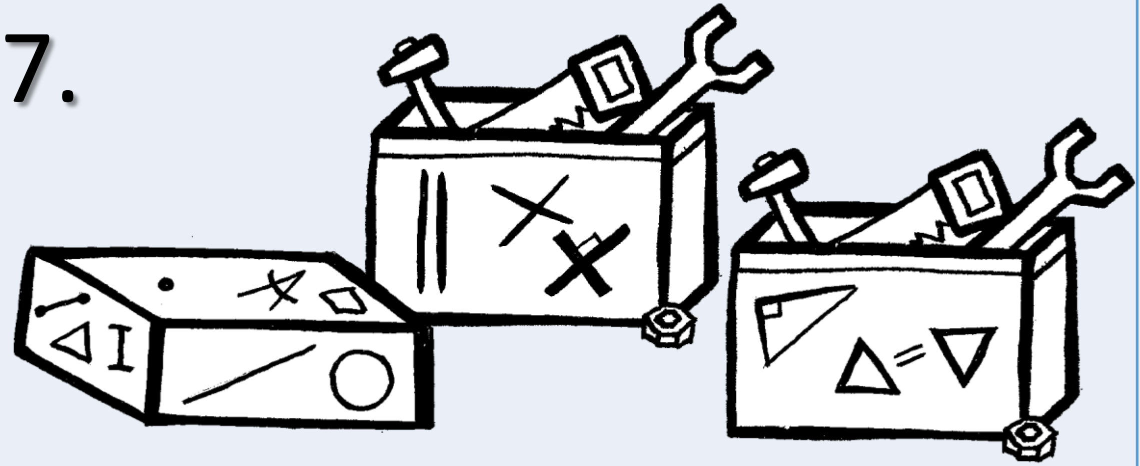
Ievads olimpiāžu ģeometrijā

LU FMF studente, PCK vadītāja

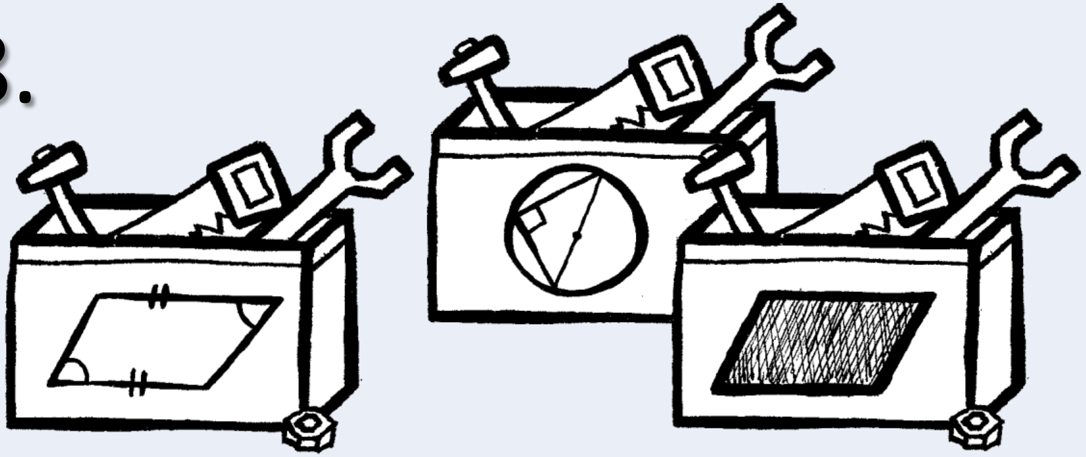
Agnese Ķerubiņa

Ģeometrijas «darbarīki»

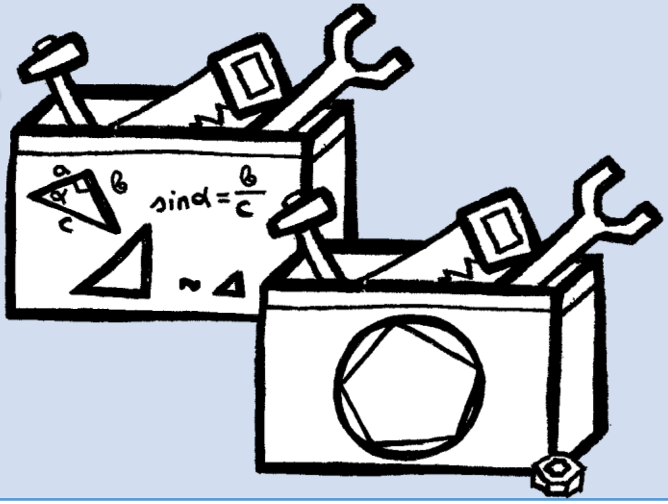
7.



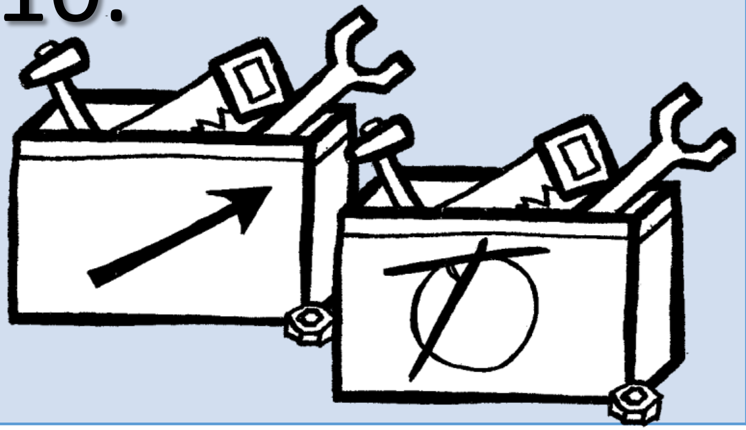
8.



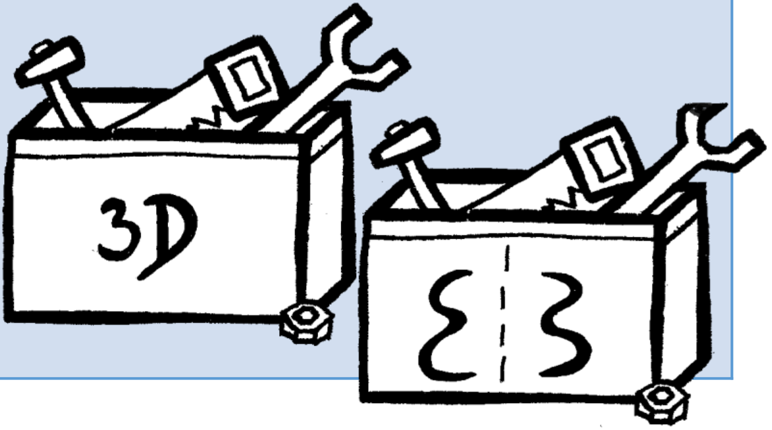
9.



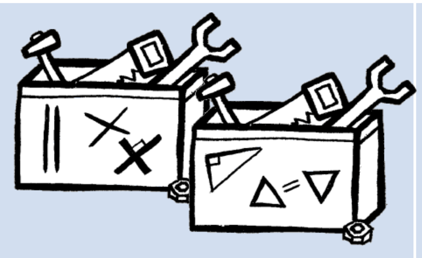
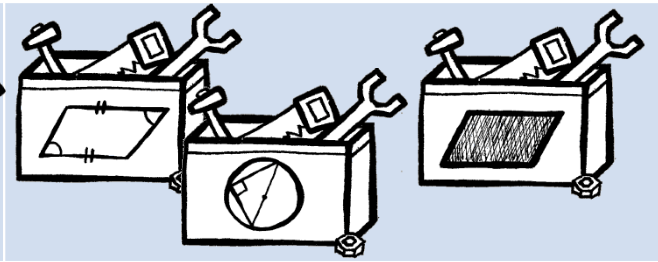
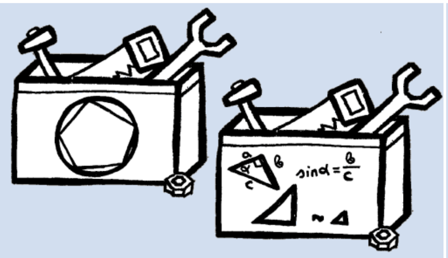
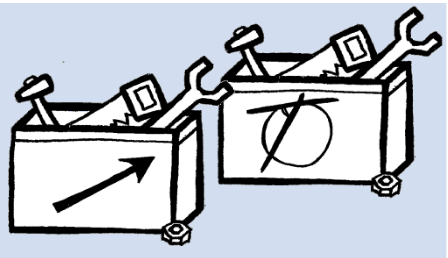
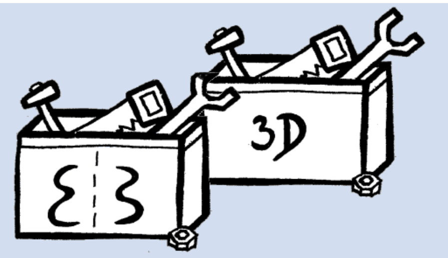
10.



11. -12.

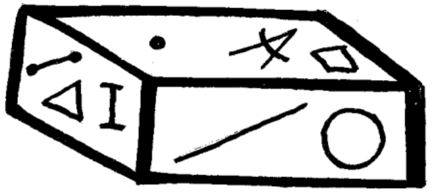


Uzdevumu klasifikācija

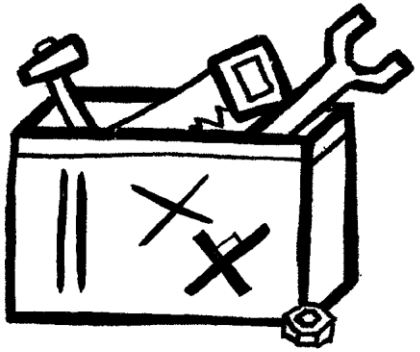
7. klase	8. klase	9. klase	10. klase	11. -12. klase
				

- Katrai «darbarīku kastei» atbilst uzdevumu grupa.
- Grūtākajiem uzdevumiem grupā būs arī tādi, kam vajadzēs aizņemties kādu «darbarīku» arī no citām kastēm.

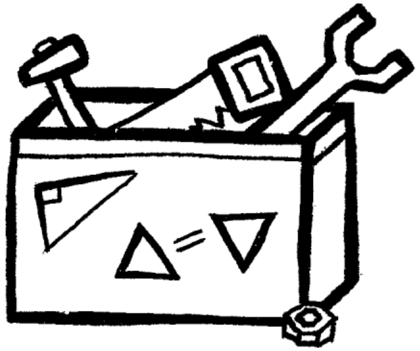
7. klase



- Pamatjēdzieni

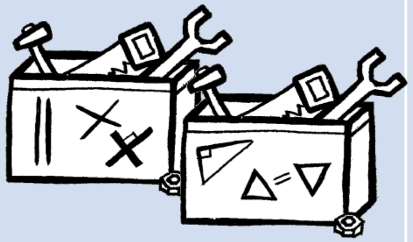
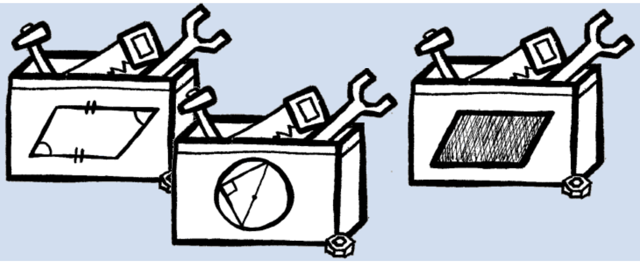
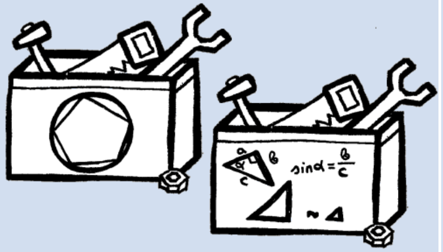
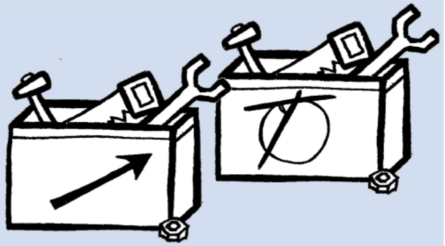
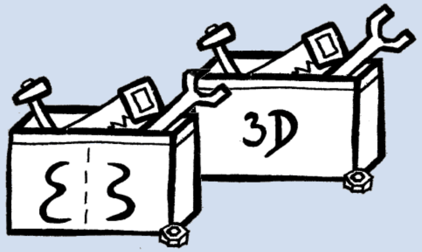


- Taišņu novietojumi, leņķi starp tiem



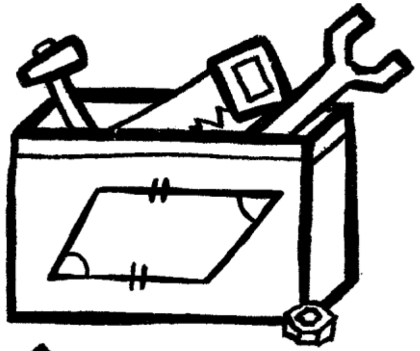
- Trijstūri, to vienādības

Uzdevumu klasifikācija

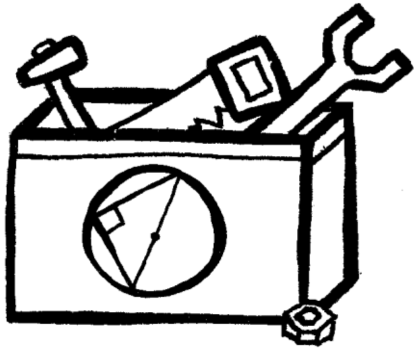
7. klase	8. klase	9. klase	10. klase	11. -12. klase
				

Trijstūru pamanīšana

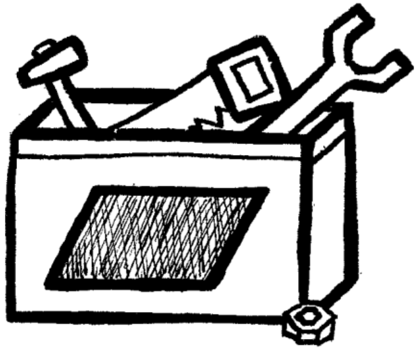
8. klase



- Daudzstūri

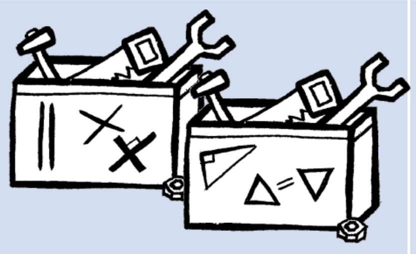
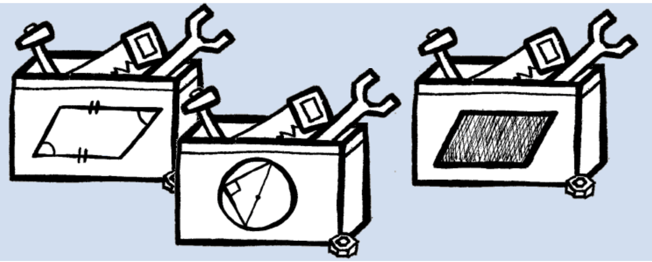
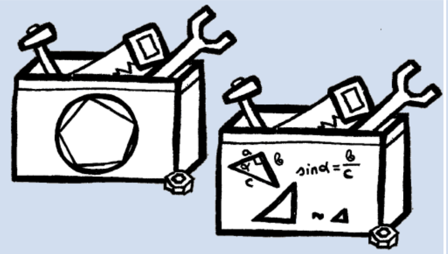
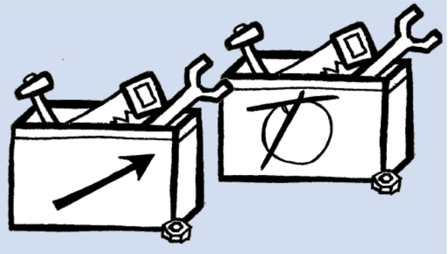
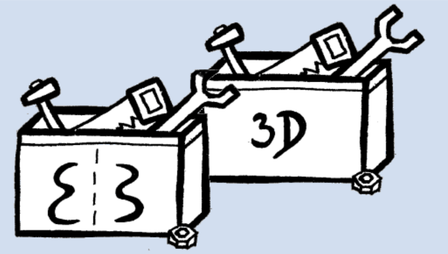


