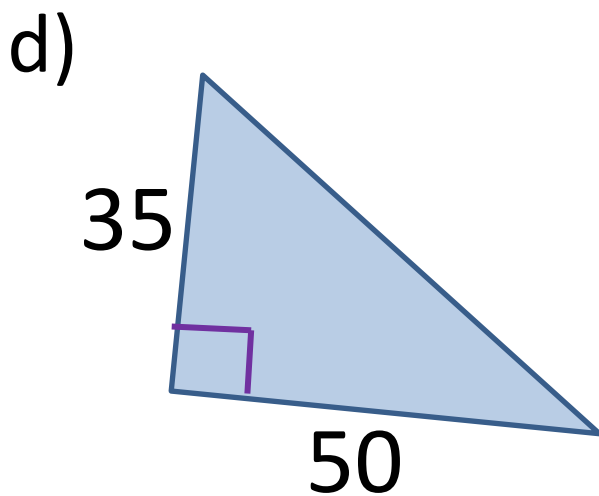
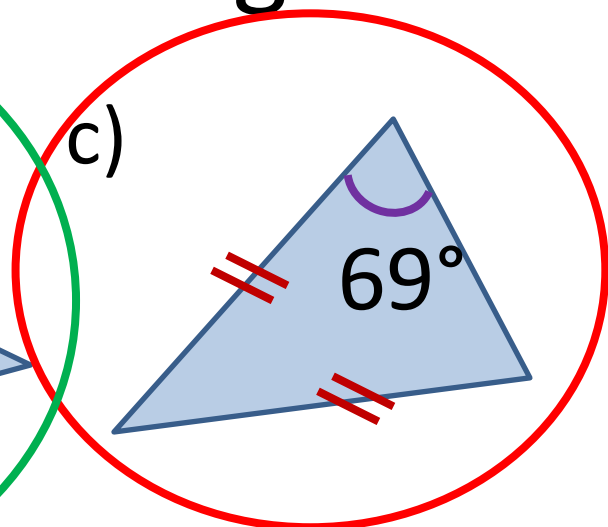
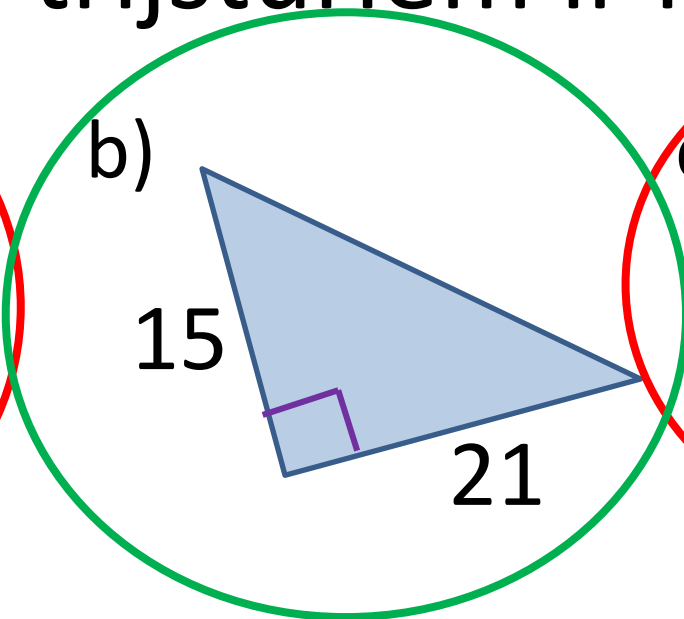
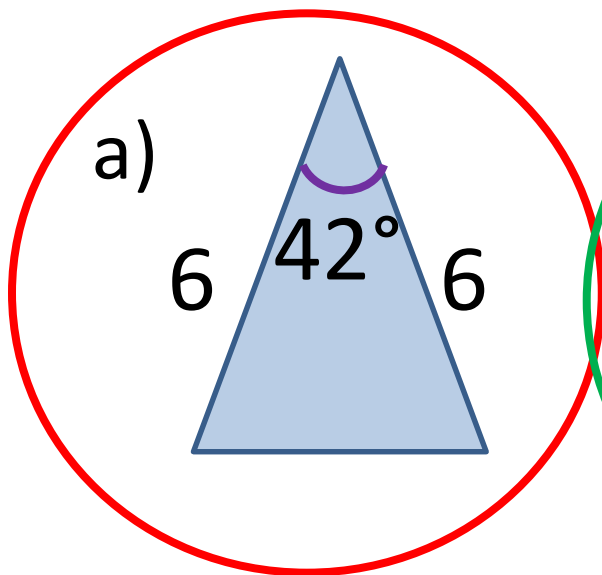
mlm – divi trijstūri ir līdzīgi, ja viena trijstūra divas malas ir proporcionālas otra trijstūra divām malām un leņķi starp tām ir vienādi



Kuri no trijstūriem ir līdzīgi?

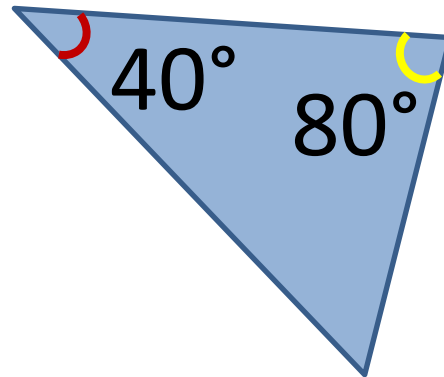
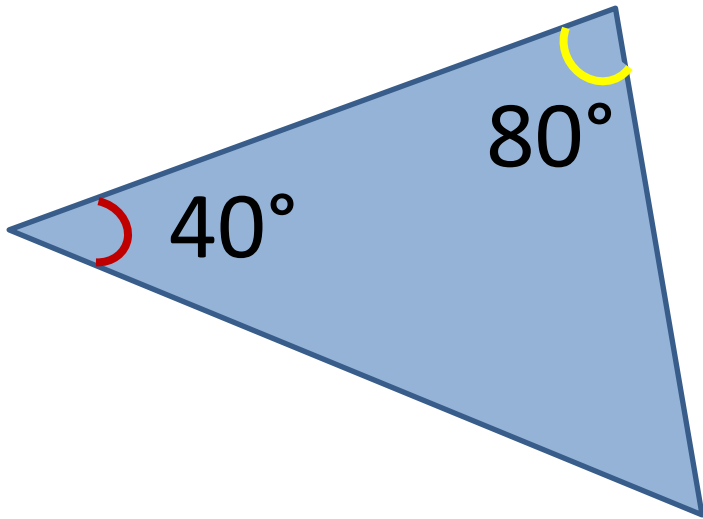


Kuri no trijstūriem ir līdzīgi?



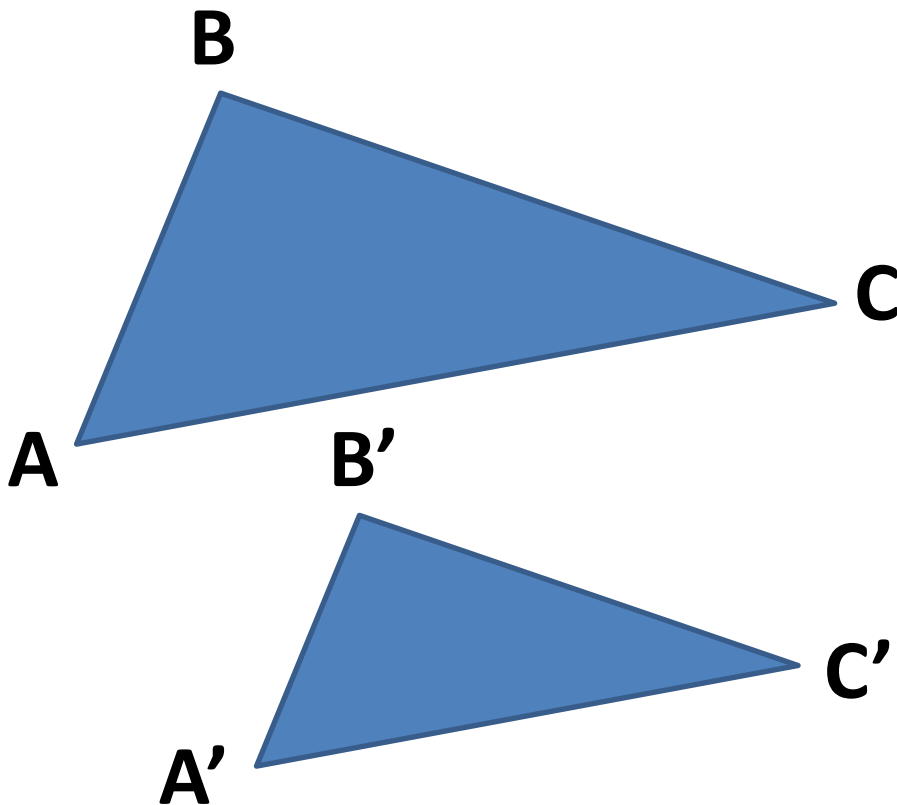
II

II – divi trijstūri ir līdzīgi, ja viena trijstūra divi leņķi ir attiecīgi vienādi ar otra trijstūra diviem leņķiem



