

Game Theory

jeb

«Spēļu teorija»



Kas ir «Spēļu teorija»?

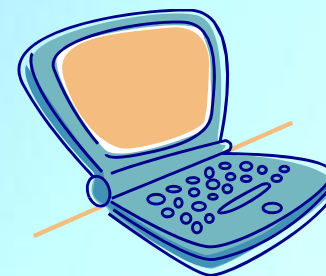
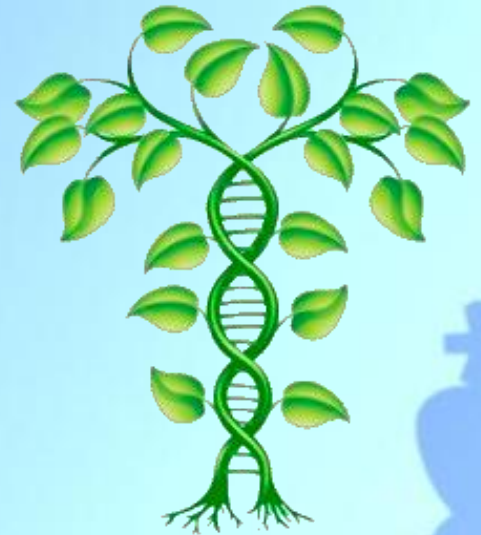
Matemātiski modeļi, kas pēta konfliktus un sadarbību starp inteligēntiem un **racionāliem** lēmumu pieņēmējiem



Kur to izmanto?



- Loģikā
- Ekonomikā
- Politoloģijā
- Psiholoģijā
- Datorzinātnēs
- Bioloģijā



Kapēc mācīties «Spēļu teoriju»?

Spēcīgs instruments:

- Racionālu lēmumu pieņemšanai;
- Stratēģisku situāciju analīzei.



Roberts



1. Piemērs, «Cietuma dilemma» skolā

Roberts un Māris ir nozaguši matemātikas kontroldarba atbildes. Pēc kontroldarba matemātikas skolotājai rodas spēcīgas aizdomas par puīšu izdarīto, bet viņa to nevar pierādīt.

Māris



Roberts



1. Piemērs, «Cietuma dilemma» skolā

Roberts un Māris ir nozaguši matemātikas kontroldarba atbildes. Pēc kontroldarba matemātikas skolotājai rodas spēcīgas aizdomas par puīšu izdarīto, bet viņa to nevar pierādīt.

Abi puīši tiek **atsevišķi** nopratināti pie direktores.

Direktore **katram** no viņiem izskaidro:

- Ja nekas nenotiks, jums abiem tiks izsaukti vecāki uz skolu un lieta tiks risināta tālāk
- Ja jūs abi atzīsieties, jums abiem būs 1 konroldarbā, bez iespējām pārrakstīt
- Ja Roberts atzīsies un Māris klusēs, Robertam nebūs nekāda soda, bet Māri izslēgs no skolas
- Ja Māris atzīsies un Roberts klusēs, Mārim nebūs nekāda soda, bet Robertu izslēgs no skolas



Māris



1. Piemērs, «Cietuma dilemma» skolā

Māris



Atzīties

Neatzīties

Roberts



Atzīties
Neatzīties

	Atzīties	Neatzīties
Atzīties		
Neatzīties		



1. Piemērs, «Cietuma dilemma» skolā

Nekas = 0

Vecāki uz skolu = -1

1 Kontroldarbā = -5

Izslēgts no skolas = -10

Māris



Atzīties

Neatzīties

Roberts



Atzīties
Neatzīties

	Atzīties	Neatzīties
Atzīties	1 kontroldarbā Nekas	Izslēgts no skolas Nekas
Neatzīties	Izslēgts no skolas Nekas	Vecāki uz skolu Vecāki uz skolu