- Riņķi



- Figūru laukumi

Uzdevumu klasifikācija

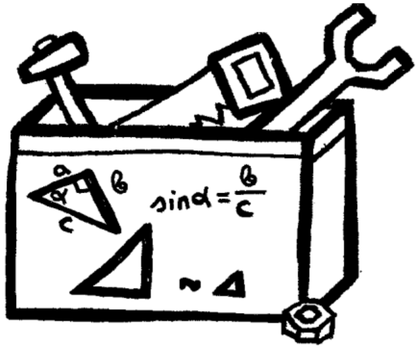
7. klase	8. klase	9. klase	10. klase	11. -12. klase
				

Trijstūru pamanīšana

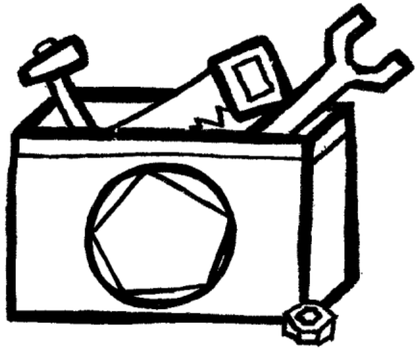
Konstrukcijas

Laukumi

9. klase

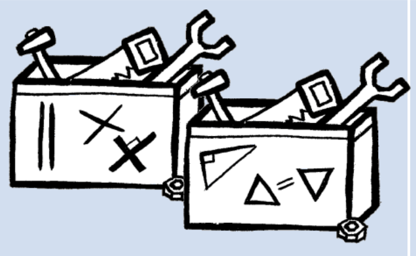
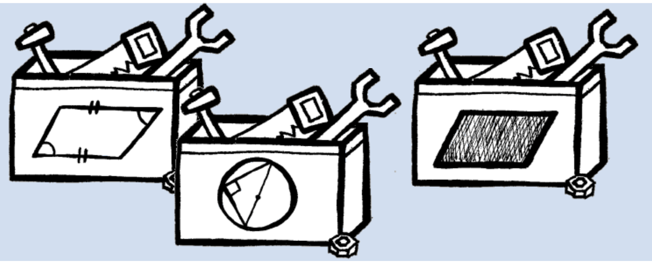
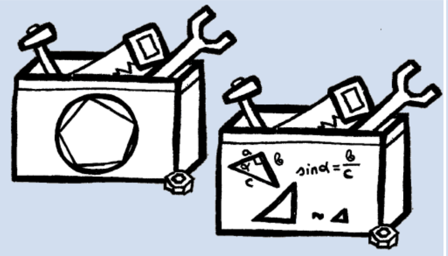
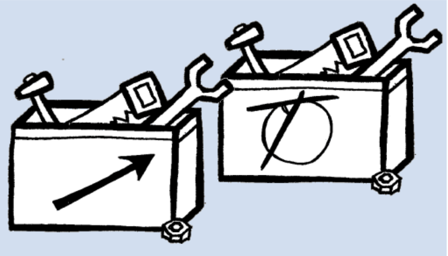
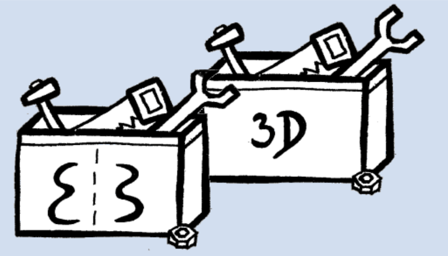