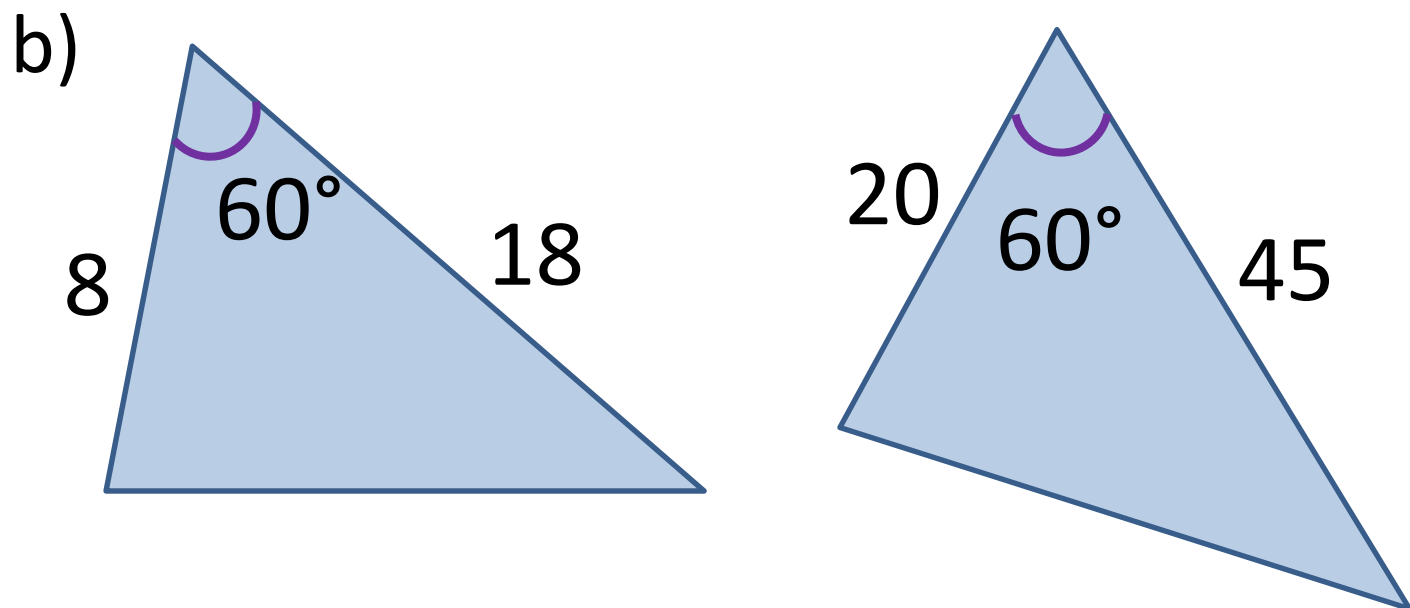
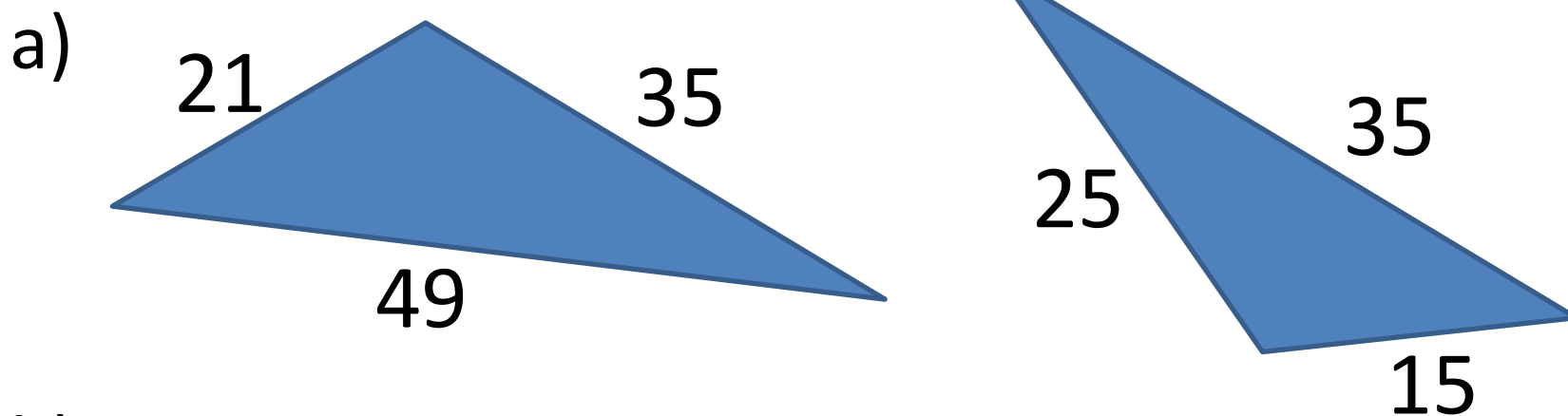
Līdzības koeficients

Līdzīgu trijstūru atbilstošo malu garumu attiecību sauc par **līdzības koeficientu** – k



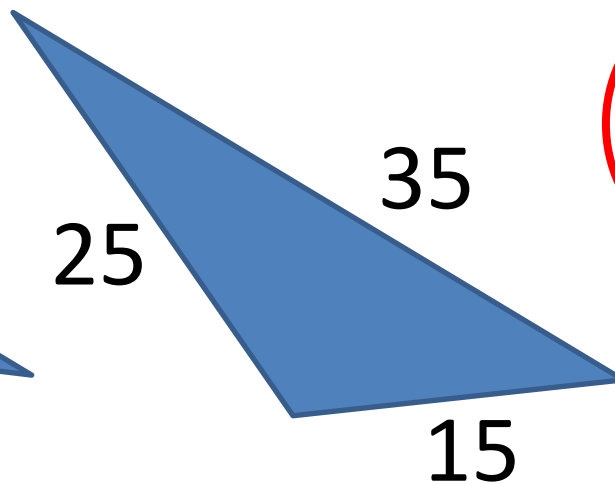
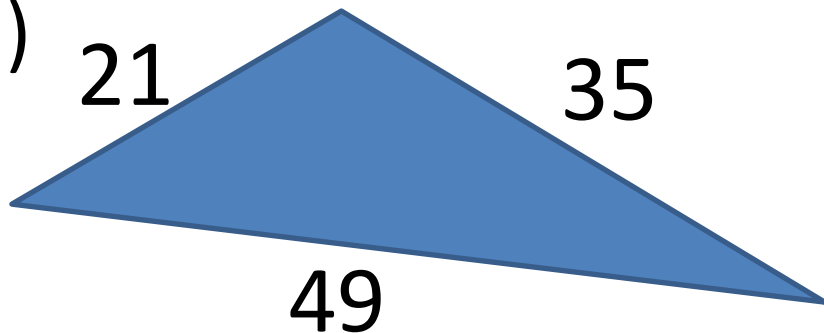
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = k$$

Nosaki līdzības koeficientu!



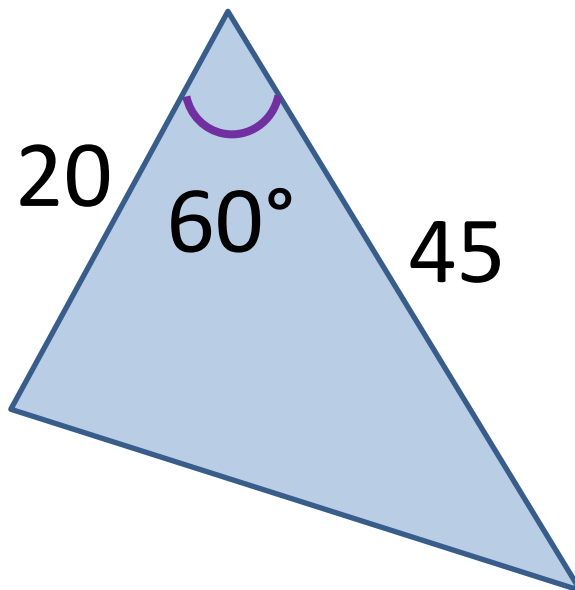
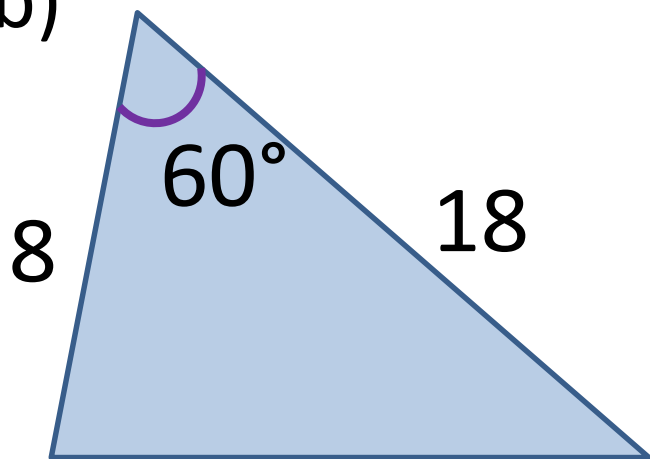
Nosaki līdzības koeficientu!

a)



$$k = \frac{5}{7}$$

b)



$$k = \frac{2}{5}$$

Sakarības ar k

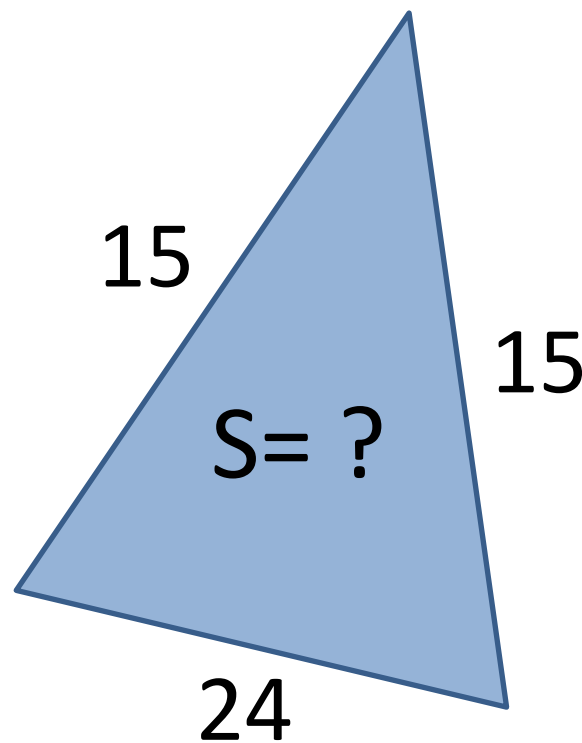
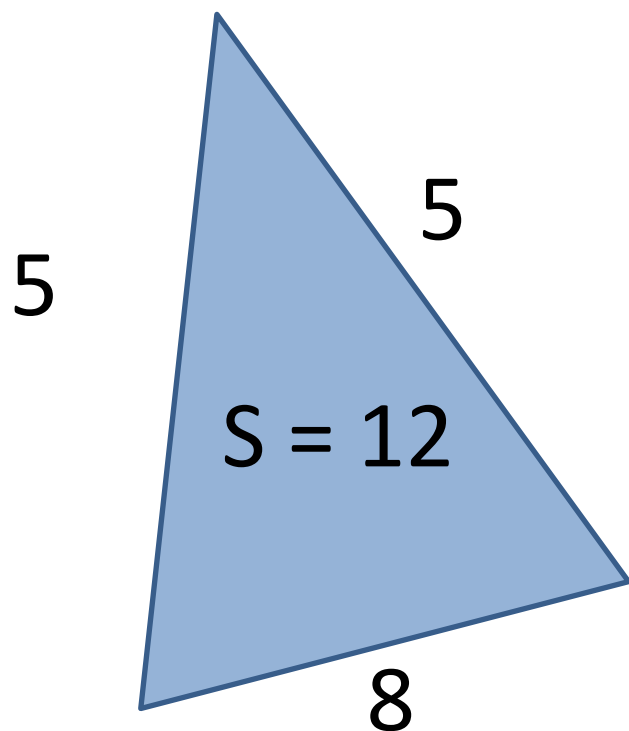
- Līdzīgu trijstūru perimetru attiecība ir vienāda ar atbilstošo malu attiecību (līdzības koeficientu k)
- Laukumu attiecība ir vienāda ar atbilstošo trijstūra malu attiecības kvadrātu (līdzības koeficienta kvadrātu k^2)