Nekas > Vecāki uz skolu > 1 kontroldarbā > Izslēgts no skolas

1. Piemērs, «Cietuma dilemma» skolā

Nekas = 0

Vecāki uz skolu = -1

1 Kontroldarbā = -5

Izslēgts no skolas = -10

Māris



Atzīties

Neatzīties

Roberts



Atzīties
Neatzīties

	Atzīties	Neatzīties
Atzīties	-5	-10
Neatzīties	0	-1



Nekas > Vecāki uz skolu > 1 kontroldarbā > Izslēgts no skolas

1. Piemērs, «Cietuma dilemma» skolā

Nekas = 0

Vecāki uz skolu = -1

1 Kontroldarbā = -5

Izslēgts no skolas = -10

Māris



Ja Roberts domā ka
Māris neatzīsies,
viņam visizdevīgāk ir
atzīties

Neatzīties

Roberts



Neatzīties | Atzīties

	Neatzīties	Atzīties
Atzīties	-5	0
Neatzīties	-5	-1

Payoff matrix for the Prisoner's Dilemma. The top row represents Māris's strategy (Neatzīties, Atzīties) and the left column represents Roberts's strategy (Atzīties, Neatzīties). The diagonal cells (top-left and bottom-right) represent mutual cooperation with a payoff of 0. The off-diagonal cells represent one player cooperating while the other defects, resulting in a payoff of -5 for the defector and -1 for the cooperator. The bottom-right cell (mutual defection) results in a payoff of -10 for both players.



Nekas > Vecāki uz skolu > 1 kontroldarbā > Izsklēgts no skolas

1. Piemērs, «Cietuma dilemma» skolā

Nekas = 0

Vecāki uz skolu = -1

1 Kontroldarbā = -5

Izslēgts no skolas = -10

Māris



Ja Roberts domā ka Māris atzīsies, viņam visizdevīgāk ir atzīties

Atzīties

Roberts



Atzīties
Neatzīties

	Atzīties	Neatzīties
Atzīties	-5, -5	0, -10
Neatzīties	-10, 0	-1, -1



Nekas > Vecāki uz skolu > 1 kontroldarbā > Izslēgts no skolas

1. Piemērs, «Cietuma dilemma» skolā

Nekas = 0

Vecāki uz skolu = -1

1 Kontroldarbā = -5

Izslēgts no skolas = -10

Māris



Robertam «atzīties»
stratēģija **strikti dominē**
pār «neatzīties» stratēģiju

Atzīties

Neatzīties

Roberts



Atzīties

Neatzīties

	Atzīties	Neatzīties
Atzīties	-5, -5	0, -10
Neatzīties	-10, 0	-1, -1



Nekas > Vecāki uz skolu > 1 kontroldarbā > Izsklēgts no skolas

Stratēģiju, kuru var spēlētājs visos gadījumos izvēlēties kā sev optimālāko (labāko) neatkarīgi no tā, ko dara citi spēlētāji, sauc par **dominējošo stratēģiju.**



1. Piemērs, «Cietuma dilemma» skolā

Nekas = 0

Vecāki uz skolu = -1

1 Kontroldarbā = -5

Izslēgts no skolas = -10

Māris



Kā ar Māri?