- Trigonometrija, līdzīgi trijstūri



- Daudzstūri riņķos

Uzdevumu klasifikācija

7. klase	8. klase	9. klase	10. klase	11. -12. klase
				

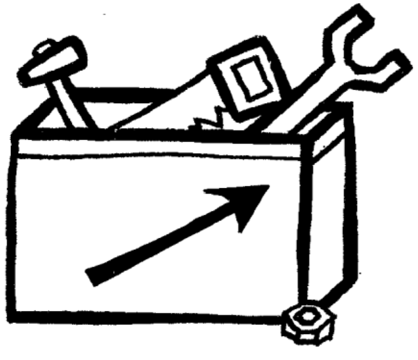
Trijstūru pamanīšana

Konstrukcijas

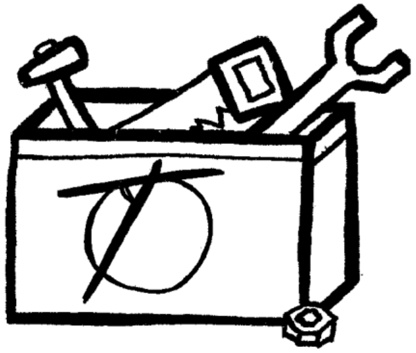
Laukumi

Malu attiecības

10. klase



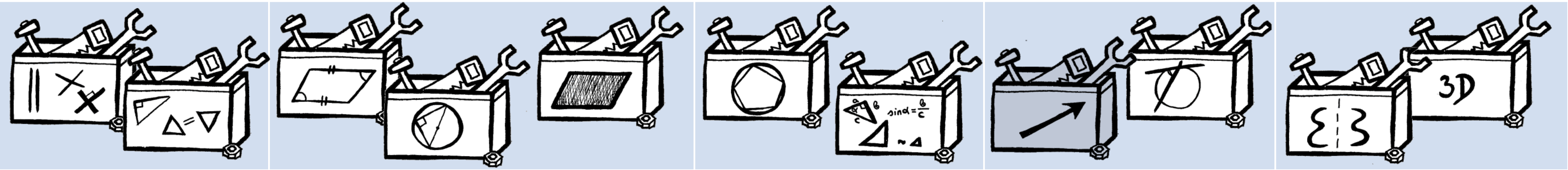
• Vektori



• Hordu, pieskaru, sekanšu leņķi

Uzdevumu klasifikācija

7. klase	8. klase	9. klase	10. klase	11. -12. klase



Trijstūru pamanīšana

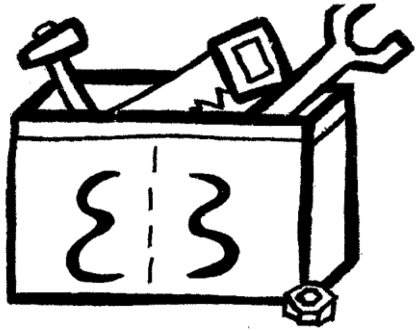
Konstrukcijas

Laukumi

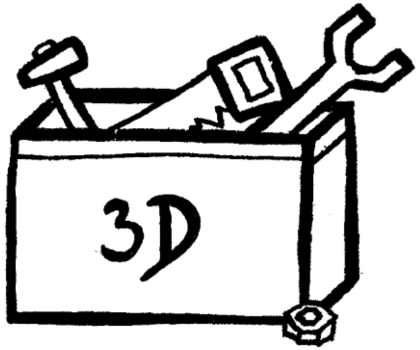
Malu attiecības

Pielieto fizikas olimpiādēs

11. – 12. klase



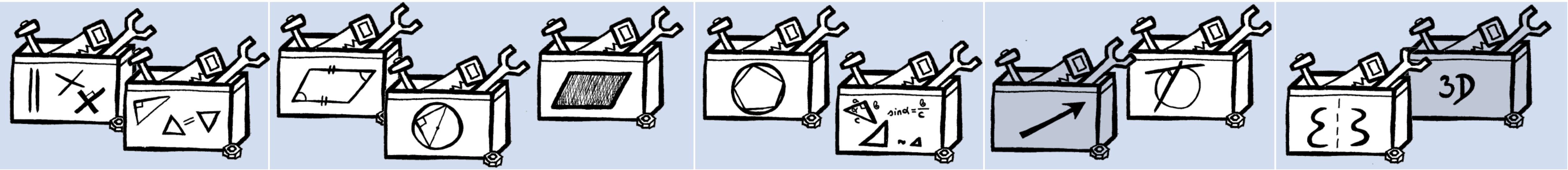
- Simetrijas, transformācijas



- Stereometrija

Uzdevumu klasifikācija

7. klase	8. klase	9. klase	10. klase	11. -12. klase



Trijstūru pamanīšana

Konstrukcijas

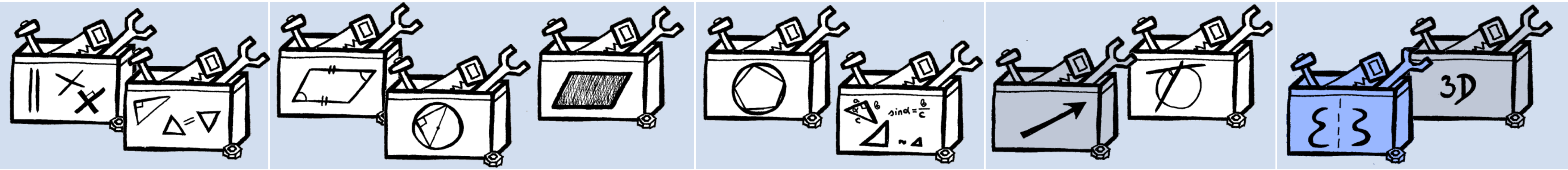
Laukumi

Malu attiecības

Olimpiādēs ļoti reti

Uzdevumu klasifikācija

7. klase	8. klase	9. klase	10. klase	11. -12. klase



Trijstūru pamanīšana

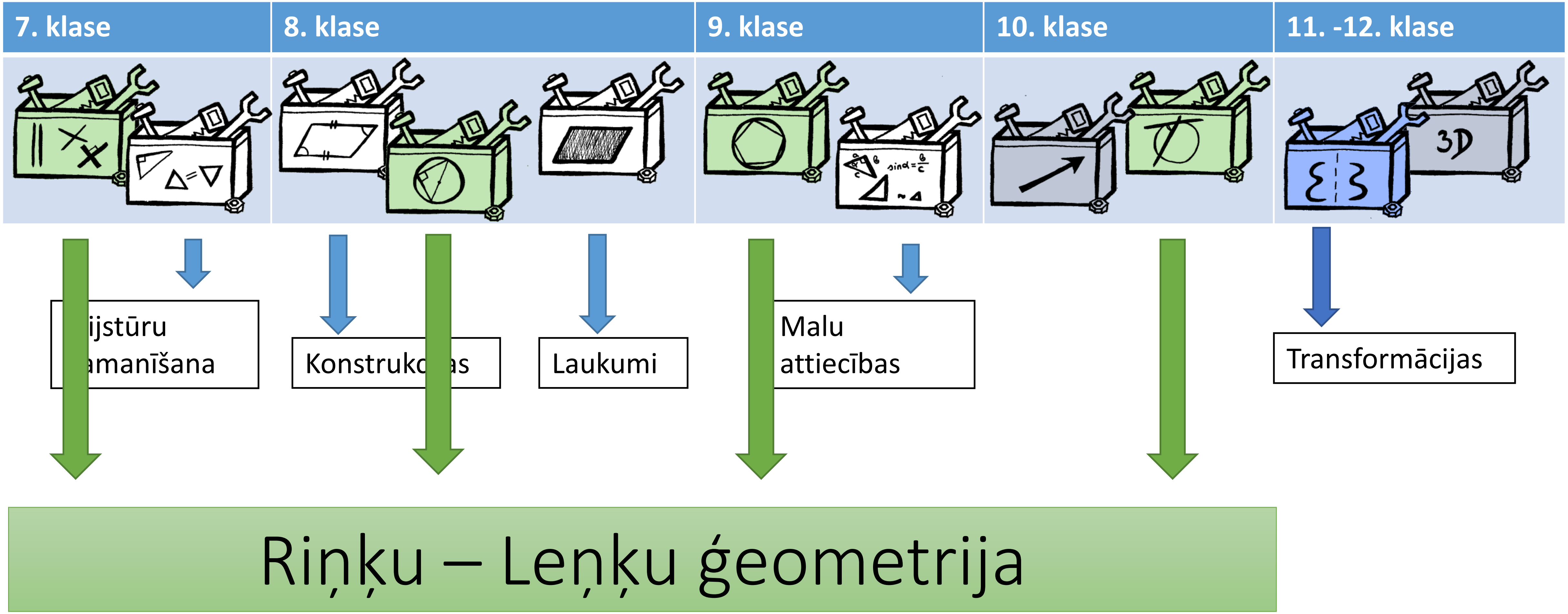
Konstrukcijas

Laukumi

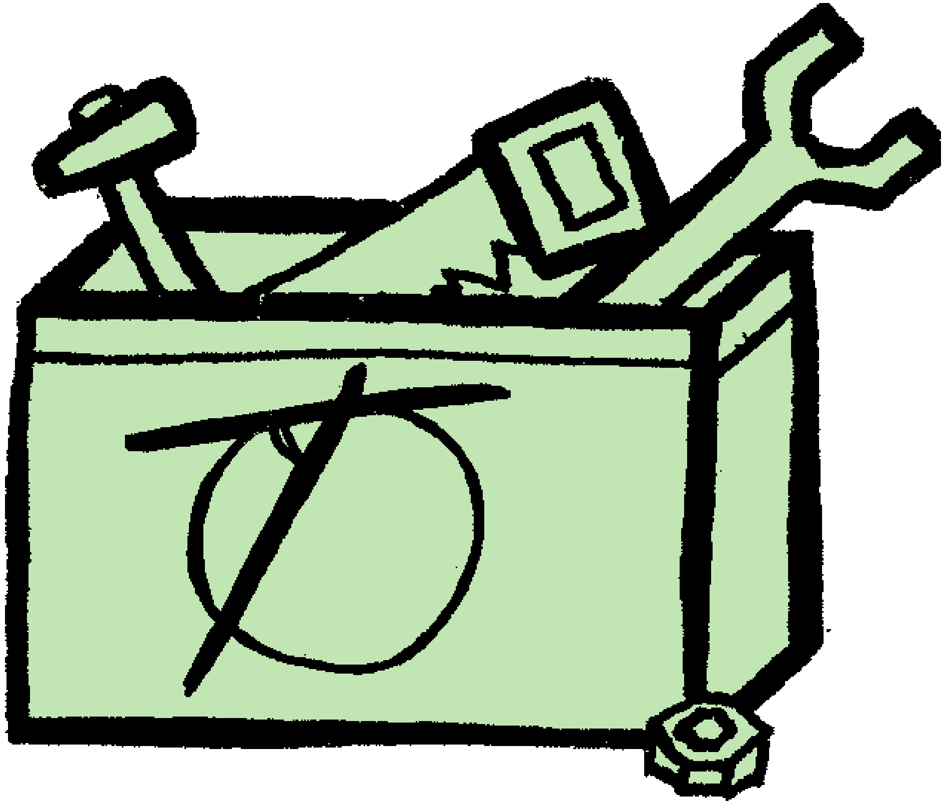
Malu attiecības

Transformācijas

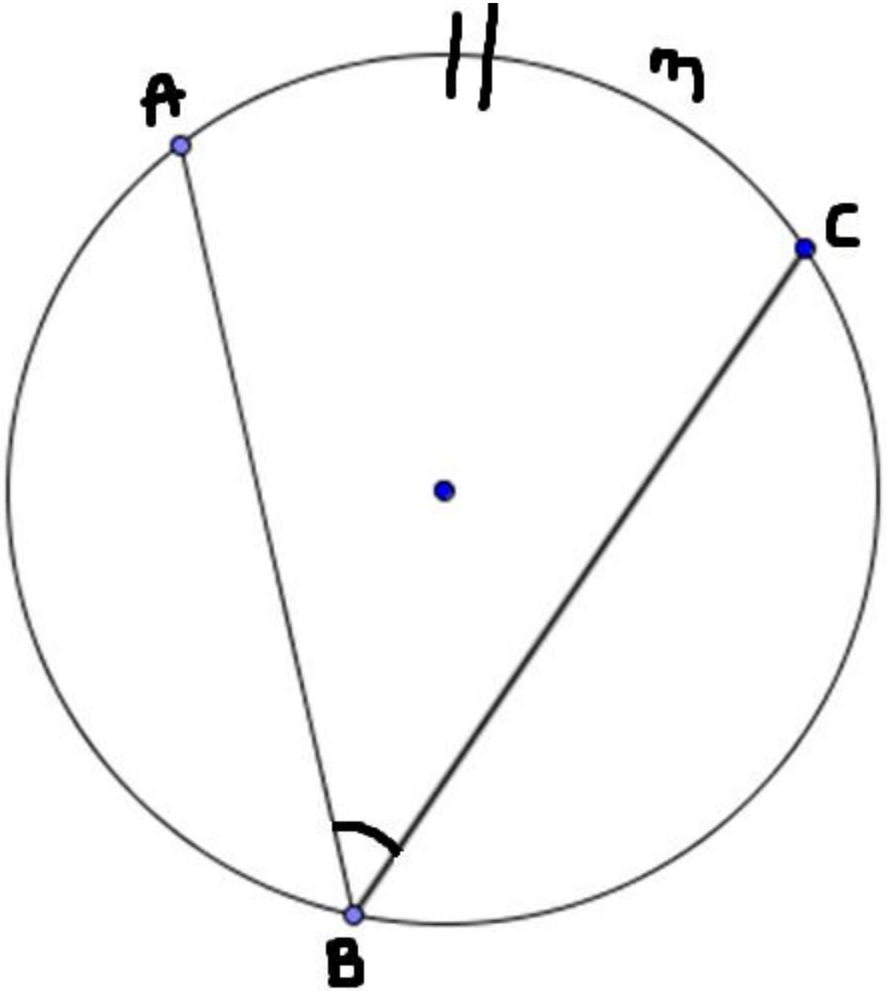
Uzdevumu klasifikācija



10. Klases «Darbarīku kaste»

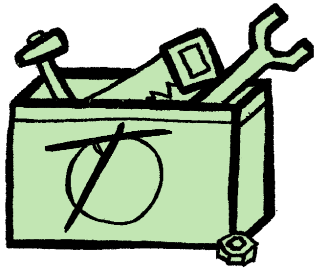


10. Klases «Darbarīku kaste»

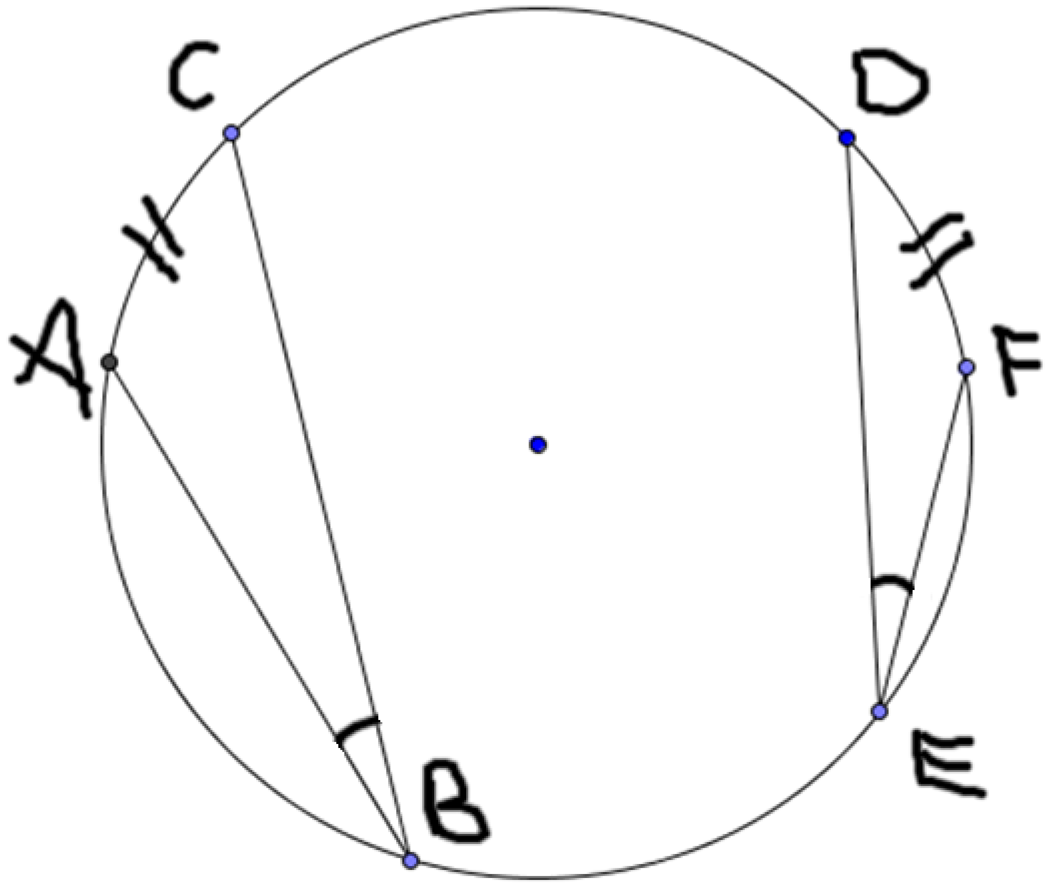


1. <u>Ievilktā leņķa īpašība</u>

$$\measuredangle ABC = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AmC}$$



10. Klases «Darbarīku kaste»



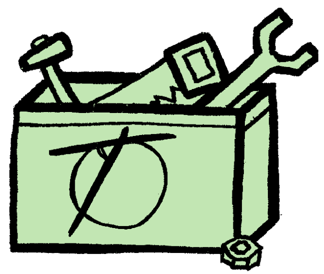
2. <u>Ievilktā leņķa īpašība</u>

Ja:

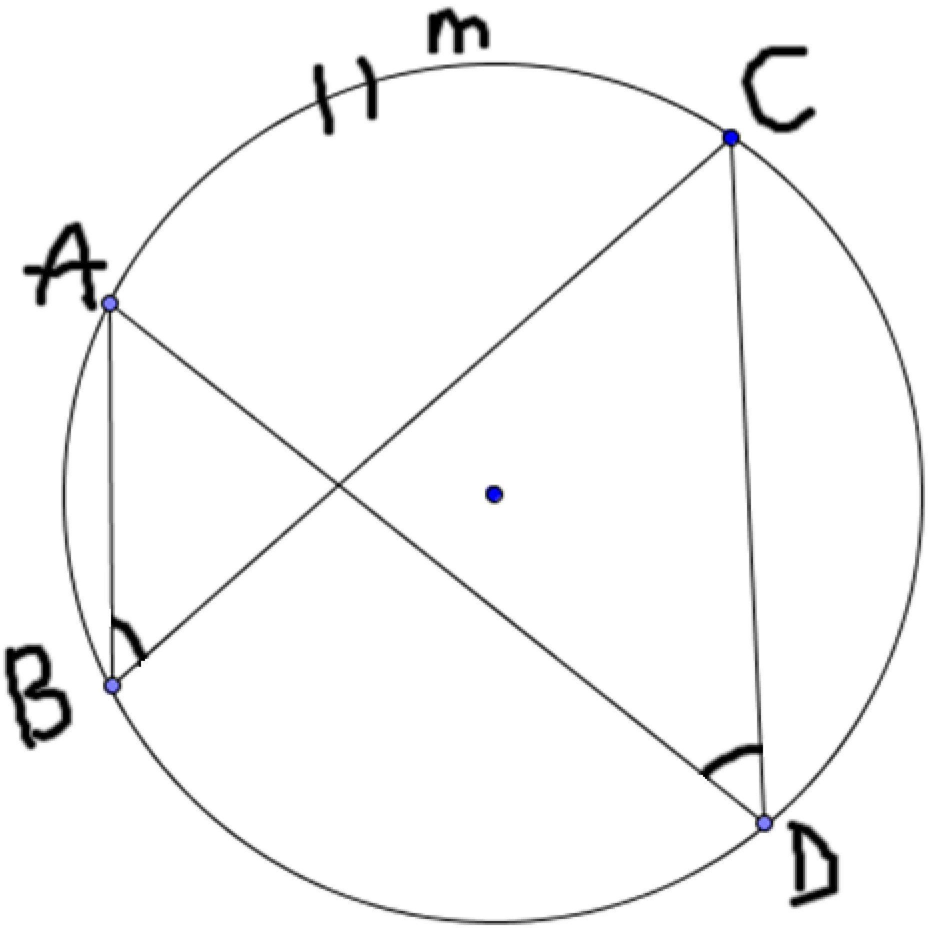
$$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{DF}$$

Tad:

$$\measuredangle ABC = \measuredangle DEF$$



10. Klases «Darbarīku kaste»



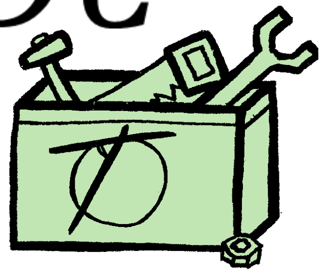
3. <u>Redzes loka leņķi</u>

Ja ievilkti leņķi balstās uz vienu un to pašu loku:

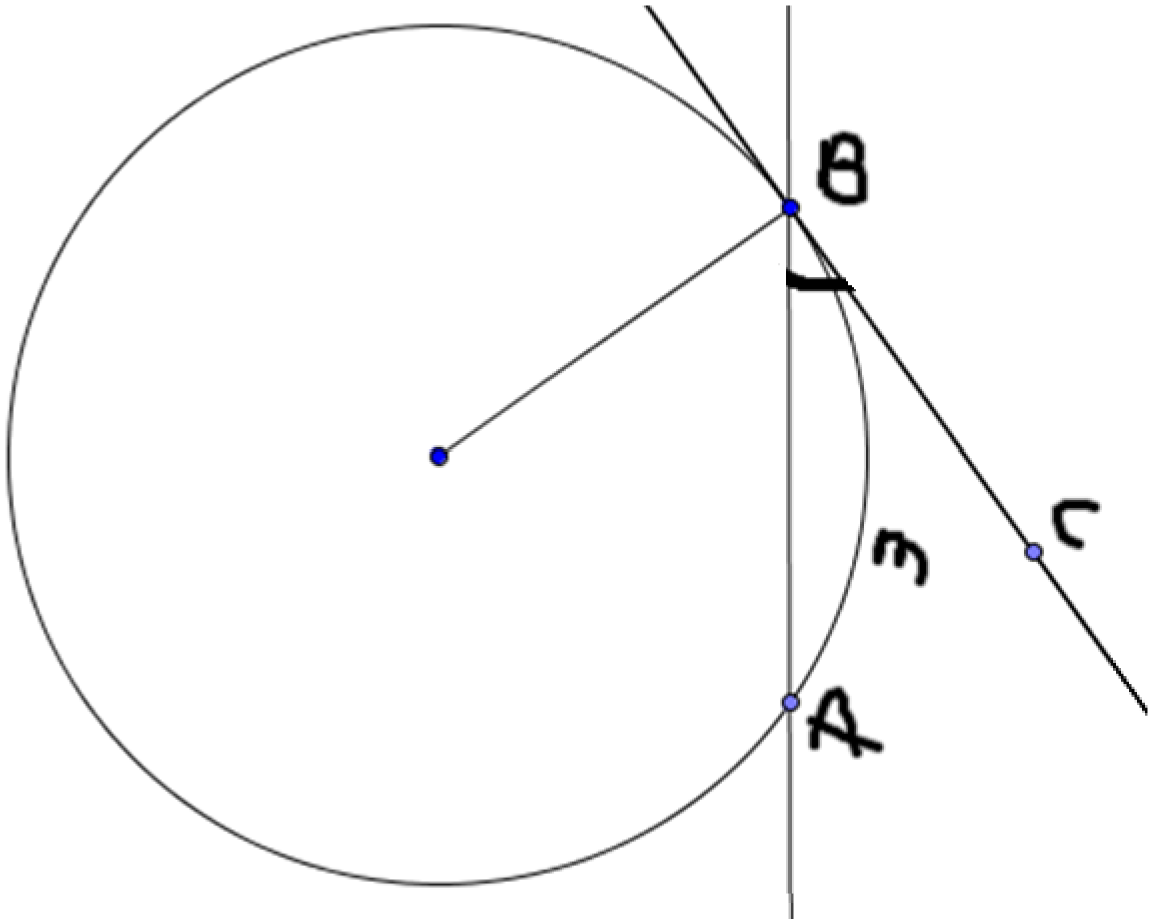
$$\overset{\frown}{AmC}$$

Tad leņķi, kas uz to balstās ir vienādi:

$$\measuredangle ABC = \measuredangle ADC$$



10. Klases «Darbarīku kaste»



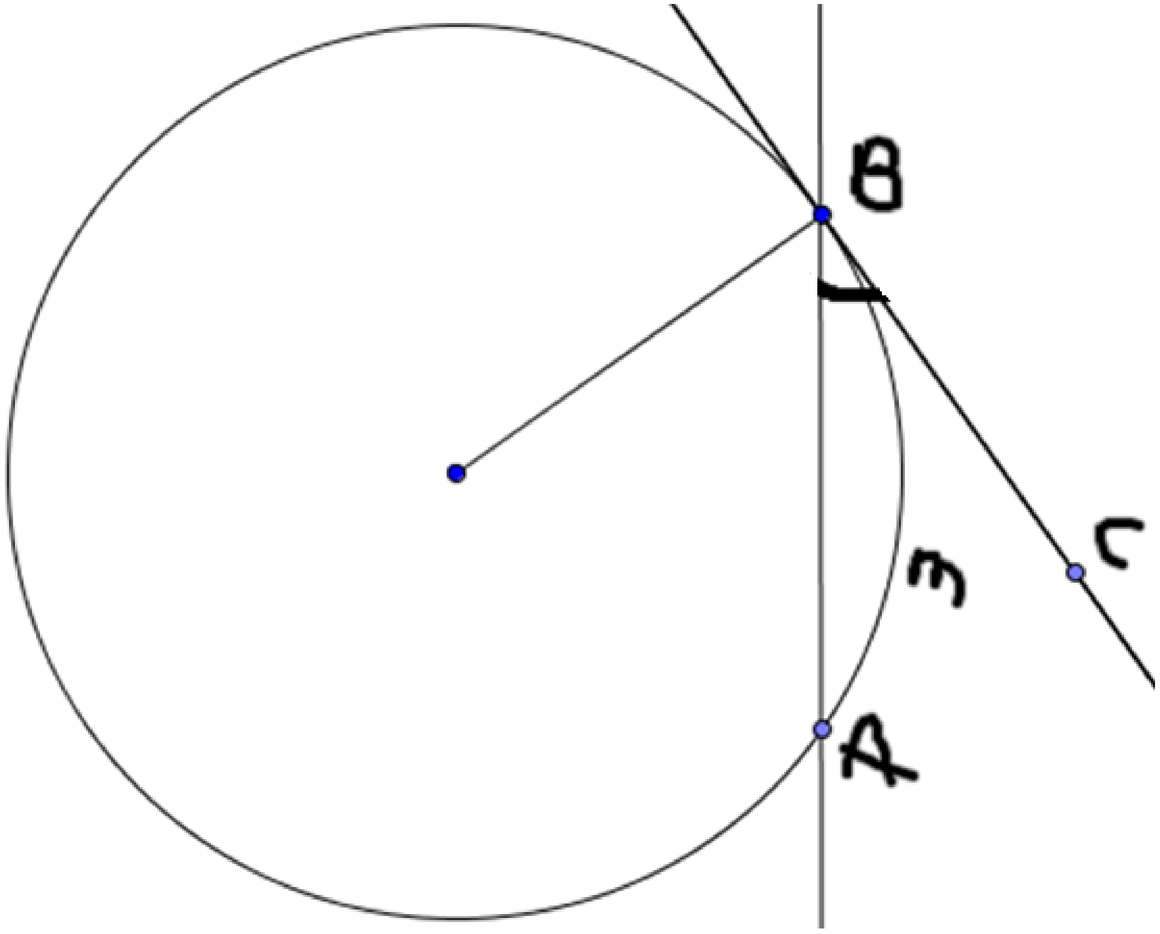
4. <u>Horda-pieskare leņķis</u>

Ja:

AB – horda

BC - pieskare

10. Klases «Darbarīku kaste»



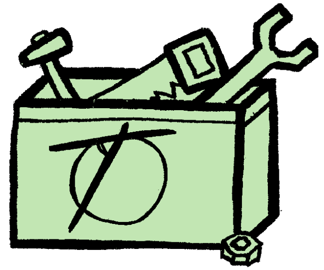
4. <u>Horda-pieskare leņķis</u>

Ja:

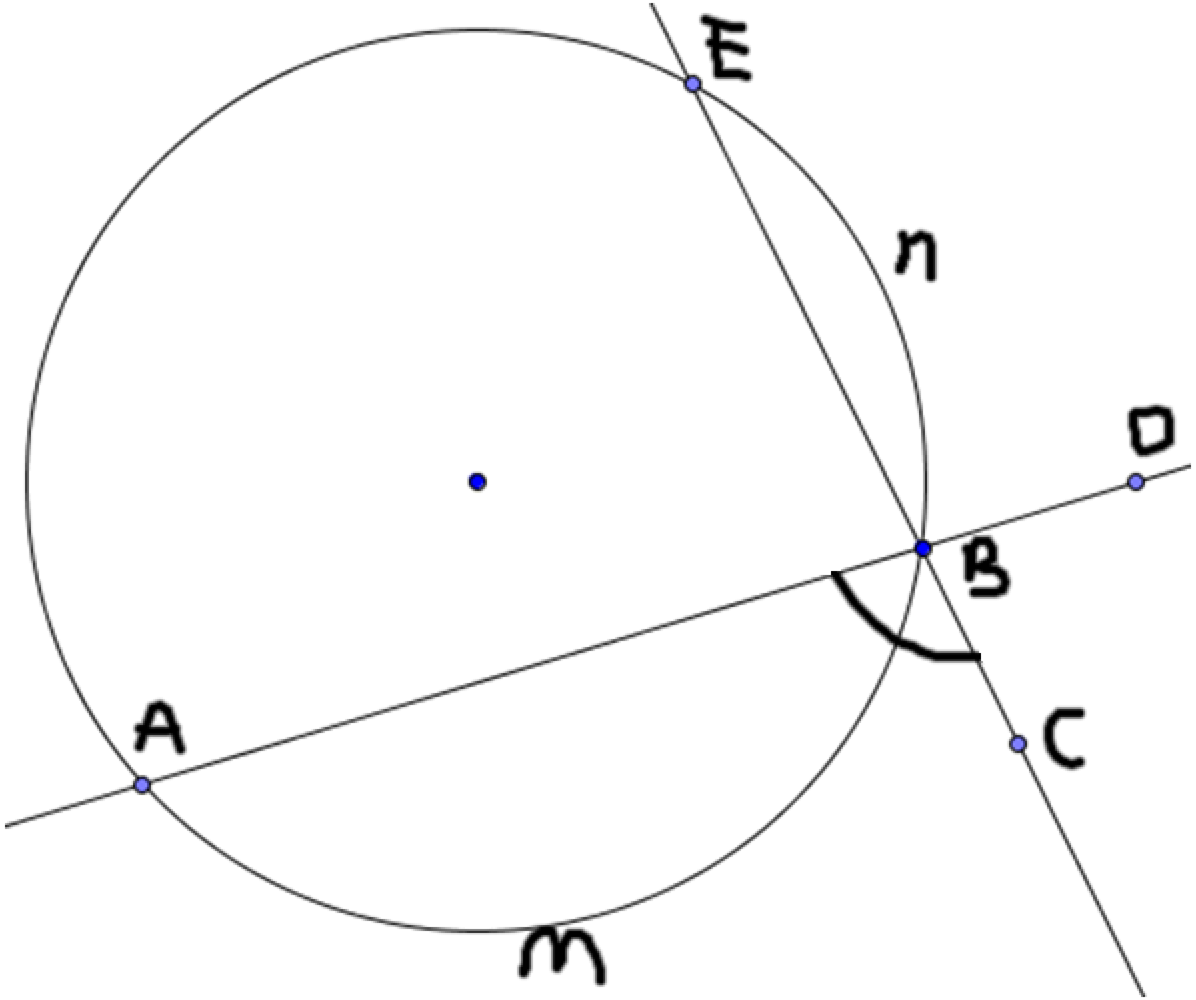
AB – horda

BC - pieskare

$$\measuredangle ABC = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AmB}$$

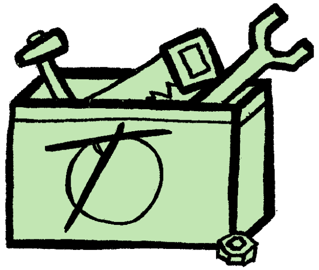


10. Klases «Darbarīku kaste»

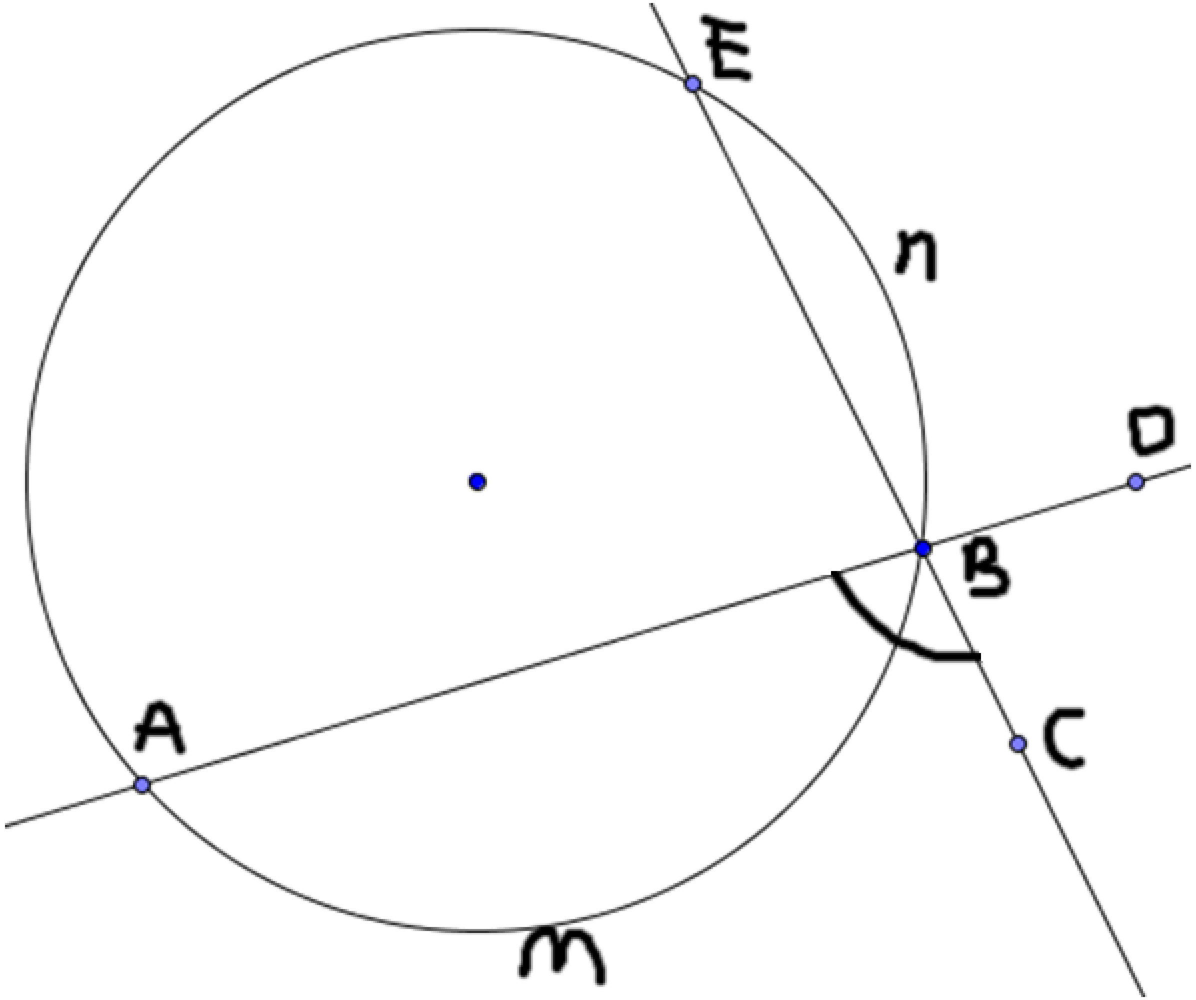


5*. <u>Mana teorēma</u>

- Nav skolā mācīta, tāpēc olimpiādē tā būs jāpierāda!

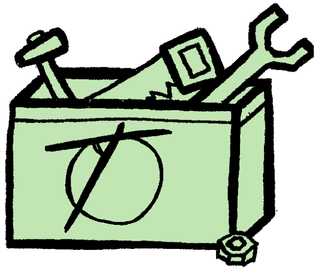


10. Klases «Darbarīku kaste»

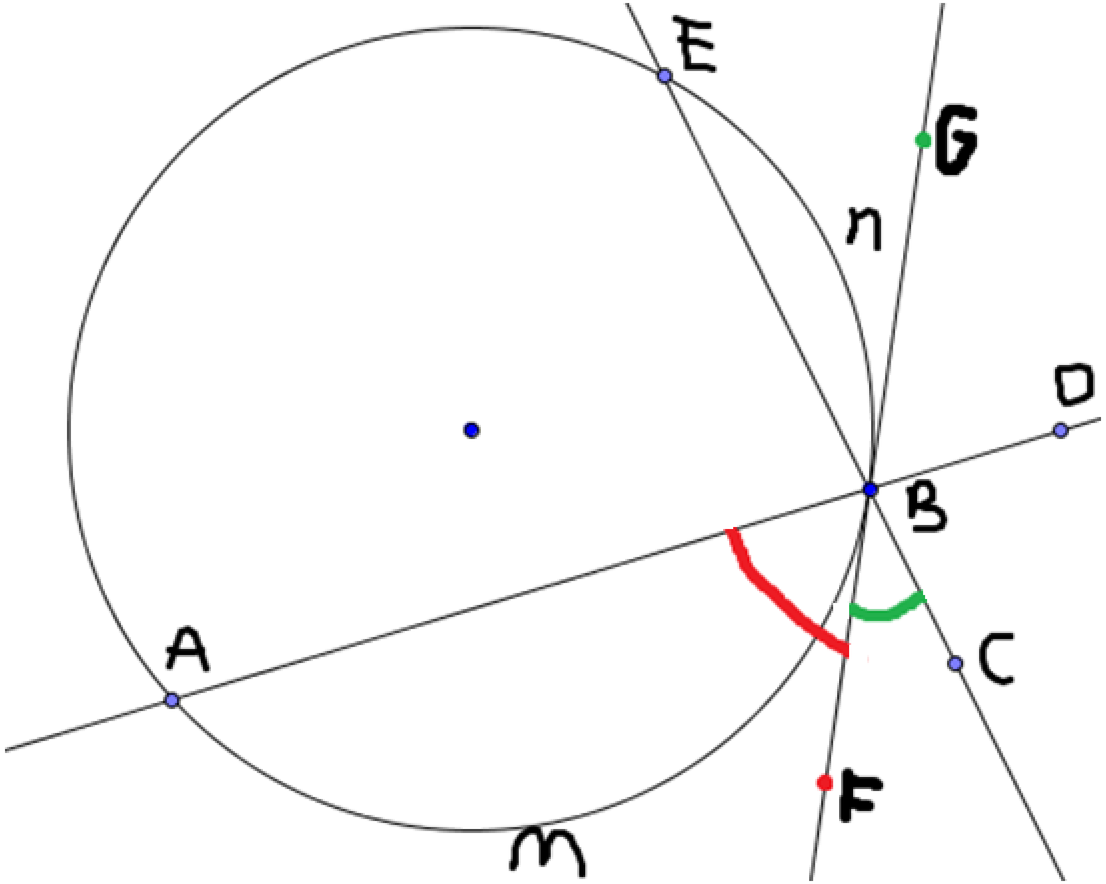


5*. Mana teorēma

$$\measuredangle ABC = \frac{1}{2}\left(\overset{\frown}{AmB} + \overset{\frown}{EnB}\right)$$



10. Klases «Darbarīku kaste»



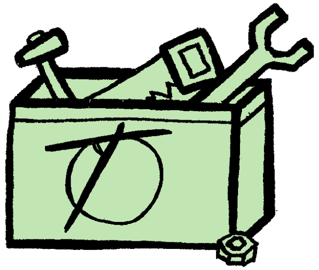
5*. <u>Mana teorēma</u>

Pierādījums:

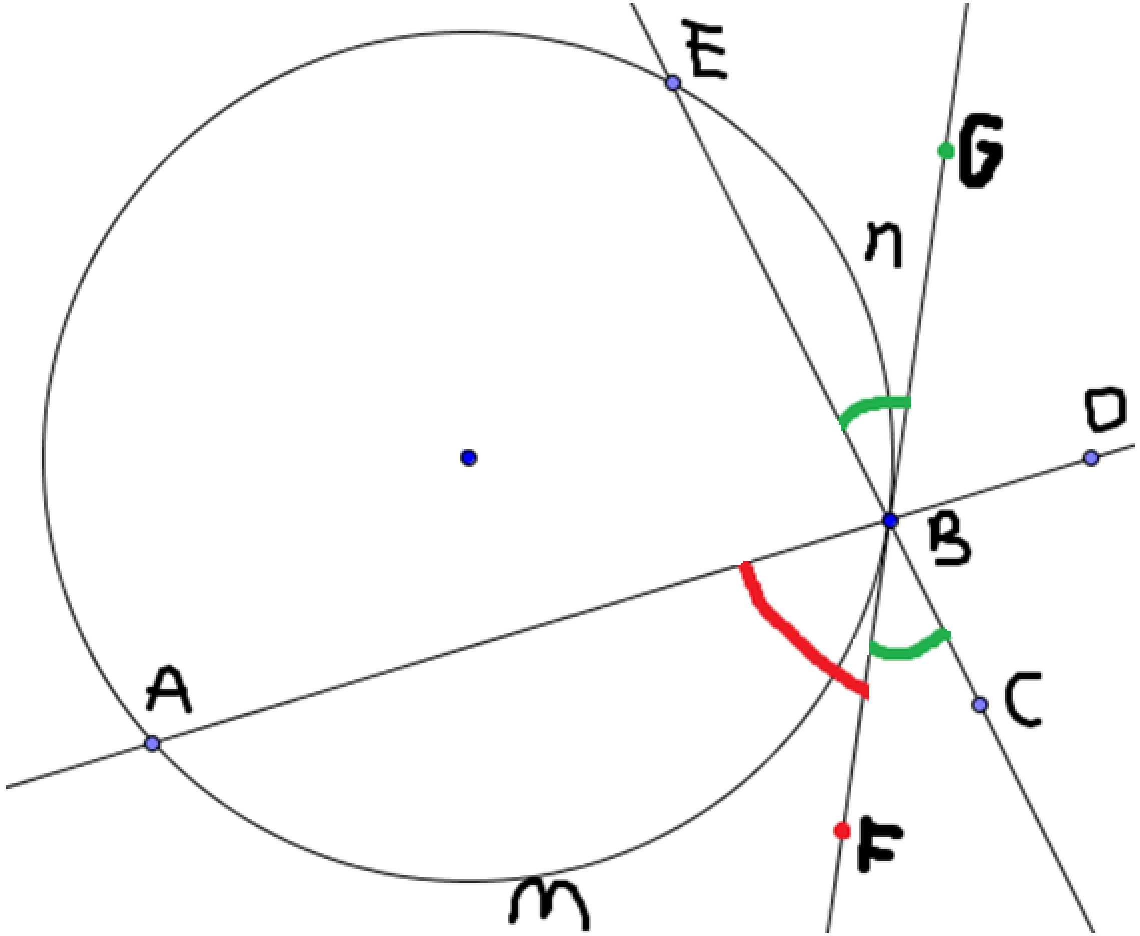
Novelk pieskari FG punktā B.

Vajadzīgais leņķis sastāv no diviem leņķiem – **sarkanā** (<ABF) un **zaļā** (<EBG).

$$\measuredangle \boldsymbol{ABF} = \frac{1}{2} \cdot (\overset{\frown}{AmB})$$



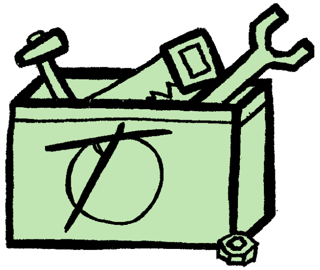
10. Klases «Darbarīku kaste»



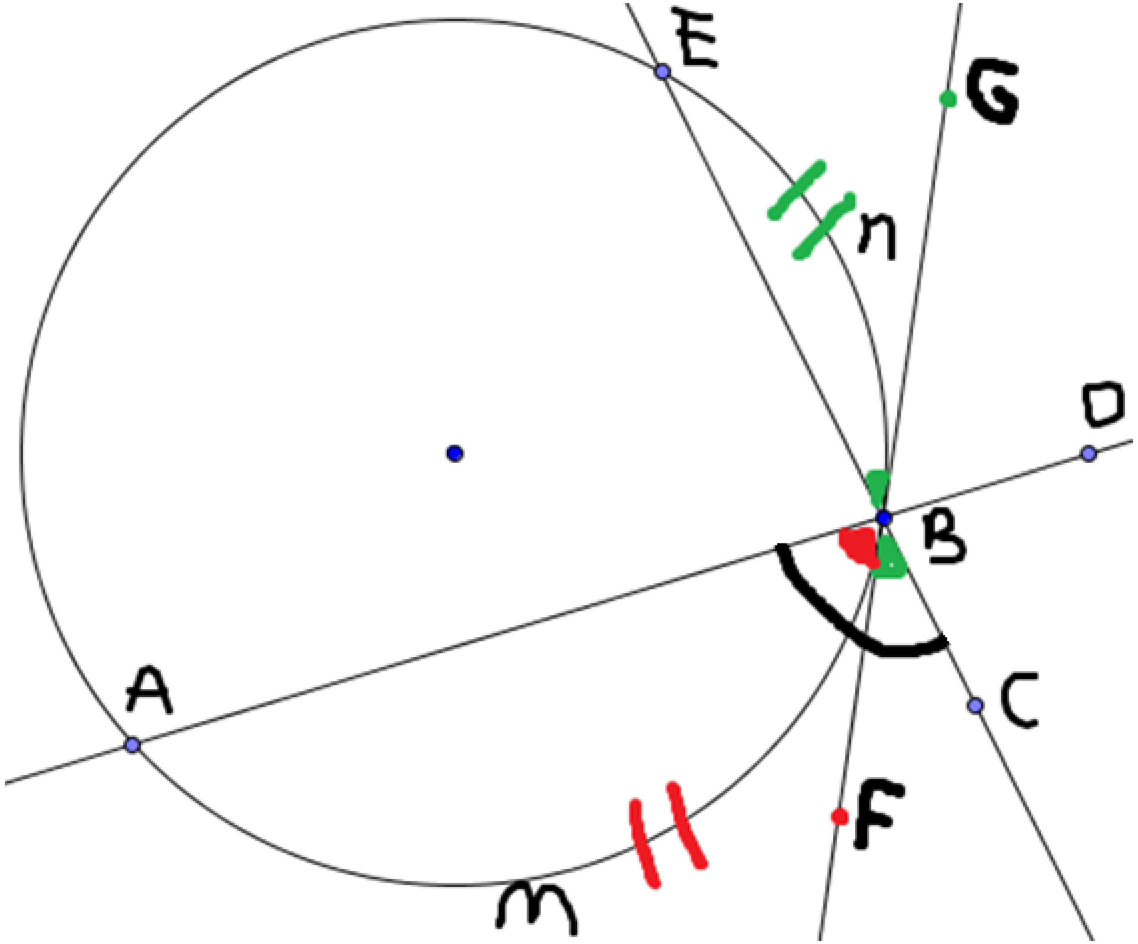
5*. Mana teorēma

$$\measuredangle \boldsymbol{EBG} = \measuredangle \boldsymbol{FBC}$$

$$\measuredangle \boldsymbol{EBG} = \frac{1}{2} \cdot (\overset{\frown}{EnB})$$



10. Klases «Darbarīku kaste»



5*. Mana teorēma

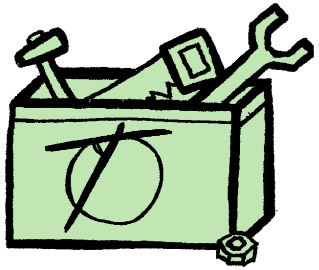
Saliksim iegūto kopā:

$$\color{green}{\measuredangle \boldsymbol{EBG}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\overset{\frown}{EnB}\right)$$

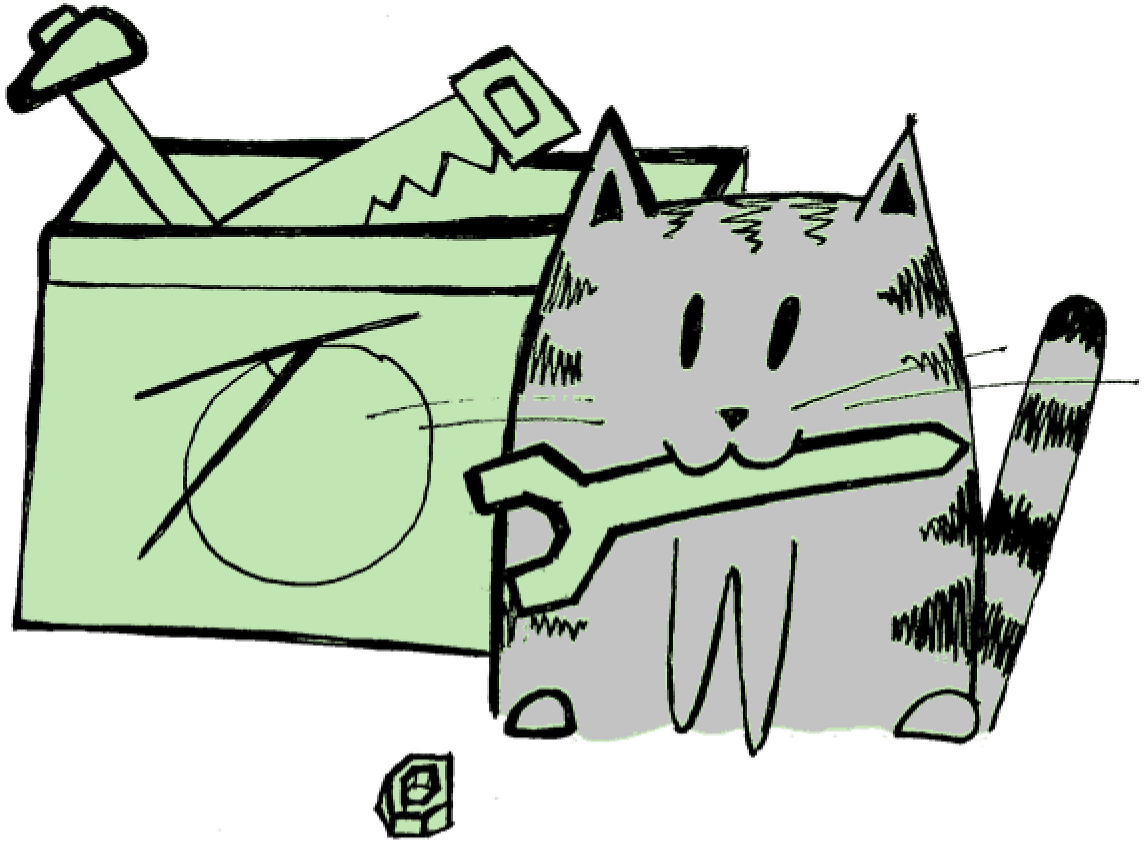
$$\color{red}{\measuredangle \boldsymbol{ABF}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\overset{\frown}{AmB}\right)$$

Jeb:

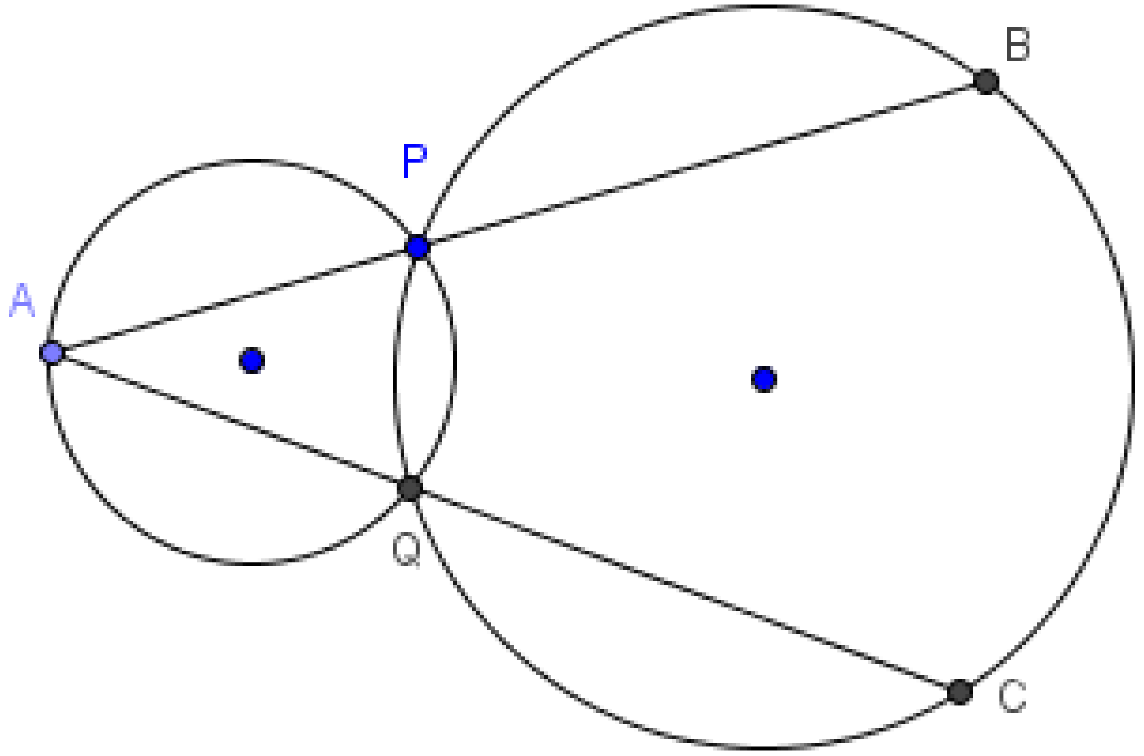
$$\measuredangle ABC = \frac{1}{2}\left(\color{red}{\overset{\frown}{\boldsymbol{AmB}}} + \color{green}{\overset{\frown}{\boldsymbol{EnB}}}\right)$$



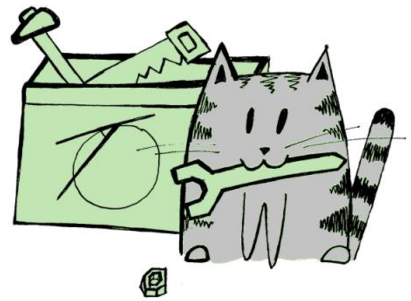
Kā pielietot «darba rīkus»?



Lietošanas «instrukcija»

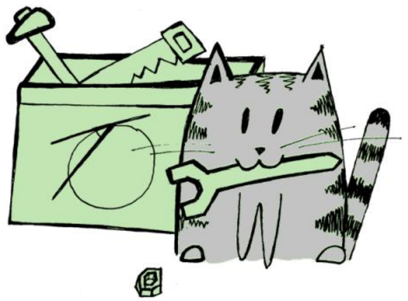


- **Uzdevums**:
  Divas riņķa līnijas krustojas punktos P un Q. No vienas riņķa līnijas punkta A novilktas sekantes AP un AQ, kas krusto riņķa līniju punktos B un C.
- **Jāpierāda**:
  Taisne BC ir paralēla pirmās riņķa līnijas pieskarei punktā A.