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{P(ABC)}{P(A'B'C')} = k$$

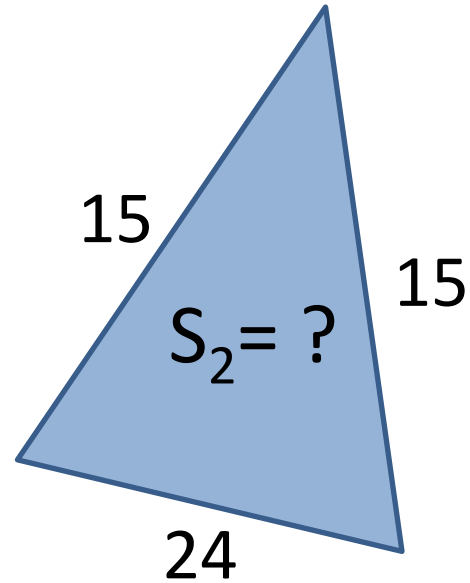
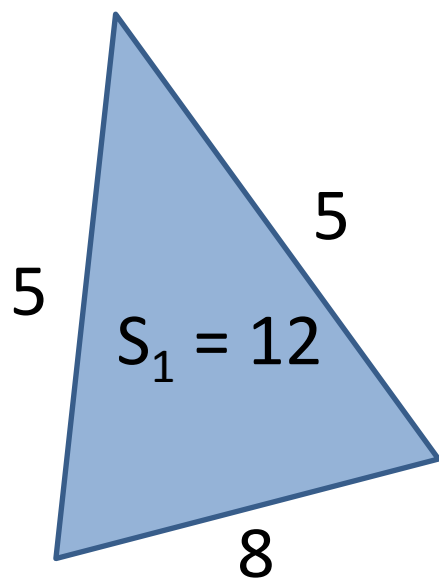
$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \rightarrow$$

$$\left(\frac{AB}{A'B'} \right)^2 = \frac{S(ABC)}{S(A'B'C')} = k^2$$

Nosaki otra trijstūra laukumu!



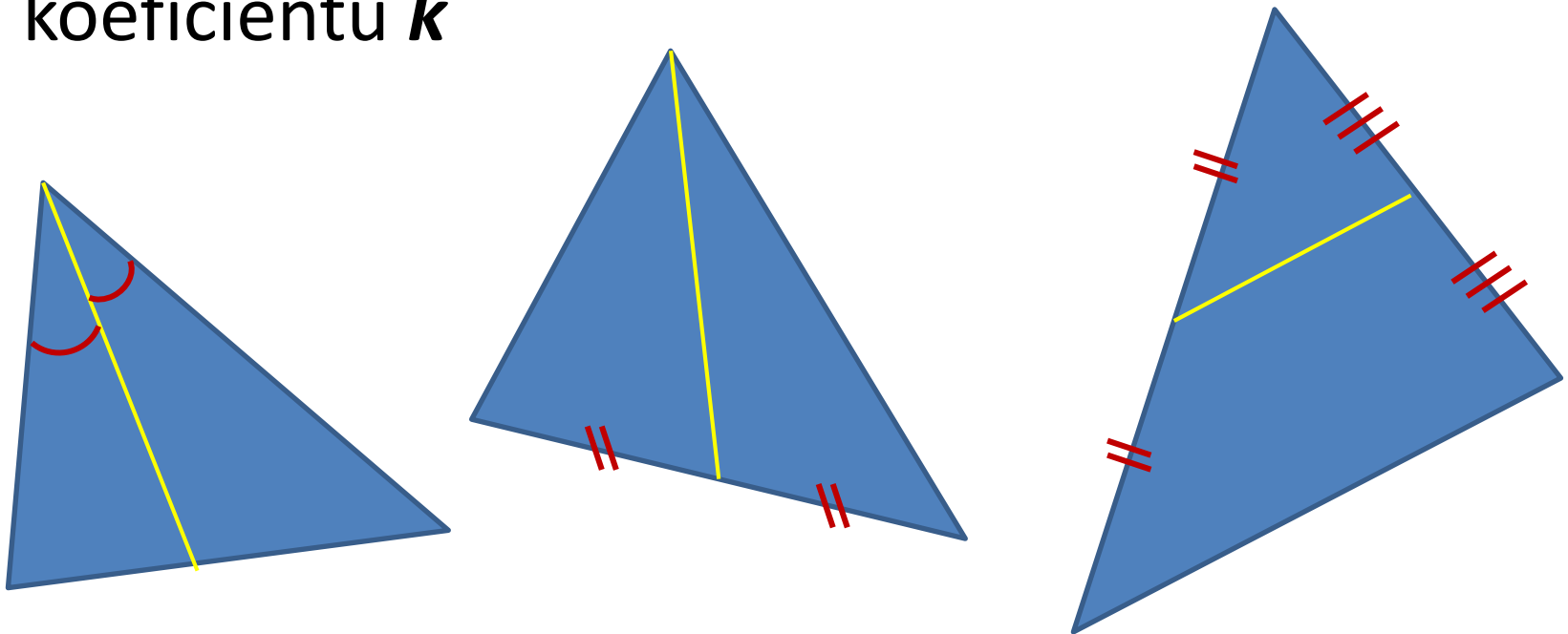
Nosaki otra trijstūra laukumu!



$$k = \frac{1}{3} \Rightarrow k^2 = \frac{1}{9} = \frac{S_1}{S_2} \Rightarrow S_2 = \frac{S_1 \cdot 9}{1} = 12 \cdot 9 = 108$$

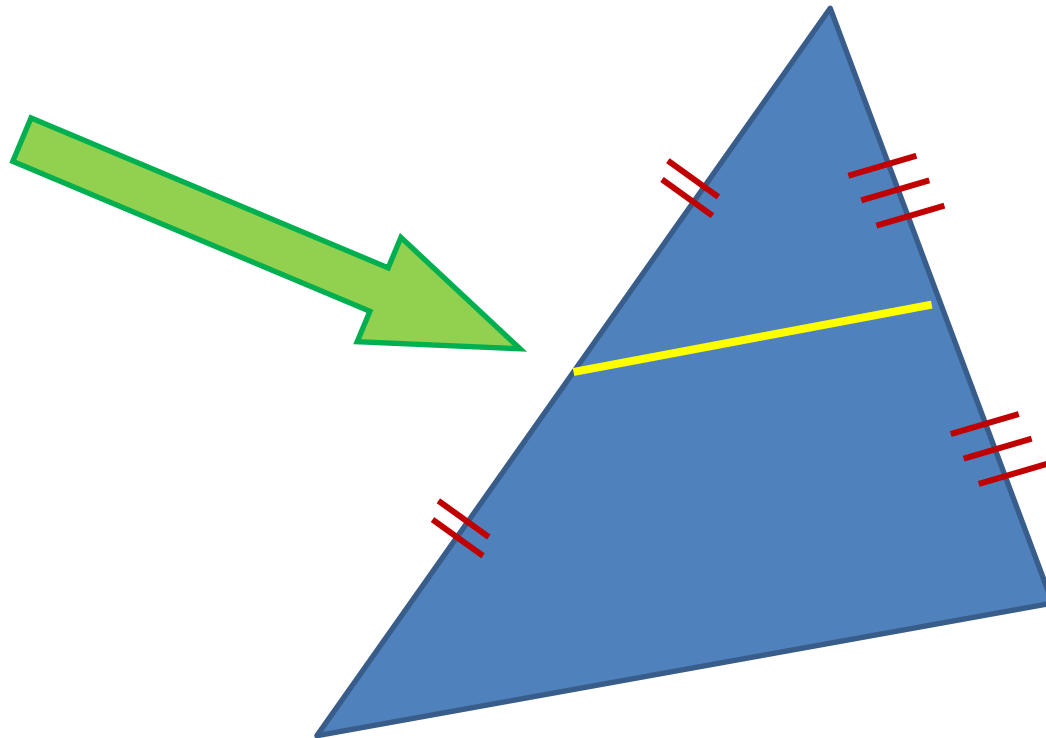
Sakarības ar k

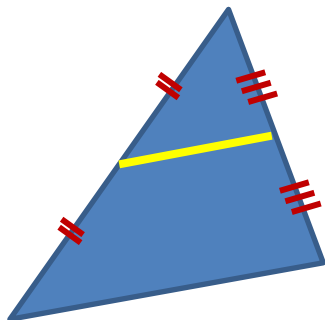
Līdzīgu trijstūru atbilstošo bisektrišu, mediānu, viduslīniju un citu atbilstošo nogriežņu garumu attiecība ir vienāda ar šo trijstūru līdzības koeficientu k



Viduslīnija

Nogriezni, kas savieno trijstūra divu malu viduspunktus, sauc par **trijstūra viduslīniju**