Atzīties

Neatzīties

Roberts



Atzīties

Neatzīties

	Atzīties	Neatzīties
Atzīties	-5, -5	0, -10
Neatzīties	-10, 0	-1, -1



Nekas > Vecāki uz skolu > 1 kontroldarbā > Izsklēgts no skolas

1. Piemērs, «Cietuma dilemma» skolā

Nekas = 0

Vecāki uz skolu = -1

1 Kontroldarbā = -5

Izslēgts no skolas = -10

Māris



Ja Māris domā ka Roberts neatzīsies, viņam visizdevīgāk ir atzīties

Atzīties

Neatzīties

Roberts



Atzīties
Neatzīties

	Atzīties	Neatzīties
Atzīties	-5, -5	0, -10
Neatzīties	-10, 0	-1, -1



Nekas > Vecāki uz skolu > 1 kontroldarbā > Izslēgts no skolas

1. Piemērs, «Cietuma dilemma» skolā

Nekas = 0

Vecāki uz skolu = -1

1 Kontroldarbā = -5

Izslēgts no skolas = -10

Māris



Ja Māris domā ka Roberts atzīsies, viņam visizdevīgāk ir atzīties

Atzīties

Neatzīties

Roberts



Atzīties

Neatzīties

	Atzīties	Neatzīties
Atzīties	-5	-10
Neatzīties	0	-1



Nekas > Vecāki uz skolu > 1 kontroldarbā > Izslēgts no skolas

1. Piemērs, «Cietuma dilemma» skolā

Nekas = 0

Vecāki uz skolu = -1

1 Kontroldarbā = -5

Izslēgts no skolas = -10

Māris



Arī Mārim «atzīties»
stratēģija **strikti dominē**
pār «neatzīties» stratēģiju

Atzīties

Neatzīties

Roberts



Atzīties

Neatzīties

	Atzīties	Neatzīties
Atzīties	-5, -5	0, -10
Neatzīties	-10, 0	-1, -1



Nekas > Vecāki uz skolu > 1 kontroldarbā > Izslēgts no skolas

1. Piemērs, «Cietuma dilemma» skolā

Nekas = 0

Vecāki uz skolu = -1

1 Kontroldarbā = -5

Izslēgts no skolas = -10

Māris



Atzīties – Atzīties šajā spēlē ir «Neša līdzsvars» (Nash equilibrium)

Atzīties

Neatzīties

Roberts



Atzīties

Neatzīties

	Atzīties	Neatzīties
Atzīties	-5, -5	0, -10
Neatzīties	-10, 0	-1, -1



Nekas > Vecāki uz skolu > 1 kontroldarbā > Izslēgts no skolas

Definīcija: Neša līdzsvars

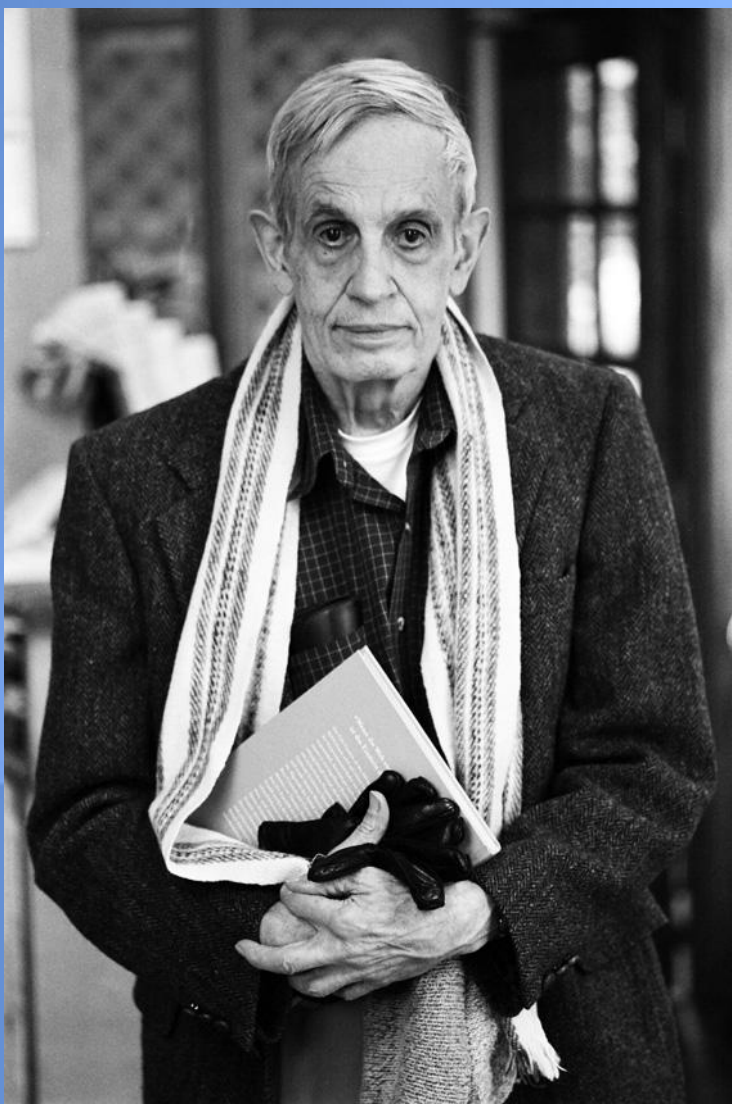
Par Neša līdzsvaru (Nash equilibrium) sauc tādu spēlētāju stratēģiju kombināciju, pie kuras izvēles nevienam no spēlētājiem nav iespējams iegūt lielāku ieguvumu, izmainot savu stratēģiju.