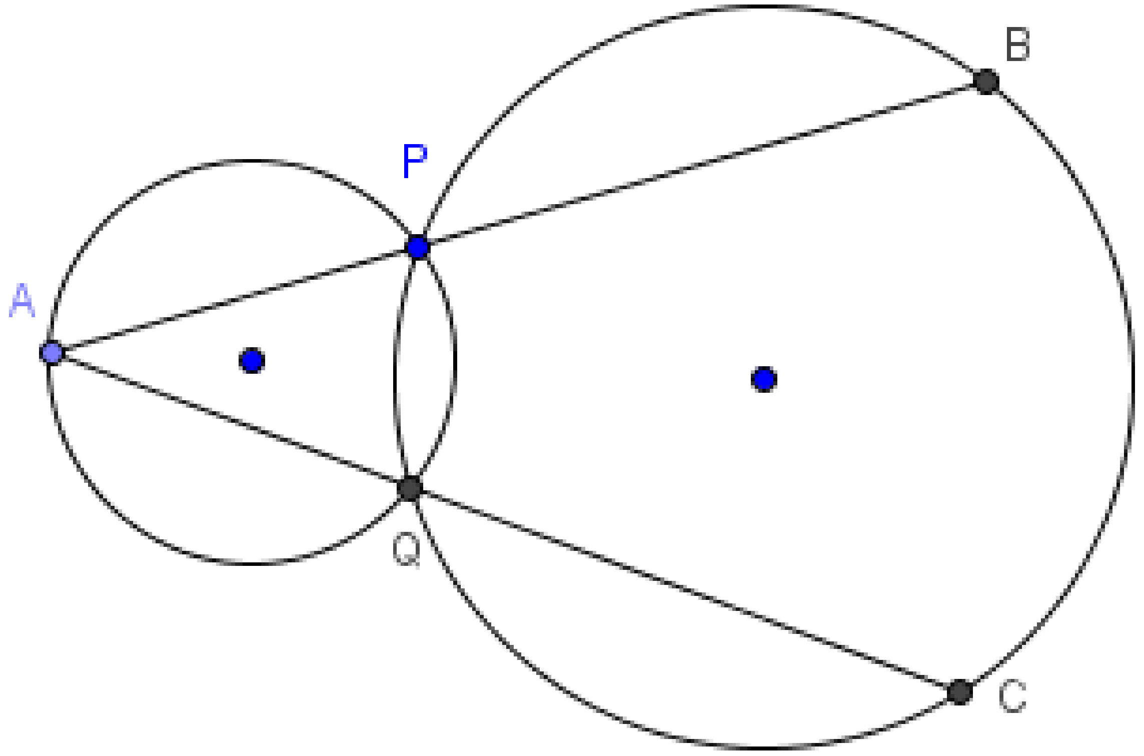


Lietošanas «instrukcija»

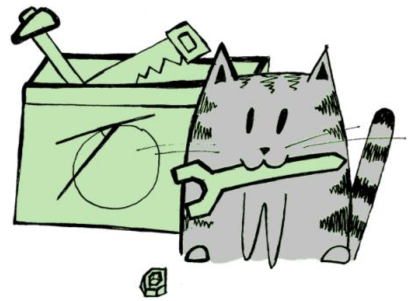
1. Ko man dod tas, ko es uzzīmēju?



Lietošanas «instrukcija»

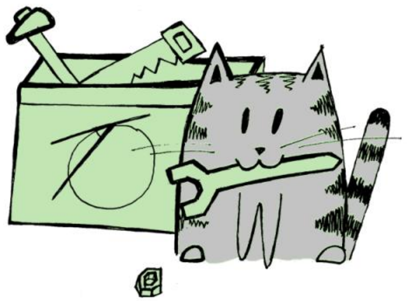


- **Uzdevums**:
  Divas riņķa līnijas krustojas punktos P un Q. No vienas riņķa līnijas punkta A novilktas sekantes AP un AQ, kas krusto riņķa līniju punktos B un C.
- **Jāpierāda**:
  Taisne BC ir paralēla pirmās riņķa līnijas pieskarei punktā A.

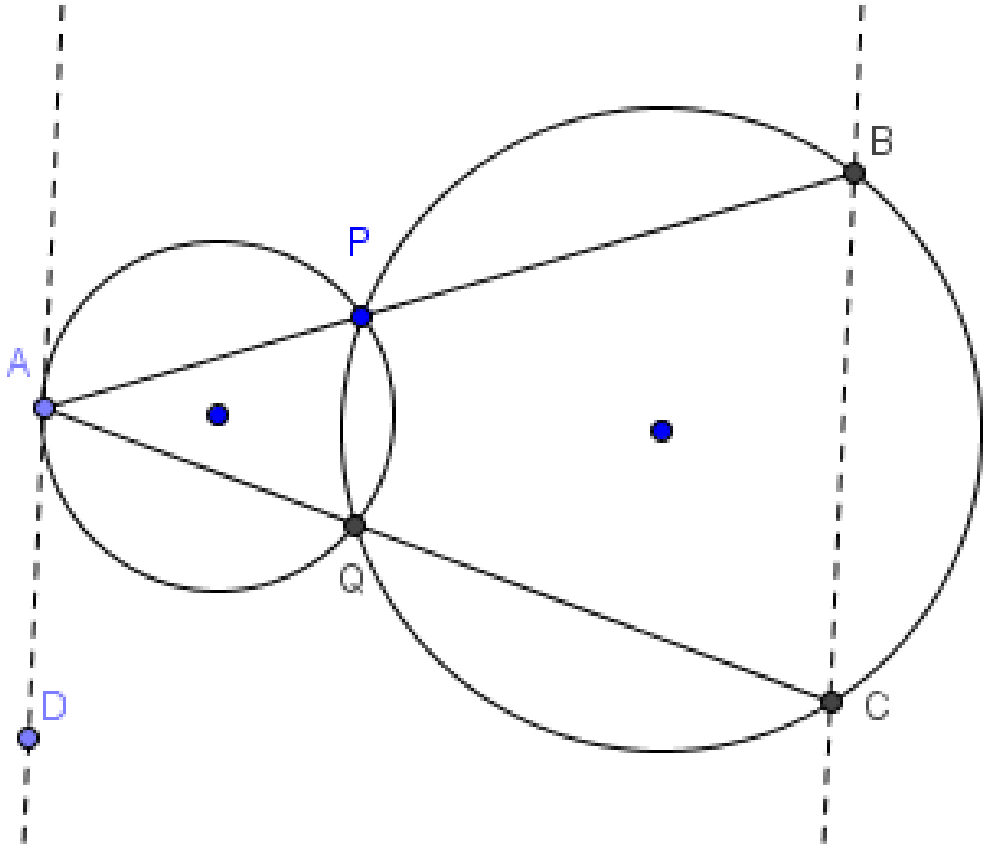


Lietošanas «instrukcija»

1. Ko man dod tas, ko es uzzīmēju?
2. Kas man ir jāatrod, lai izpildītos prasītais?

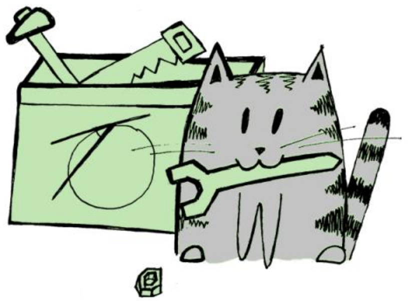


Lietošanas «instrukcija»

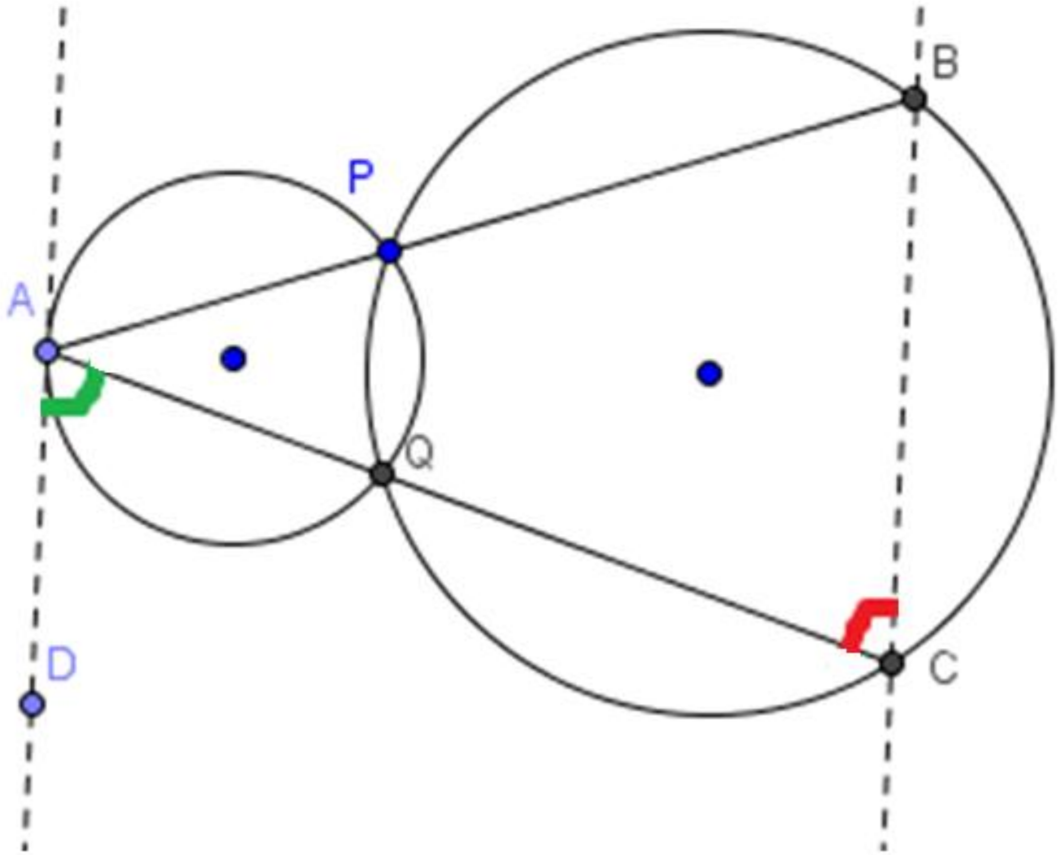


- **Jāpierāda**:
  Taisne BC ir paralēla pirmās riņķa līnijas pieskarei punktā A.

- Kad AD || BC ?



Lietošanas «instrukcija»

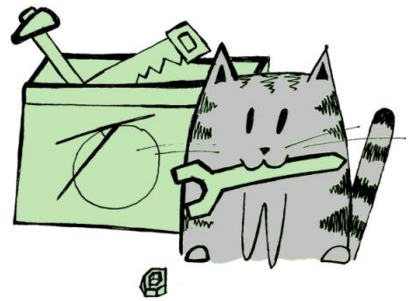


- **Jāpierāda**:
  Taisne BC ir paralēla pirmās riņķa līnijas pieskarei punktā A.

- Kad AD || BC ?

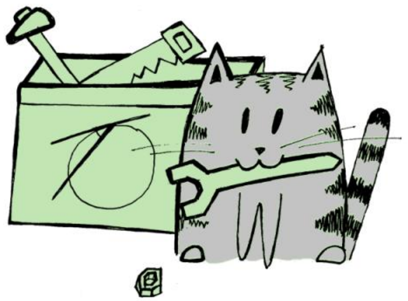
  Ja

$$\measuredangle QAD = \measuredangle ACB$$

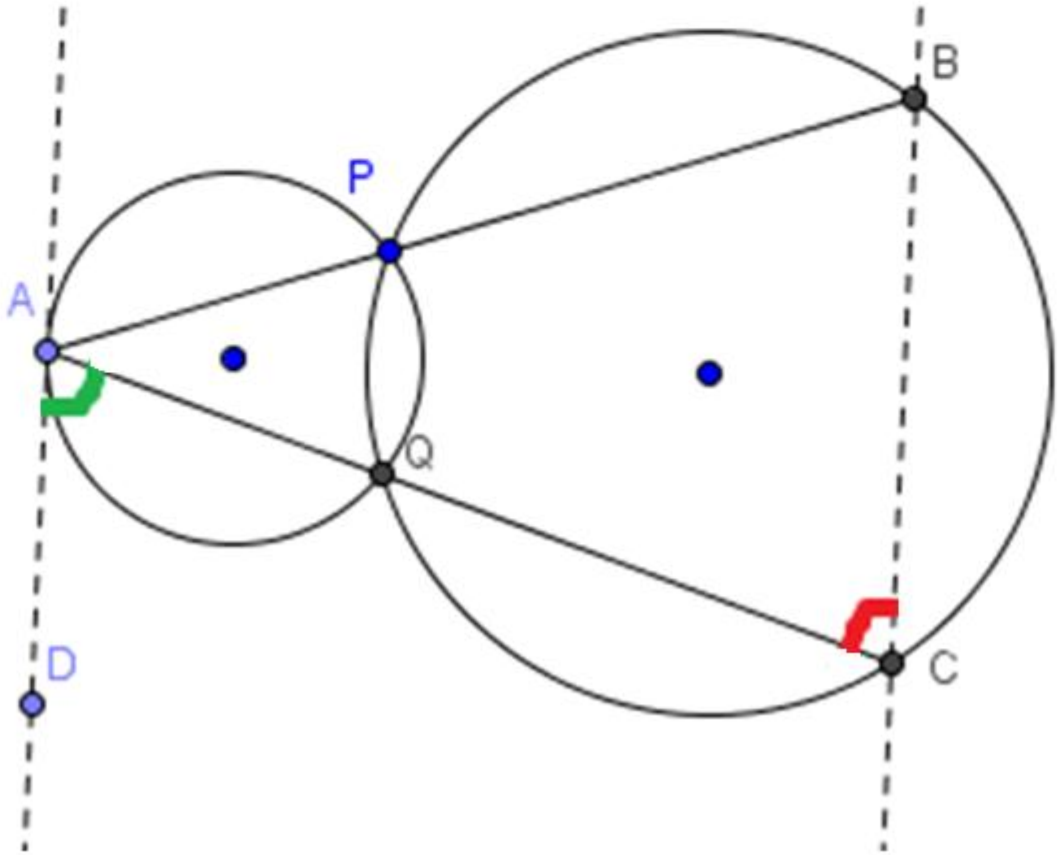


Lietošanas «instrukcija»

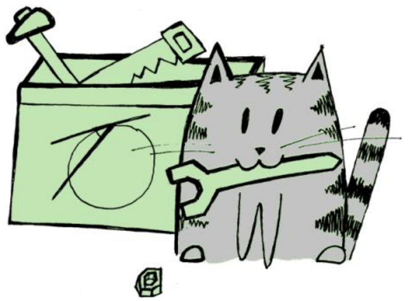
1. Ko man dod tas, ko es uzzīmēju?
2. Kas man ir jāatrod, lai izpildītos prasītais?
3. Kā lai savieno divas nesaistītas lietas?