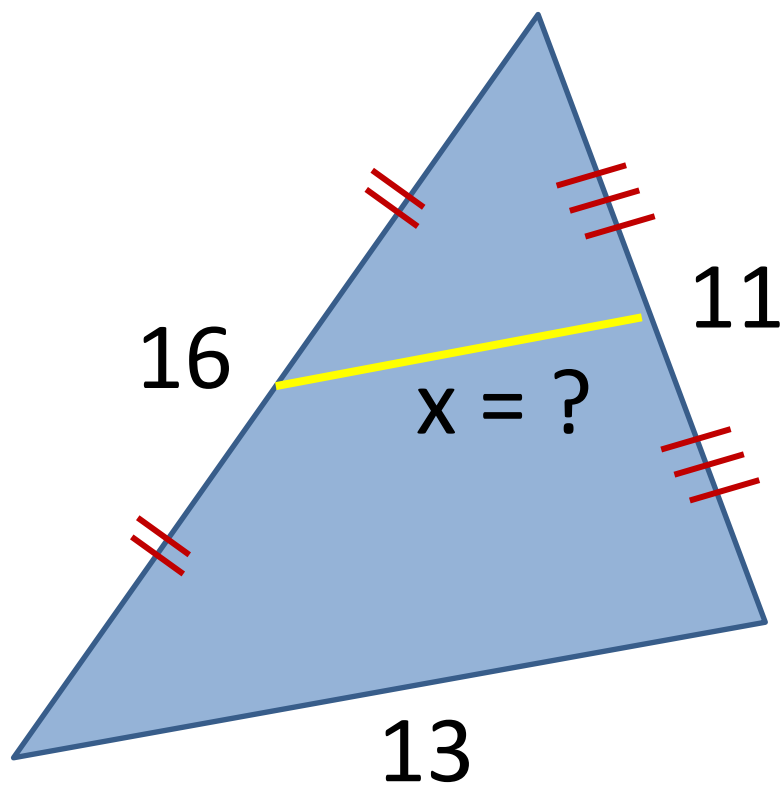




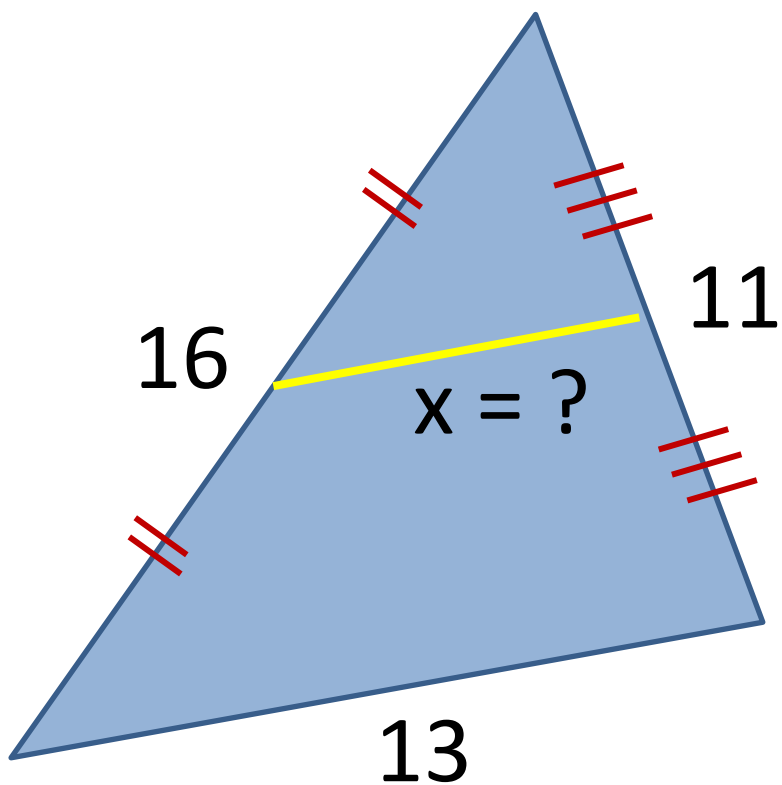
Viduslīnijas īpašības

- trijstūra viduslīnija ir paralēla vienai no trijstūra malām
- trijstūra viduslīnijas garums ir vienāds ar pusi no tai paralēlās trijstūra malas garuma
- trijstūra viduslīnija no dotā trijstūra atšķēl trijstūri, kas līdzīgs dotajam trijstūrim ar līdzības koeficientu $k = \frac{1}{2}$

Cik gara ir viduslīnija?



Cik gara ir viduslīnija?

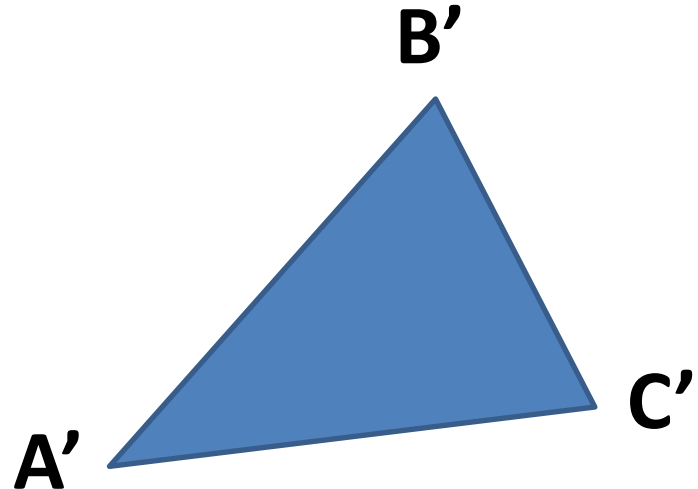
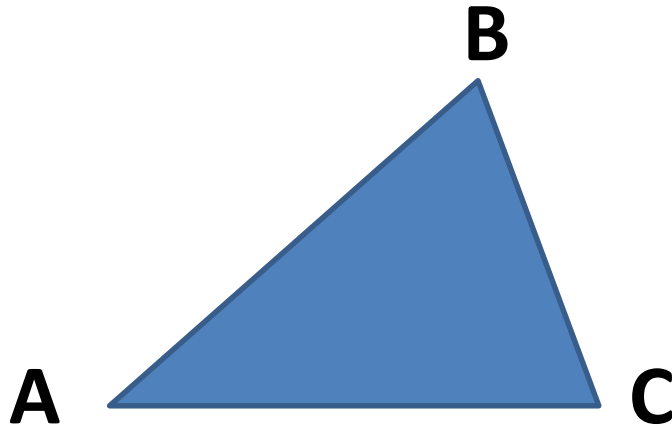


$$x = \frac{1}{2} \cdot 13 = 6,5$$



Vienādi trijstūri

- Divus trijstūrus sauc par **vienādiem**, ja tos var uzlikt vienu uz otra tā, ka tie pilnīgi sakrīt.
- To līdzības koeficients ir **$k=1$**
- Ja trijstūris ABC ir vienāds ar trijstūri $A'B'C'$, tad raksta **$\Delta ABC = \Delta A'B'C'$**



Līdzīgu trijstūru pielietojums dzīvē



Kā noteikt mājas
augstumu?



1. variants

Izmērīt

Problēmas: – vajadzīgs garš lineāls
– grūti fiziski to izdarīt



2. variants

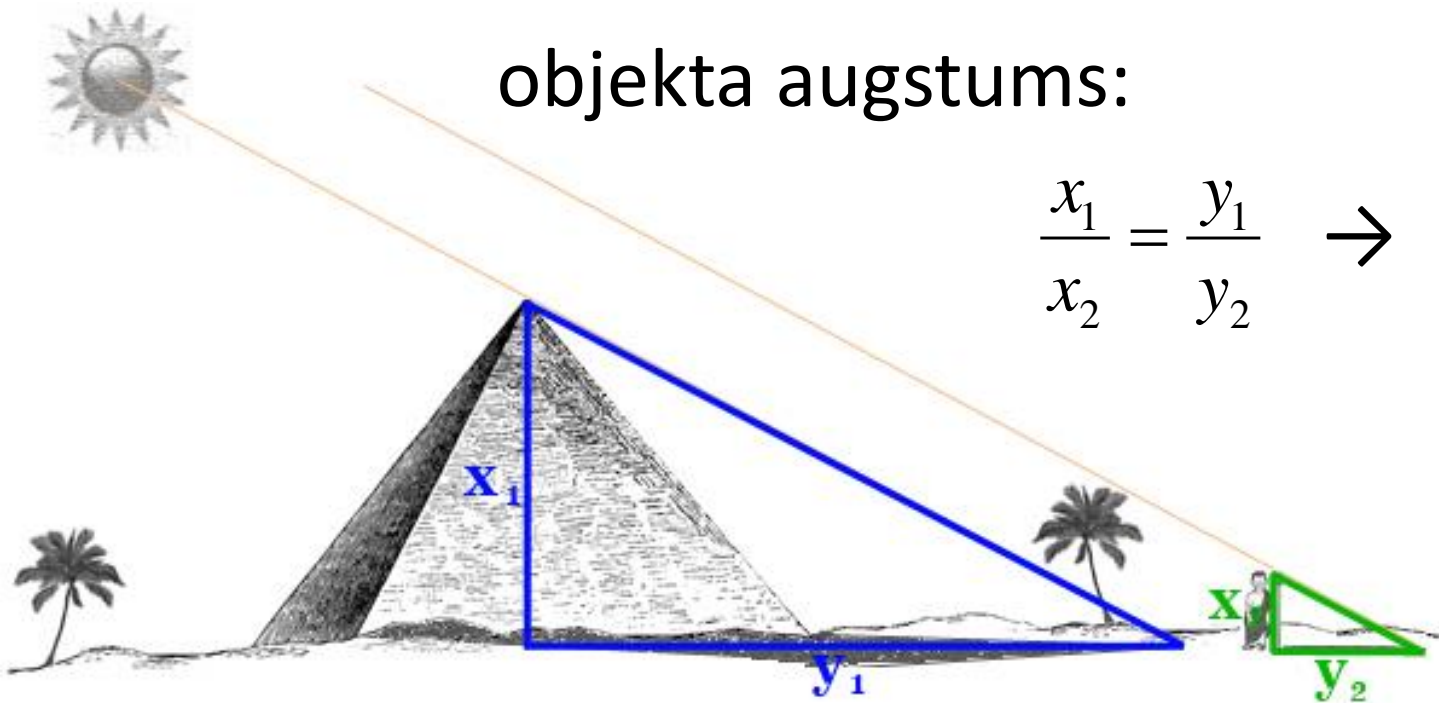
Vadīties pēc Saules un līdzīgiem trijstūriem:

1) Jāizmēra garumi x_2 , y_1 un y_2

2) Pēc līdzīgu trijstūru attiecības jānosaka

objekta augstums:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \rightarrow x_1 = \frac{x_2 \cdot y_1}{y_2}$$

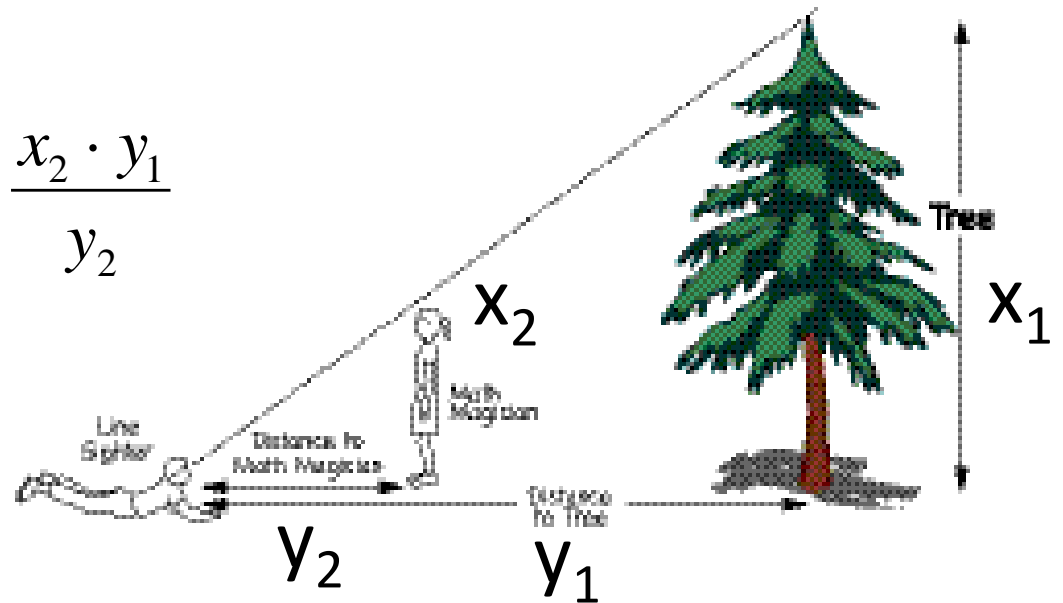


Problēma: vajadzīga Saule

3. variants

Darboties komandā un noteikt augstumu pēc proporcijas līdzīgi kā iepriekš, tikai neizmantojot Sauli

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \rightarrow x_1 = \frac{x_2 \cdot y_1}{y_2}$$