		Māris	
		<u>Atzīties</u>	Neatzīties
Roberts	Atzīties	-5, -5	0, -10
	Neatzīties	-10, 0	-1, -1

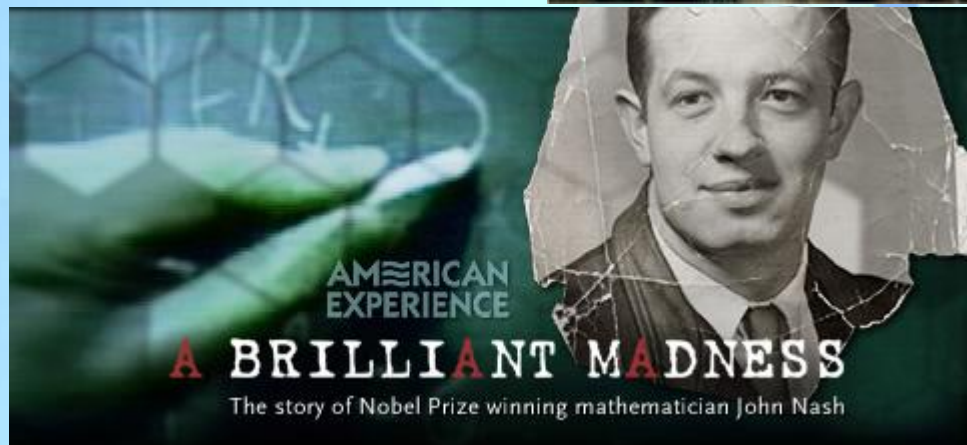
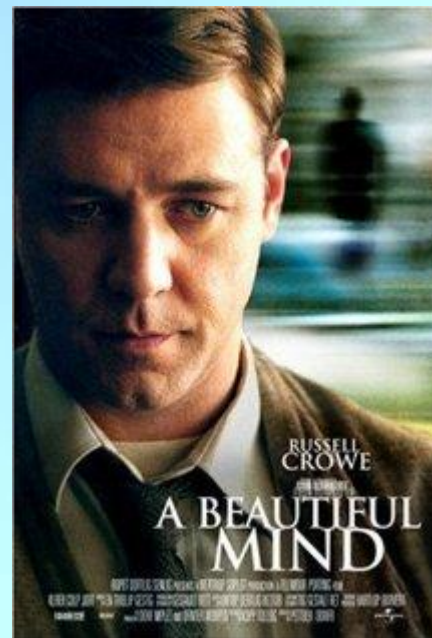


John Forbes Nash, Jr.

(dzimis 1928. gada 13. jūnijā)



Nobela prēmija
ekonomikā
1994. gadā



Par Neša līdzsvaru (Nash equilibrium) sauc tādu spēlētāju stratēģiju kombināciju, pie kuras izvēles nevienam no spēlētājiem nav iespējams iegūt lielāku ieguvumu, izmainot savu stratēģiju.