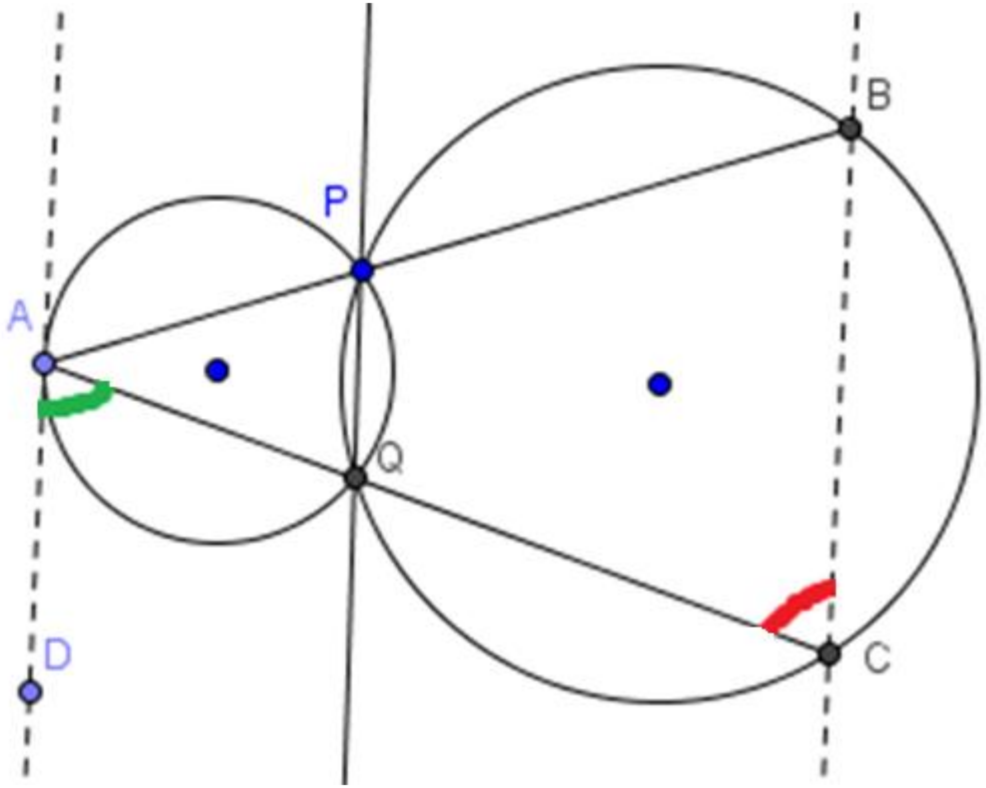
Lietošanas «instrukcija»



- Kā lai savieno leņķus, kas ir divās dažādās riņķa līnijās?

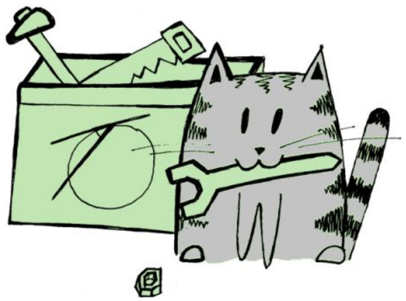


Lietošanas «instrukcija»



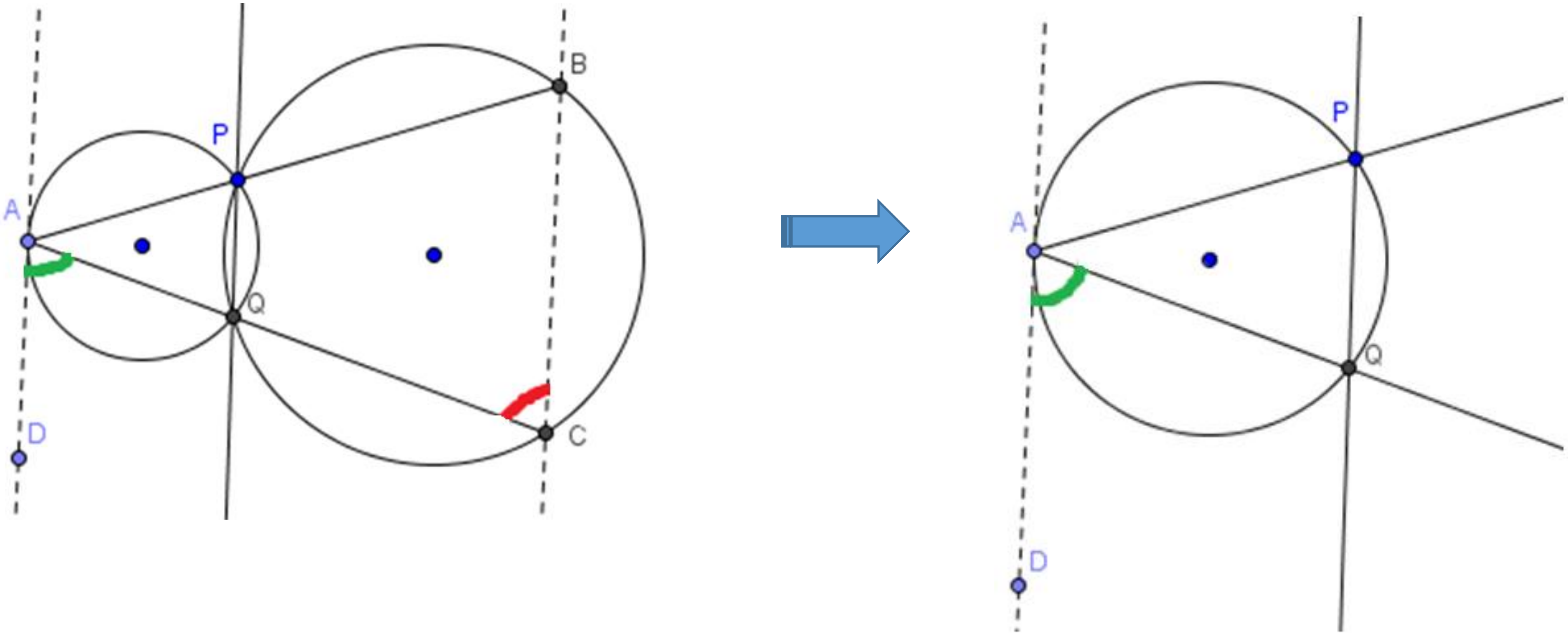
- Kā lai savieno leņķus, kas ir divās dažādās riņķa līnijās?

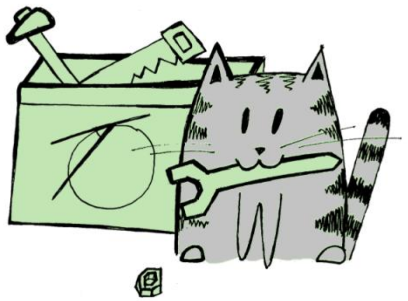
- Ar PQ.



Lietošanas «instrukcija»

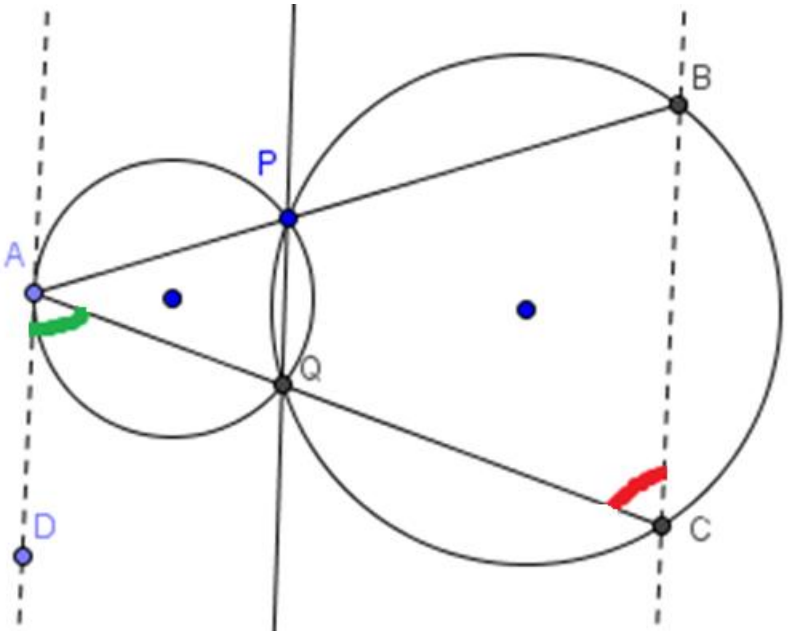
- Izpētīsim katru riņķi atsevišķi. 1. riņķī:

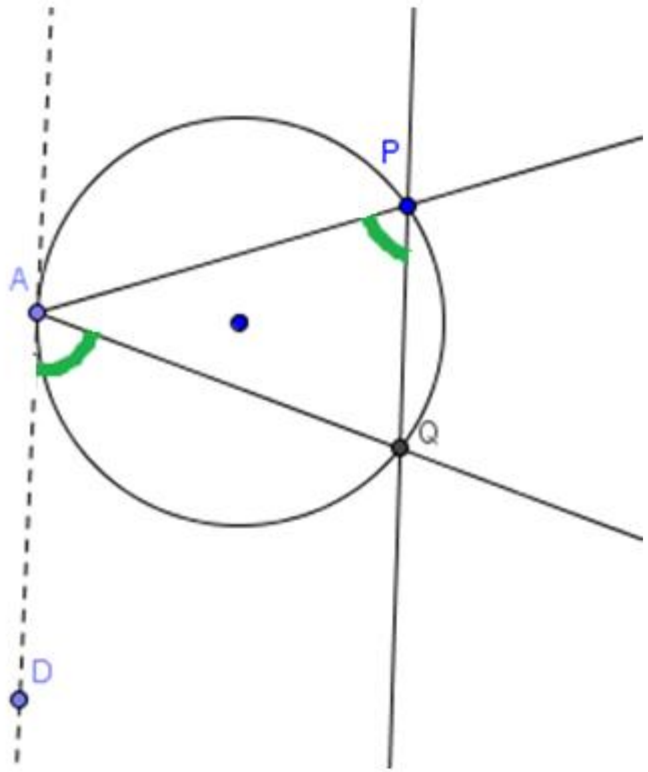


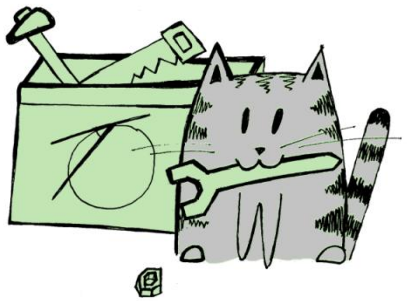


Lietošanas «instrukcija»

- Izpētīsim katru riņķi atsevišķi. 1. riņķī:

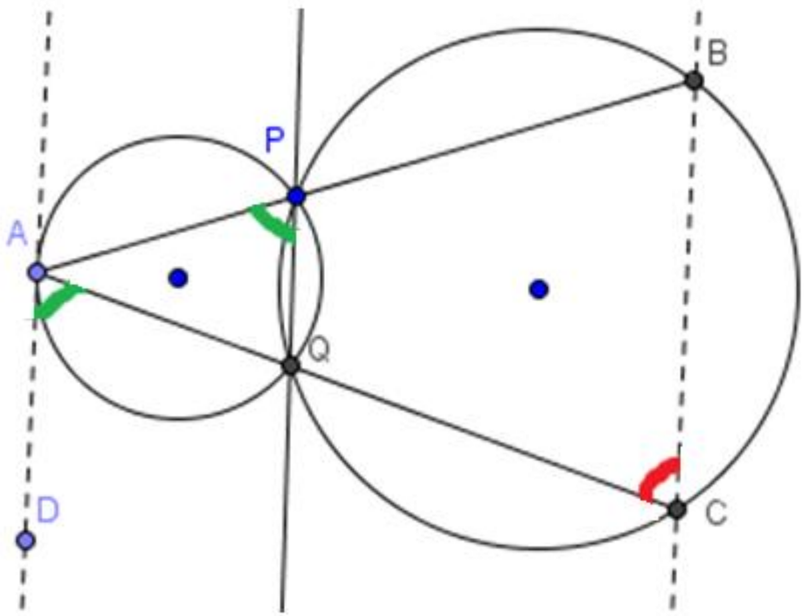


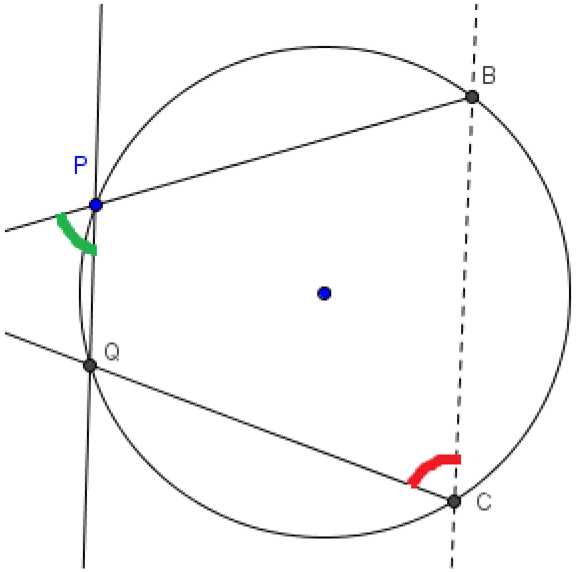


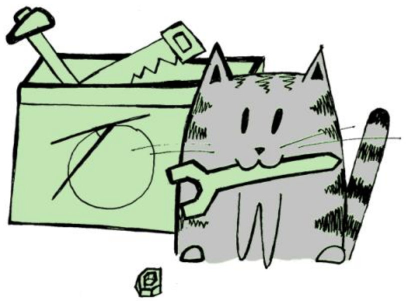


Lietošanas «instrukcija»

- Izpētīsim katru riņķi atsevišķi. 2. riņķī:

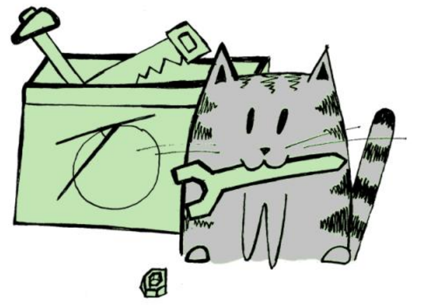






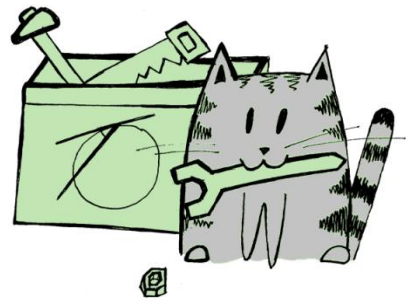
Lietošanas «instrukcija»

1. Ko man dod tas, ko es uzzīmēju?
2. Kas man ir jāatrod, lai izpildītos prasītais?
3. Kā lai savieno divas nesaistītas lietas?

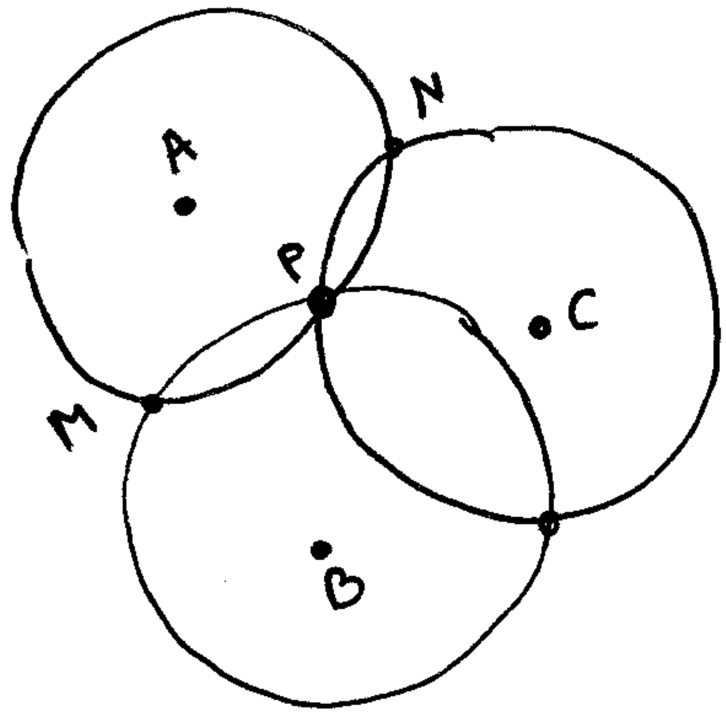


Lietošanas «instrukcija» II

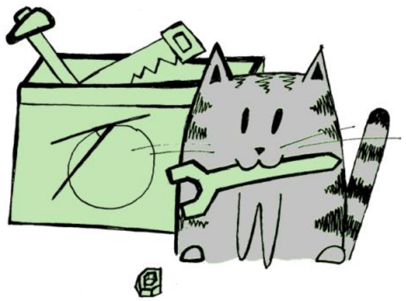
1. Ko man dod tas, ko es uzzīmēju?
2. Kas man ir jāatrod, lai izpildītos prasītais?
3. Kā lai savieno divas nesaistītas lietas?
4. Ko es varu ieraudzīt zīmējumā?