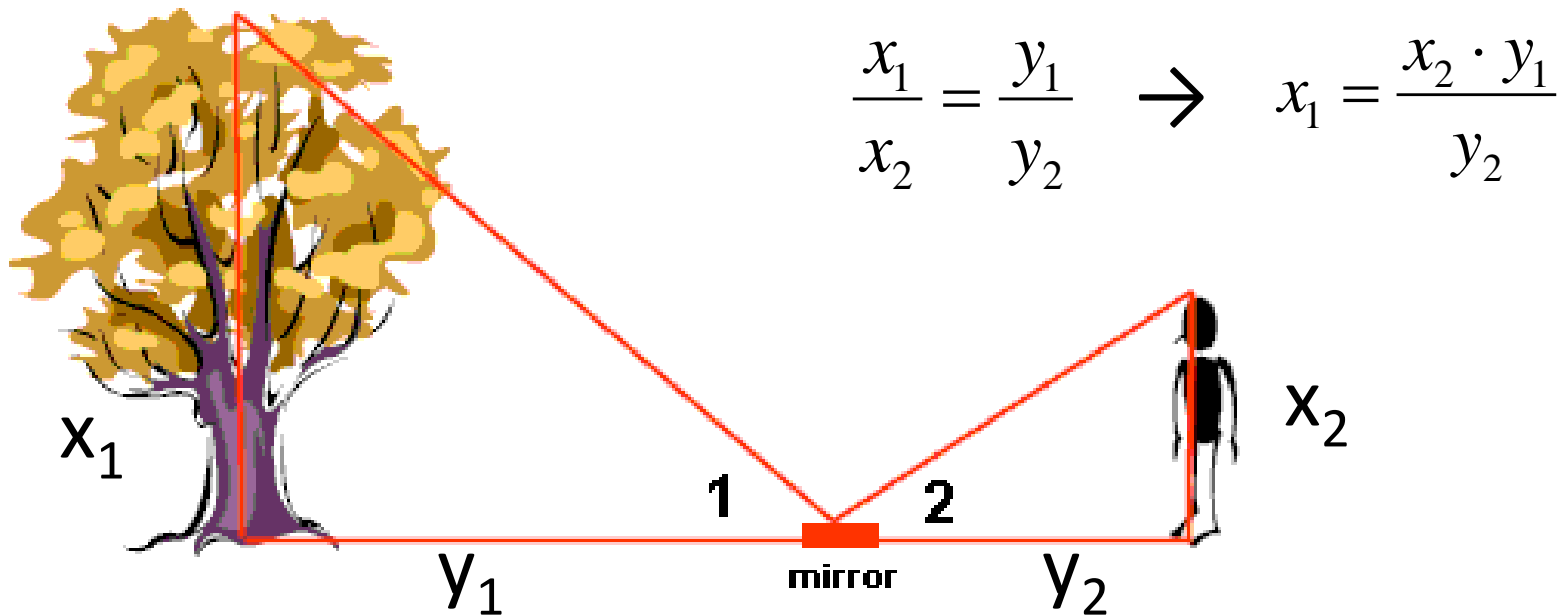


Problēma: vajadzīgi draugi

4. variants

Izmantot spoguļi un līdzīgu trijstūru malu attiecības

Trijstūri būs līdzīgi, jo gaismas krišanas un atstarošanās leņķis pret spoguļa virsmu ir vienādi



Eksperiments

Izmantojot tikai dziju, spoguļi un 20 cm garu lineālu, nosaki gaiteņa griestu augstumu!



Atrodi līdzību!!!

No pilsētas M uz pilsētu N dodas trīs personas. Viena no tām ir kājāmgājējs, otra ir riteņbraucējs, trešais ir autobraucējs, turklāt visi trīs pārvietojas ar nemainīgu ātrumu un bez apstāšanās. Pirmais no pilsētas M dodas kājāmgājējs, kuram pēc 2 stundām seko velobraucējs. Pēdējais no pilsētas M uz pilsētu N dodas autobraucējs, kura automašīna no pilsētas M izbrauc pusstundu pēc velobraucēja. Pēc kāda laika posma gan kājāmgājējs, gan velosipēdists, gan autobraucējs satiekas vienā punktā un visi turpina kustību neapstājoties, Ir zināms, ka galapunktā pilsētā N kājāmgājējs ierodas 1 stundu pēc autobraucēja. Pēc cik ilga laika posma velosipēdists gala punktā pilsētā N ieradīsies agrāk nekā kājāmgājējs?