2. Spēlētājs

Pa kreisi **Pa labi**

1. Spēlētājs

Uz augšu

Uz leju

5	5	-3	7
7	-3	0	0



Atrodi Neša līdzsvaru!

Uz leju – pa labi

2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa labi

1.
Spēlētājs

Uz augšu
Uz leju

5	5	-3	7
7	-3	0	0



Atrodi Neša līdzsvaru!

Atrodi Neša līdzsvaru!

2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa labi

	Pa kreisi	Pa labi
Uz augšu	4 1	0 2
Uz leju	-1 3	-1 7

1. Spēlētājs



Uz augšu – pa labi

2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa labi

1.
Spēlētājs

Uz augšu
Uz leju

4	1	0	2
-1	3	-1	7



2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

Pa labi

1. Spēlētājs

Uz augšu

Centrs

Uz leju

13	3	1	4	7	3
4	1	3	3	6	2
-1	9	2	8	8	-1

Paliek jau diezgan grūti... Par laimi ir vienkāršāks ceļš!



Strikti dominēto stratēģiju atkārtota
izslēgšana
(Iterated elimination of strictly
dominated strategies)

Briesmīgs nosaukums – bet ko īsti tas nozīmē?



2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

Pa labi

1. Spēlētājs

Uz augšu

Centrs

Uz leju

13	3	1	4	7	3
4	1	3	3	6	2
-1	9	2	8	8	-1

Salīdzināsim otrā spēlētāja «pa vidu» un «pa labi» stratēģijas



2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

Pa labi

1. Spēlētājs

Uz augšu

Centrs

13	3	1	4	7	3
4	1	3	3	6	2
-1	9	2	8	8	-1

2. Spēlētājam «pa vidu» **strikti dominē** pār «pa labi»



2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

1. Spēlētājs	Uz augšu	13	3	1	4
	Centrs	4	1	3	3
	Uz leju	-1	9	2	8

Tādēļ to mēs
varam atmest.
Spēle
vienkāršojas



2. Spēlētājam «pa vidu» **strikti dominē** pār «pa labi»

2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

1. Spēlētājs

Uz augšu
Centrs
Uz leju

13	3	1	4
4	1	3	3
-1	9	2	8

Vai varat atrast šajā
situācijā **strikti**
dominēto 1. spēlētāja
stratēģiju?



2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

1. Spēlētājs	Uz augšu	13	3	1	4
	Centrs	4	1	3	3
	Uz leju	-1	9	2	8

Vai varat atrast šajā situācijā **strikti dominēto** 1. spēlētāja stratēģiju?



«Centrs» **strikti dominē** pār «Uz leju»! Atmetam!

2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

1. Spēlētājs

Centrs Uz augšu

13	3	1	4
4	1	3	3

Tālāk?



2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

1. Spēlētājs

Centrs Uz augšu

13	3	1	4
4	1	3	3

«Pa vidu» strikti dominē pār «Pa kreisi»



1. Spēlētājs

Centrs Uz augšu

2. Spēlētājs

Pa vidu



Jau gandrīz...

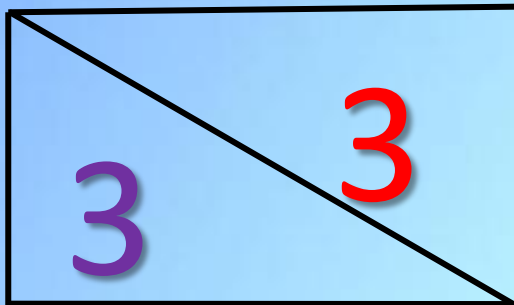


1. Spēlētājs

Centrs

2. Spēlētājs

Pa vidu



Lūk arī Neša līdzsvars



Strikti dominēto stratēģiju atkārtota izslēgšana

- Secība nav svarīga.
- Ja redzi stratēģiju ko var izslēgt – to vari darīt. Ja spēlei būs 1 Neša līdzsvars, tad pie tā nonāksi tik un tā!



2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

Pa labi

1. Spēlētājs

Uz augšu
Centrs
Uz leju

3	0	2	1	0	0
1	1	1	1	5	0
0	1	4	2	0	1

Atrodi Neša līdzsvaru izslēdzot strikti dominētās stratēģijas!



2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

Pa labi

1. Spēlētājs

Uz augšu
Centrs
Uz leju

3	0	2	1	0	0
1	1	1	1	5	0
0	1	4	2	0	1

Atrodi Neša līdzsvaru izslēdzot strikti dominētās stratēģijas!



2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

Pa labi

1. Spēlētājs

Uz augšu
Centrs
Uz leju

3	0	2	0
1	1	1	5
0	1	4	0

Atrodi Neša līdzsvaru izslēdzot strikti dominētās stratēģijas!



2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

Pa labi

1. Spēlētājs

Uz augšu

Centrs

Uz leju

3	0	2	1	0	0
1	1	1	1	5	0
0	1	4	2	0	1

Atrodi Neša līdzsvaru izslēdzot strikti dominētās stratēģijas!



2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

Pa labi

1. Spēlētājs

Uz augšu
Centrs
Uz leju

3	0	2	1	0	0
1	1	1	1	5	0
0	1	4	2	0	1

Atrodi Neša līdzsvaru izslēdzot strikti dominētās stratēģijas!



2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

Pa labi

1. Spēlētājs

Uz augšu
Centrs
Uz leju

3	0	2	1	0	0
1	1	1	1	5	0
0	1	4	2	0	1

Atrodi Neša līdzsvaru izslēdzot strikti dominētās stratēģijas!



2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

Pa labi

1. Spēlētājs

Uz augšu
Centrs
Uz leju

9	-2	0	-2	2	3
1	0	-2	1	0	0
0	5	4	-3	0	2

Atrodi Neša līdzsvaru izslēdzot strikti dominētās stratēģijas!



2. Spēlētājs

Pa kreisi

Pa vidu

Pa labi

1. Spēlētājs

Uz augšu

Centrs

Uz leju

9	-2	0	2	3	
1	0	-2	1	0	
0	5	4	-3	0	2

Atrodi Neša līdzsvaru izslēdzot strikti dominētās stratēģijas!



Monty Hall



Palikšu

Monty Hall

Mainīšu



Vai paliksi pie savas izvēles vai mainīsi?

Palikšu

Monty Hall



Ar šādu stratēģiju visticamāk, ka zaudēsi...

Kāpēc?

Monty Hall Mainīšu



Ar šādu stratēģiju visticamāk, ka uzvarēsi!

Kāpēc?

Mainīšu

Monty Hall

Palikšu



Vai paliksi pie savas izvēles vai mainīsi?

Monty Hall Palikšu



Ar šādu stratēģiju visticamāk, ka zaudēsi...

Kāpēc?

Monty Hall Palikšu



Ar šādu stratēģiju visticamāk, ka uzvarēsi!

Kāpēc?

Monty Hall

Mainīšu

Palikšu



Vai paliksi pie savas izvēles vai mainīsi?

Monty Hall Palikšu



Ar šādu stratēģiju visticamāk, ka zaudēsi...

Kāpēc?