Ilustrācija

M

N



Pēc 2h



Vēl pēc pusstundas



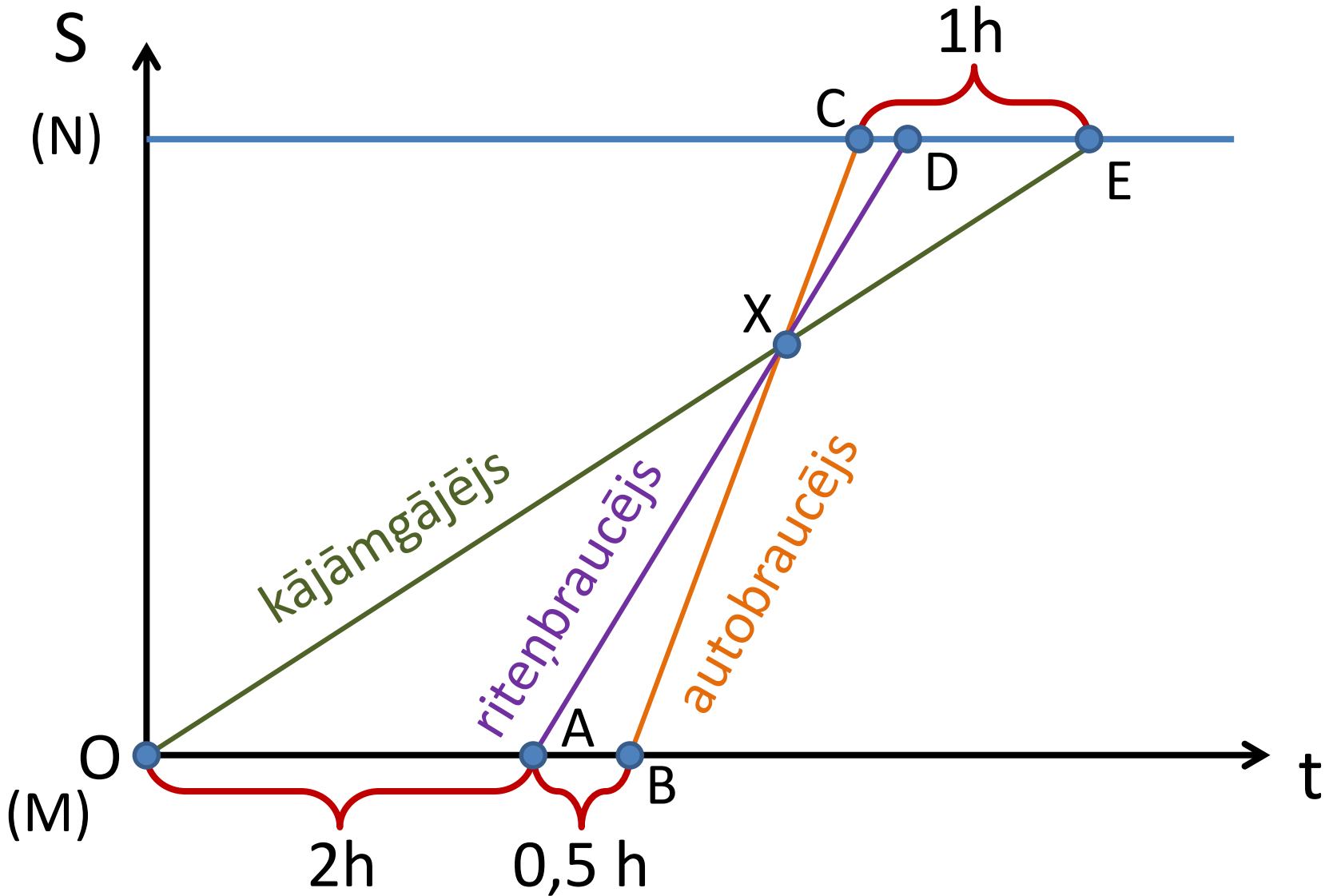
Satikšanās brīdis



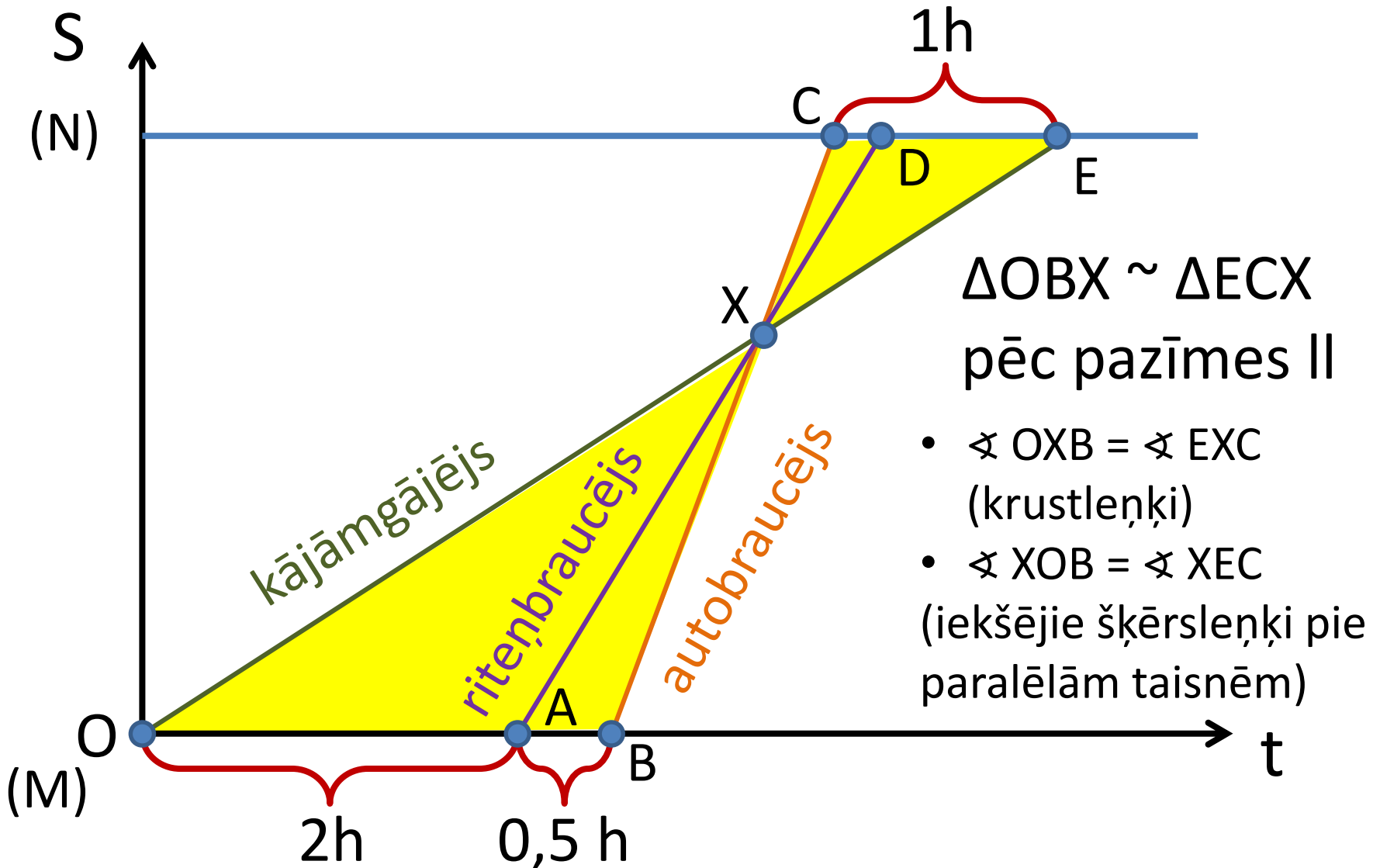
1 h pēc autobraucēja



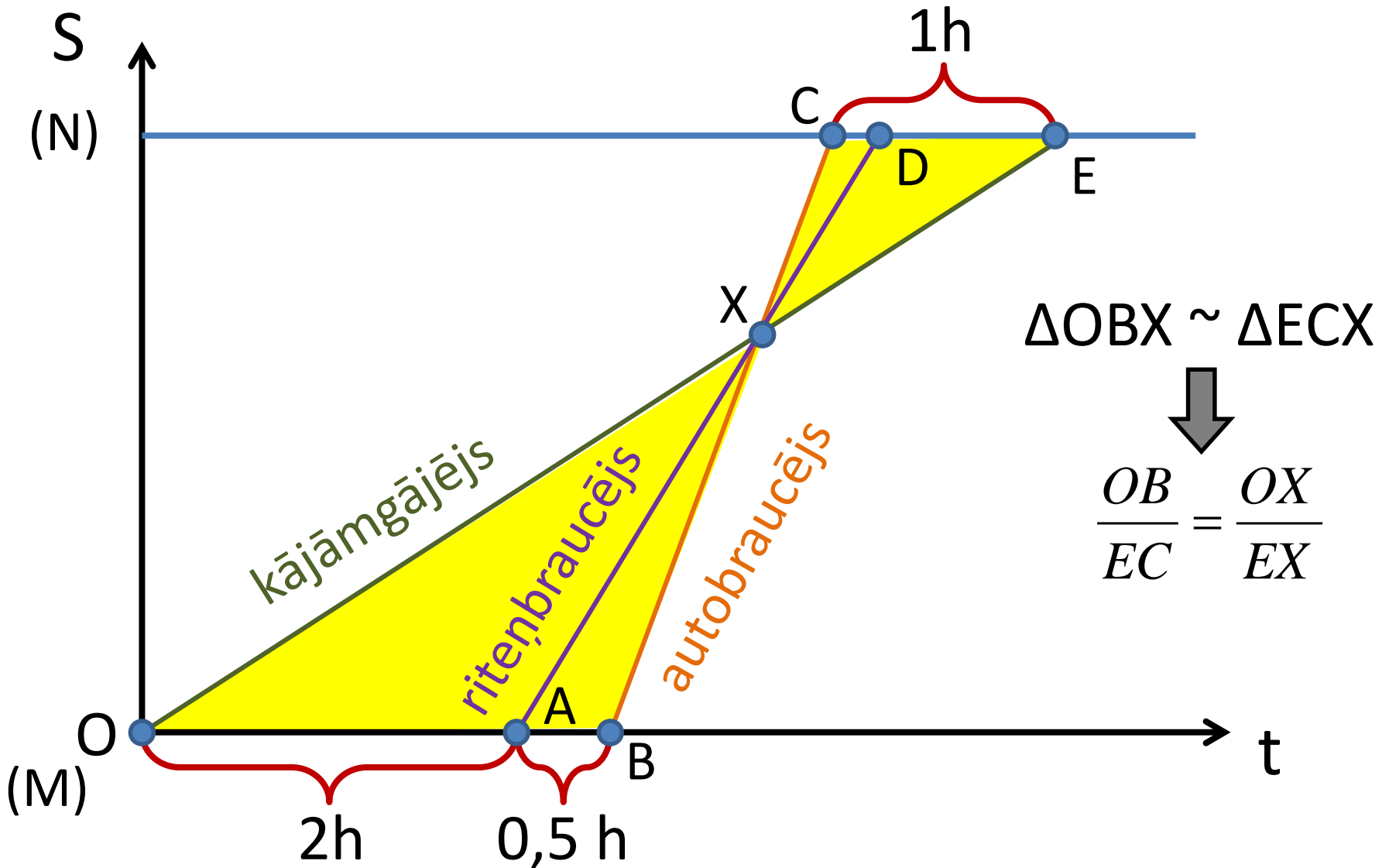
Risinājums



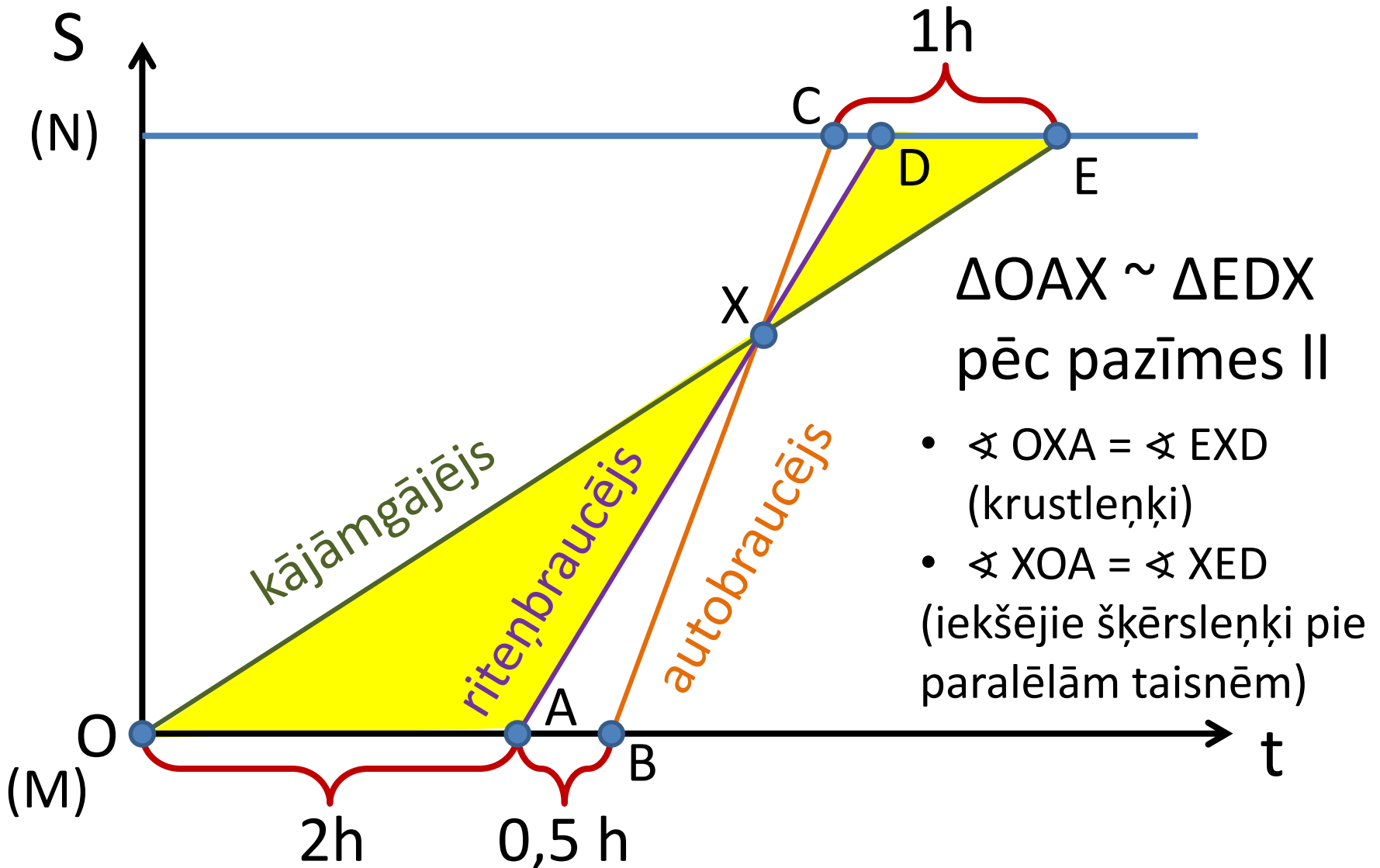
Risinājums



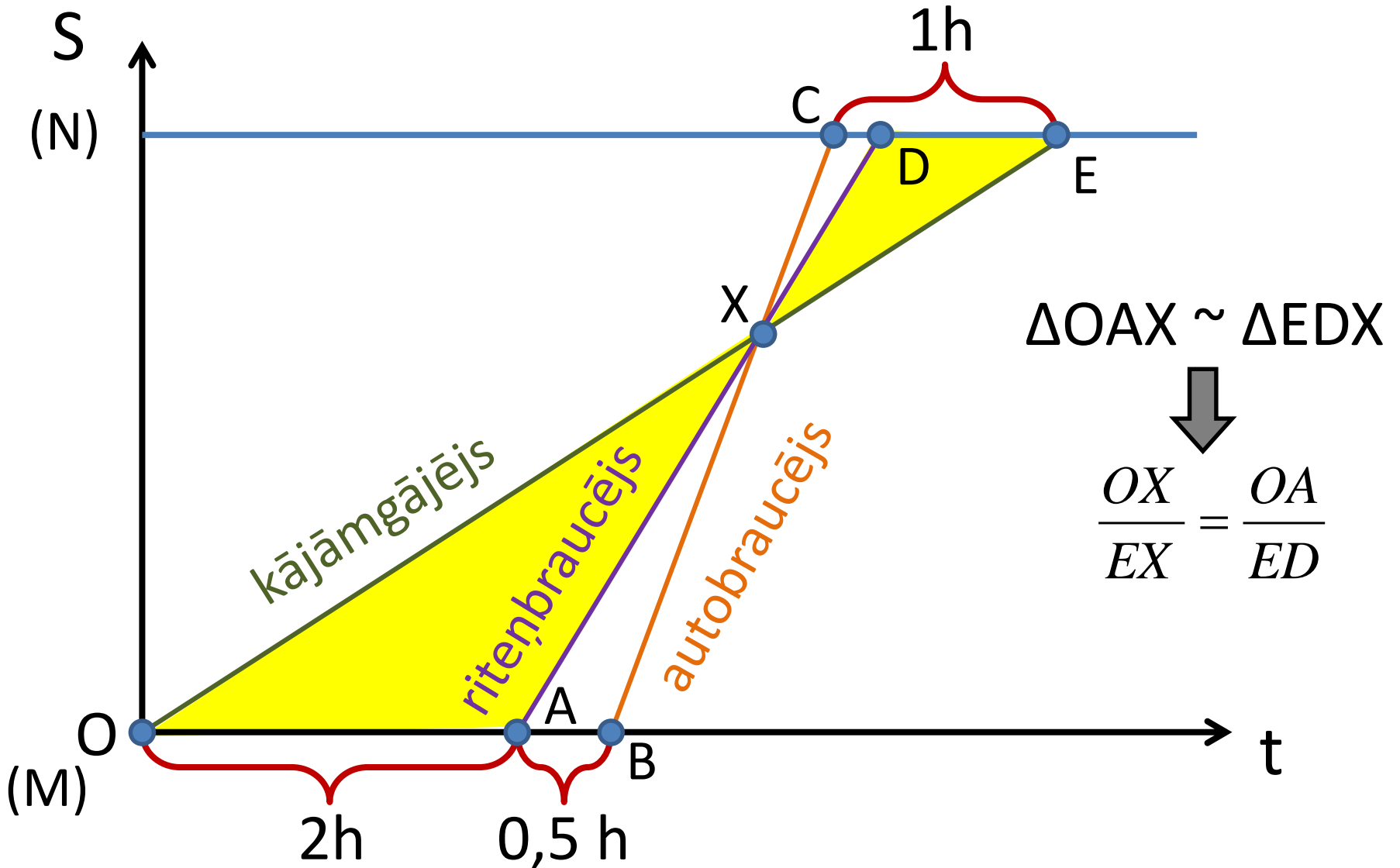
Risinājums



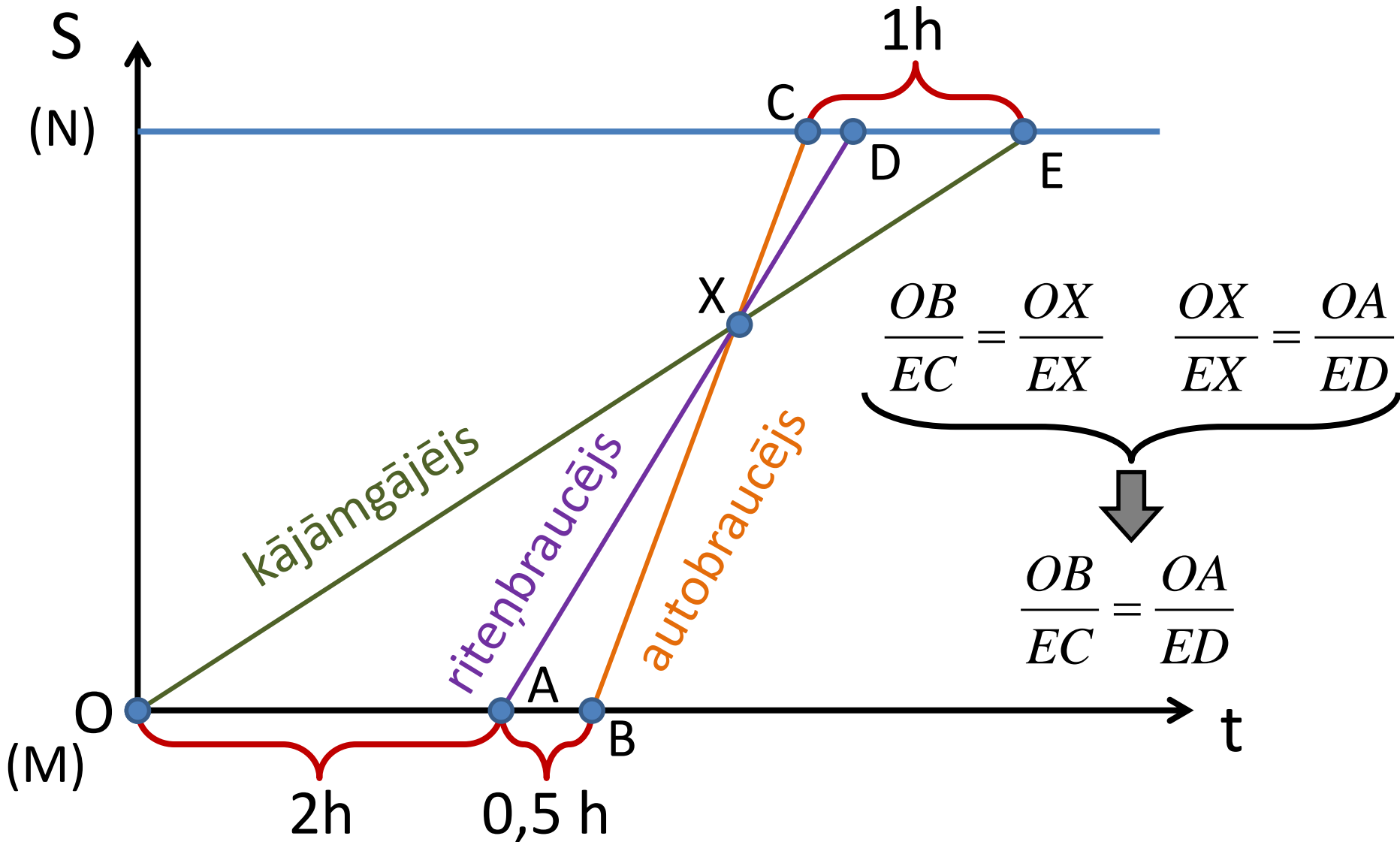
Risinājums



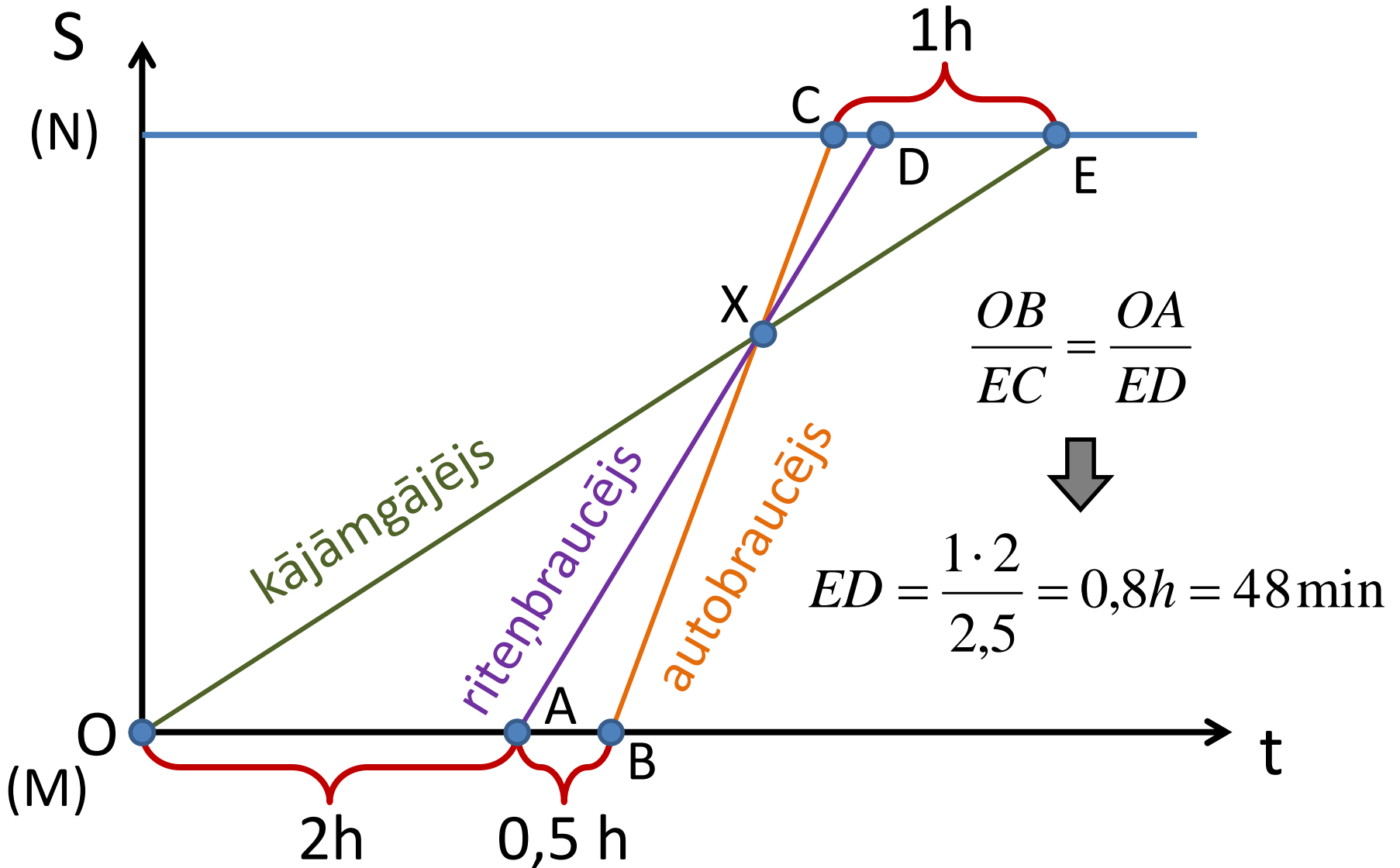
Risinājums



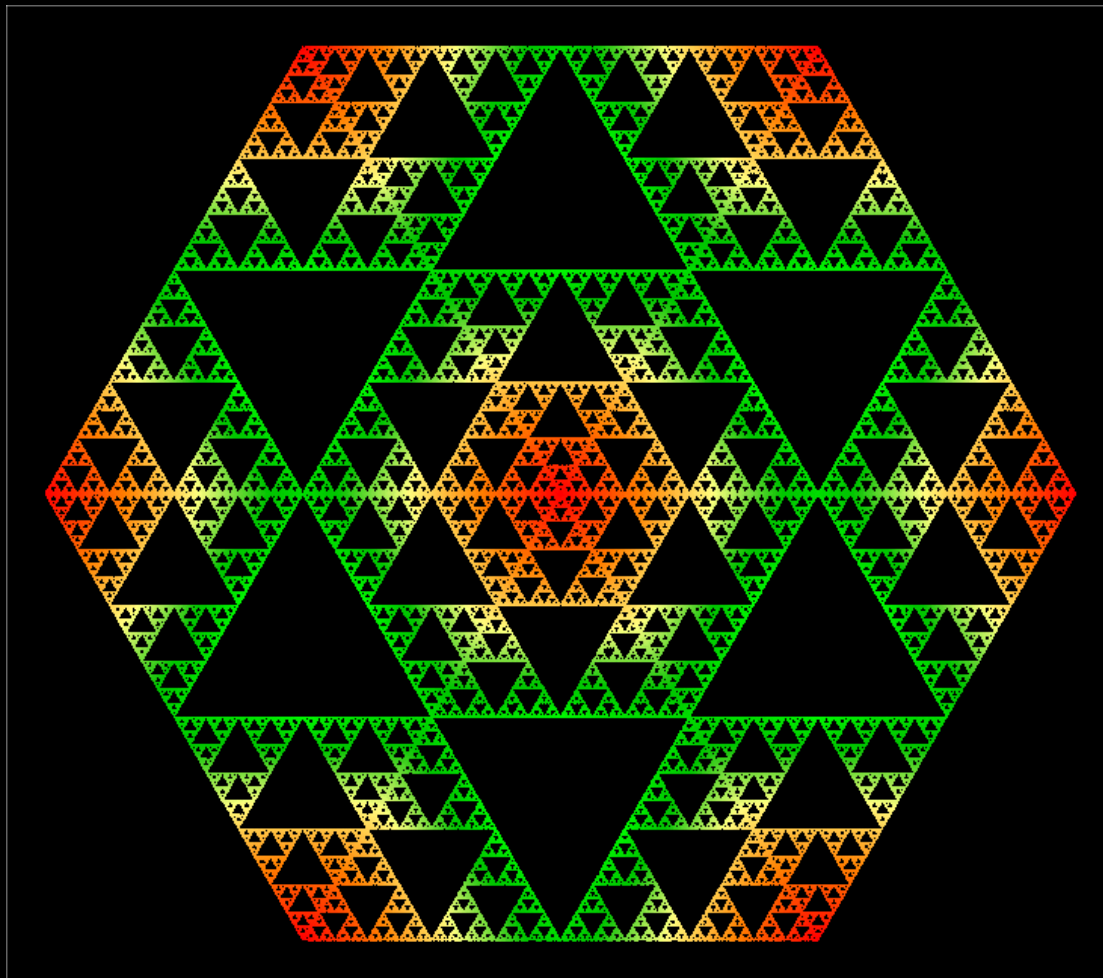
Risinājums



Risinājums

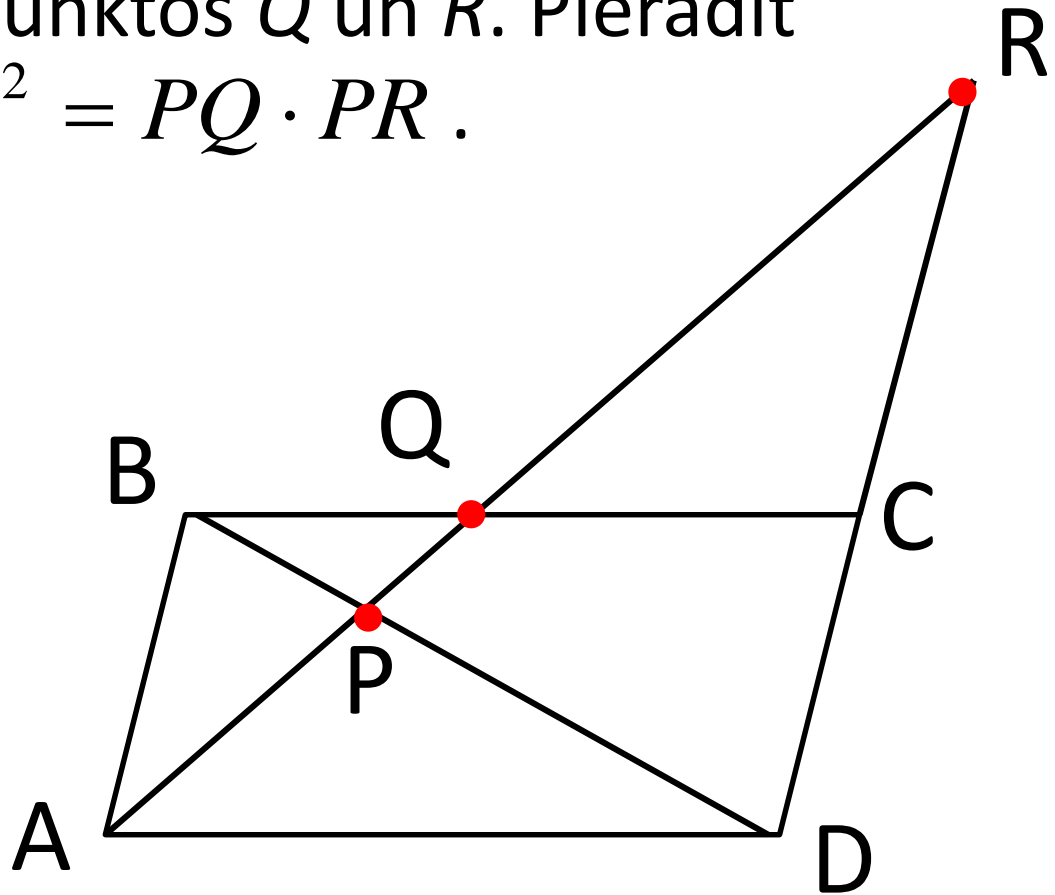


Līdzīgu trijstūru pielietojums matemātikas olimpiādēs



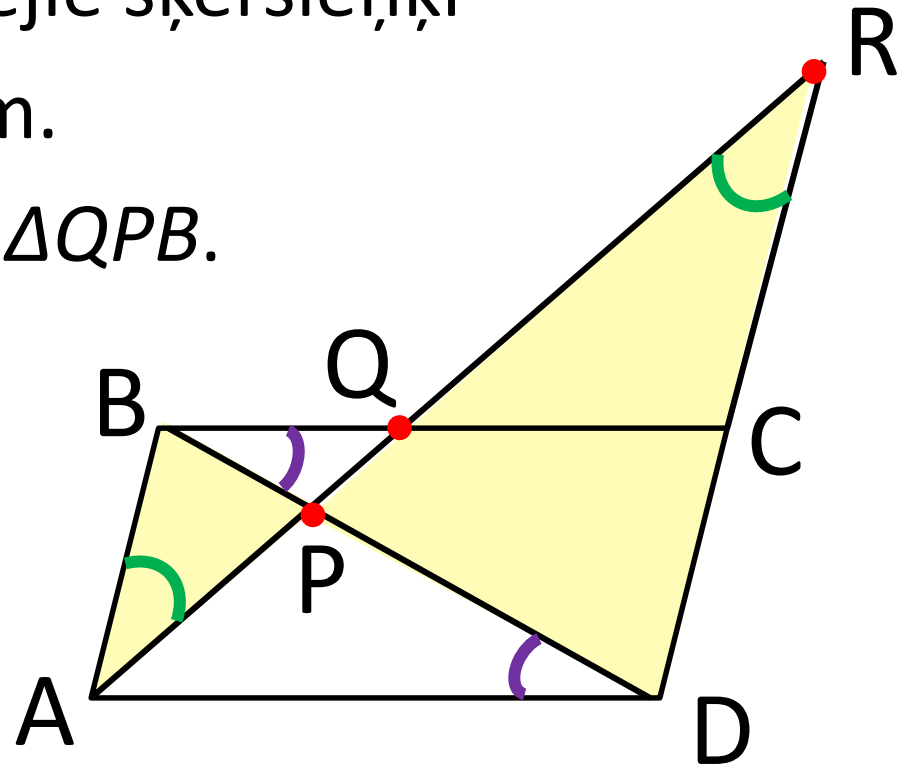
Uzdevums

Dots paralelograms $ABCD$, uz diagonāles BD atlikts punkts P . Taisne AP krusto taisnes BC un CD atbilstoši punktos Q un R . Pierādīt vienādību $AP^2 = PQ \cdot PR$.



Atrisinājums

- Trīsstūri $\triangle ABP$ un $\triangle RDP$ ir līdzīgi pēc pazīmes II , jo