Monty Hall

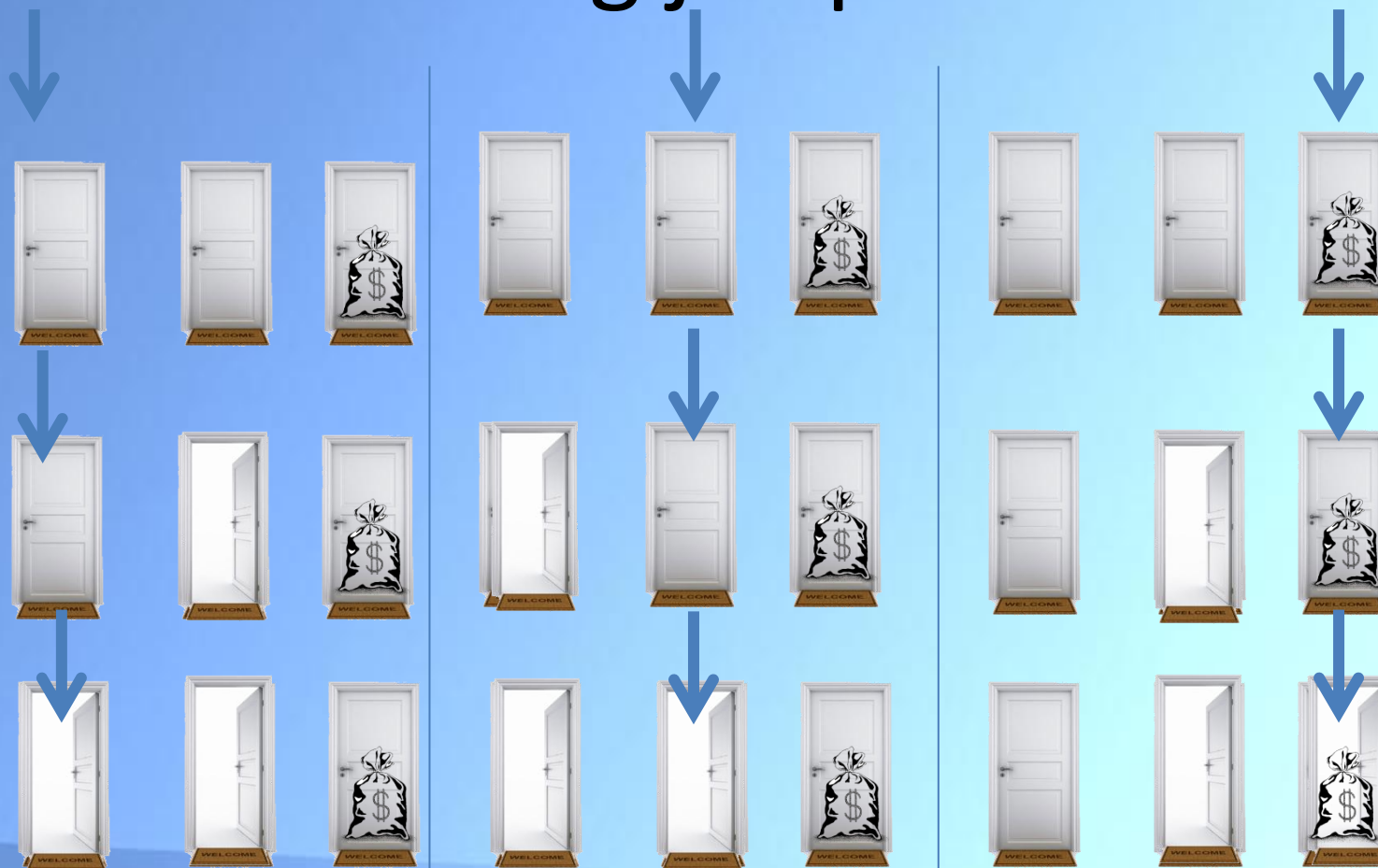
Mainīšu



Ar šādu stratēģiju visticamāk, ka uzvarēsi!

Kāpēc?

Stratēģija «palikt»



Zaudē

Zaudē

Uzvar

Ar stratēģiju «palikt» mēs uzvaram $\frac{1}{3}$ no reizēm

Stratēģija «mainīt»



Uzvar

Uzvar

Zaudē



Ar stratēģiju «mainīt» mēs uzvaram 2/3 no reizēm

Monty Hall

Secinājums?



Vienmēr vajag mainīt!



Monty Hall



Paldies par uzmanību!