 - 1) $\sphericalangle APB = \sphericalangle RPD$ kā krustleņķi;
 - 2) $\sphericalangle PRD = \sphericalangle PAB$ kā iekšējie šķērsleņķi pie paralēlām taisnēm.
- Līdzīgi iegūst, ka $\triangle APD \sim \triangle QPB$.

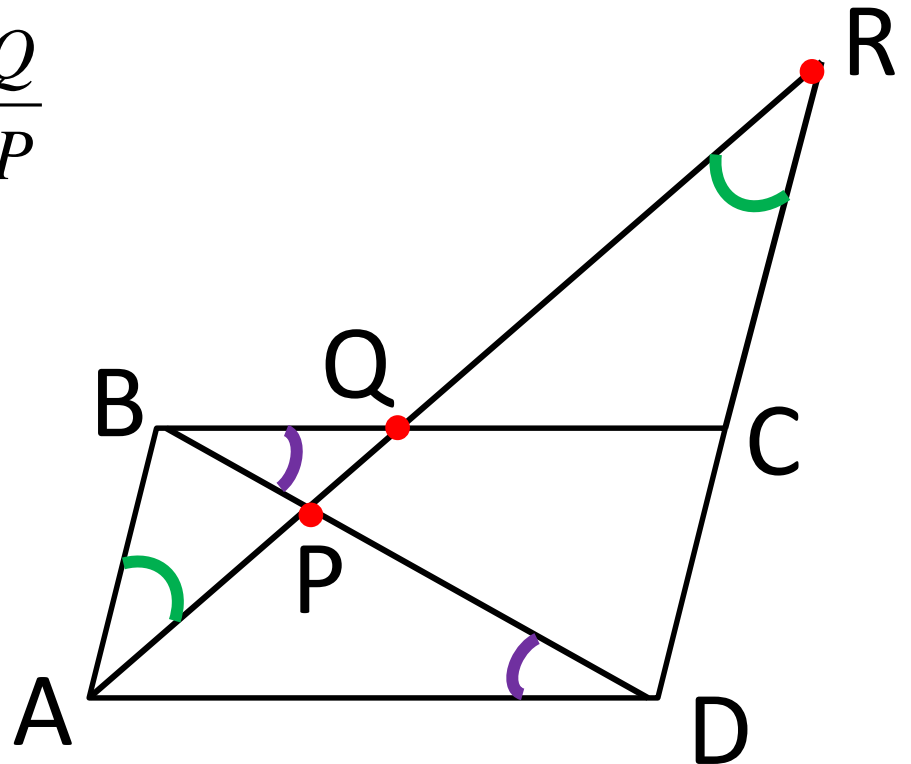


Atrisinājums

- Līdzīgu trīsstūru atbilstošās malas ir proporcionālas, tādēļ $\frac{AP}{PR} = \frac{BP}{PD} = \frac{PQ}{AP}$

- No vienādības $\frac{AP}{PR} = \frac{PQ}{AP}$ izriet vajadzīgais:

$$AP^2 = PQ \cdot PR$$



Paldies par uzmanību!