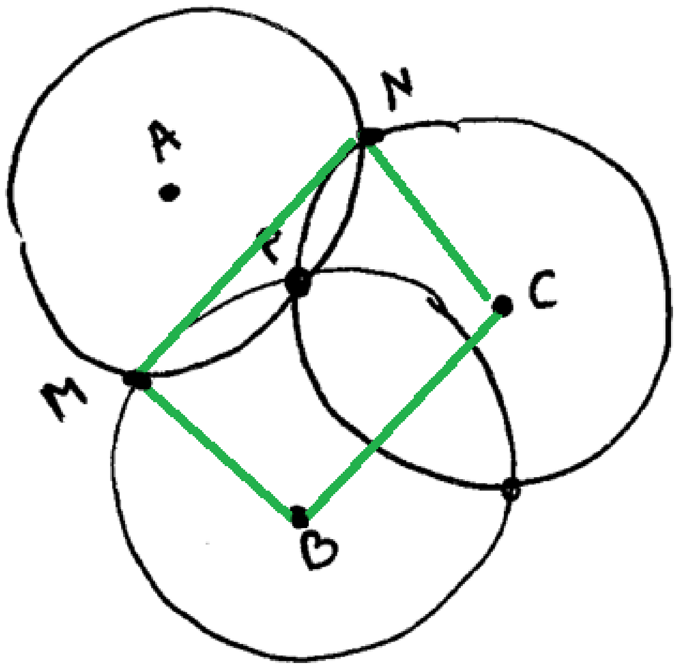
Lietošanas «instrukcija» II



- **Uzdevums**:
  Trīs vienādas riņķa līnijas krustojas punktā P. Apzīmējam riņķa līniju centrus un divus no pārējiem krustpunktiem kā zīmējumā.
- **Jāpierāda**:
  MNCB ir paralelograms.

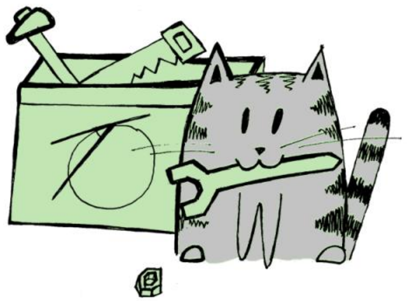


Lietošanas «instrukcija» II

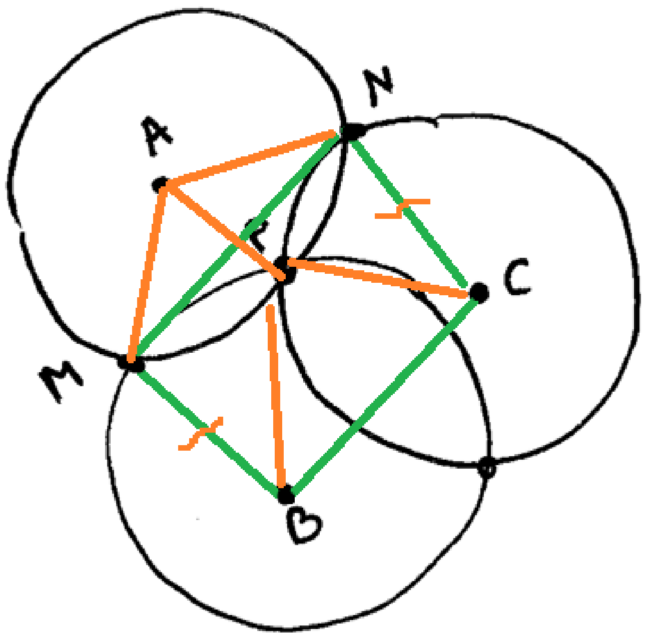


- **Jāpierāda**:
  MNCB ir paralelograms.

- Ko es vēl zinu?
- Vai uzzīmētā skice ir precīza?

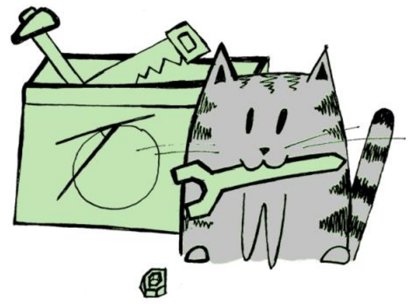


Lietošanas «instrukcija» II

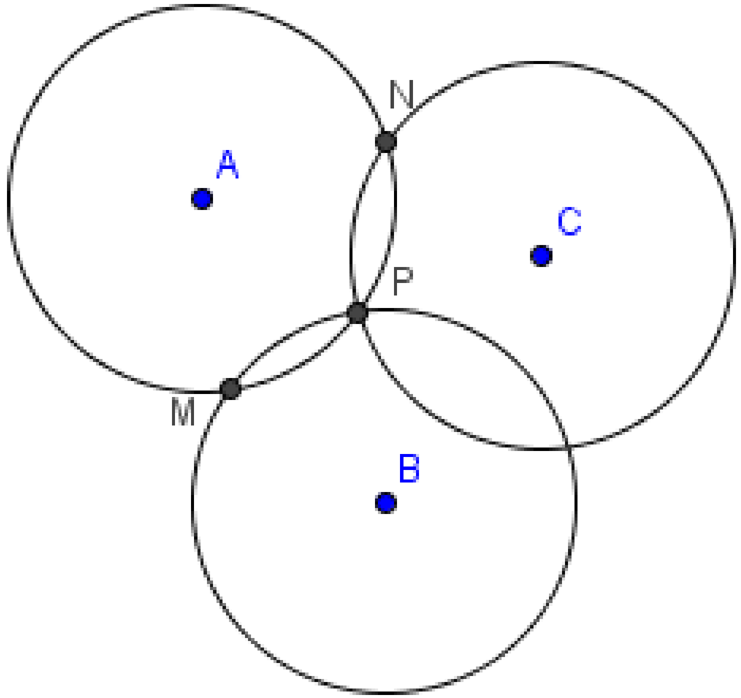


- **Jāpierāda**:
  MNCB ir paralelograms.

- Ko es vēl zinu?
  Vienādām riņķa līnijām vienādi rādiusi.



Lietošanas «instrukcija» II

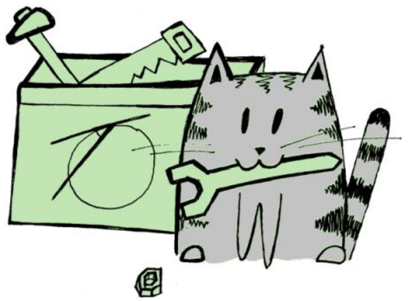


2. mēģinājums

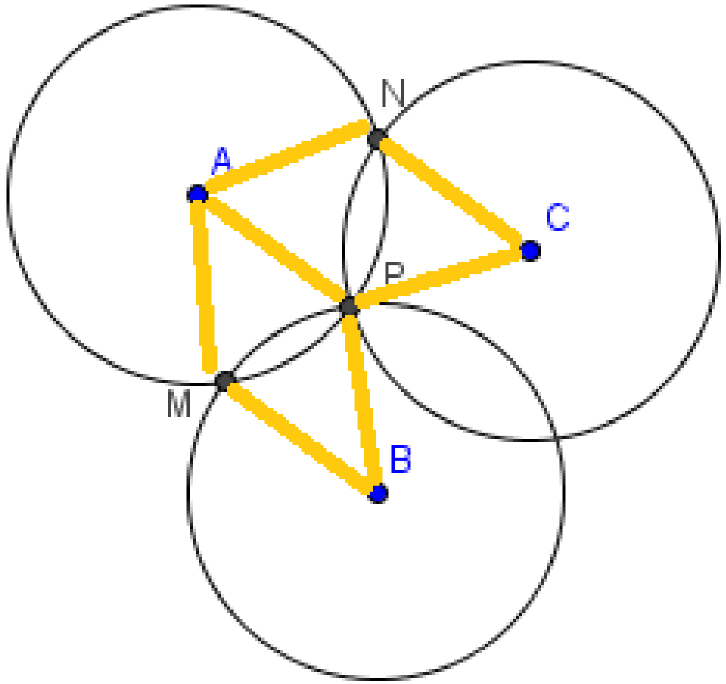
Kā palīdz precīzs zīmējums?

Vēl joprojām -

- **Jāpierāda**:
  MNCB ir paralelograms.



Lietošanas «instrukcija» II

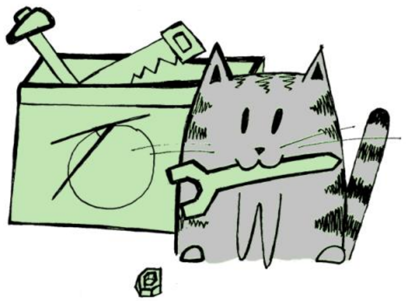


2. mēģinājums

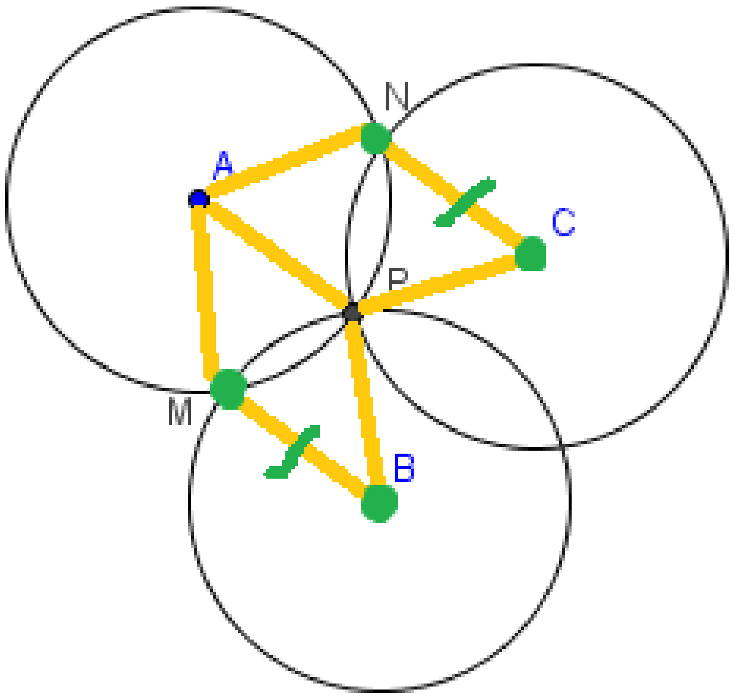
Romba pazīme:

- Visas malas vienādas.

Paralelograma pazīme:



Lietošanas «instrukcija» II



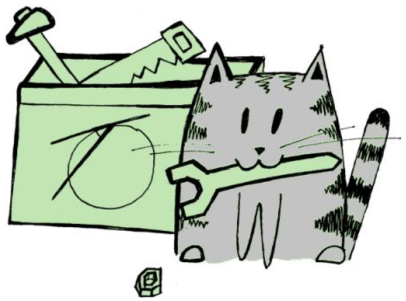
<u>2. mēģinājums</u>

Romba pazīme:

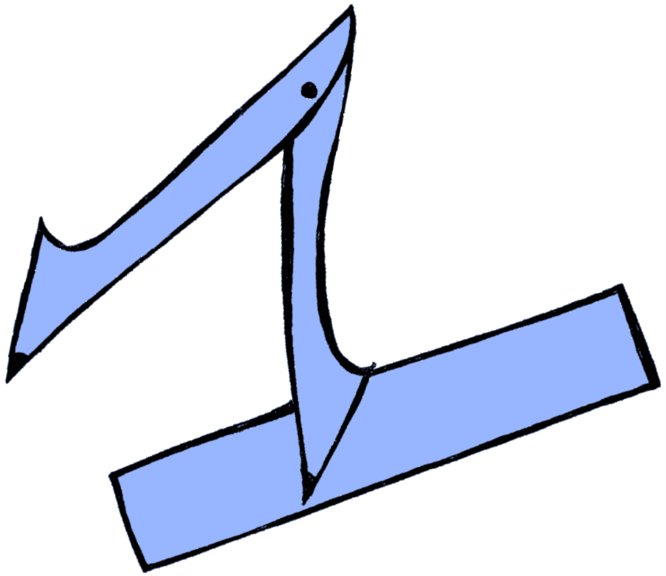
- Visas malas vienādas.

Paralelograma pazīme:

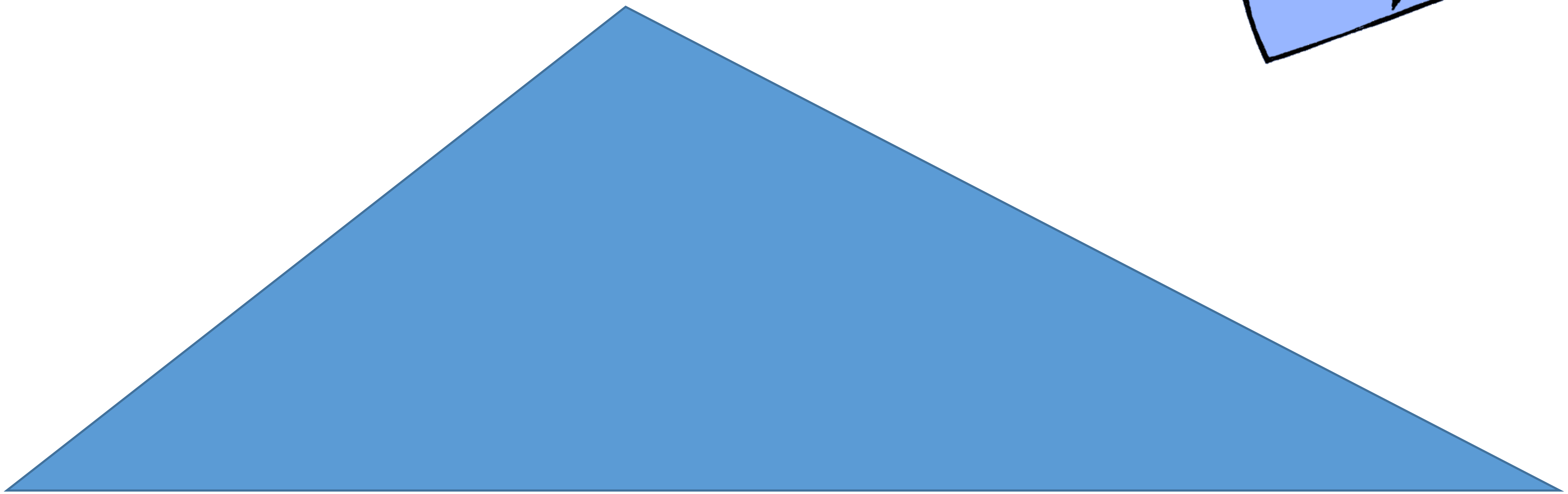
- Pretējās malas vienādas un paralēlas.



Praktiskie darbi II

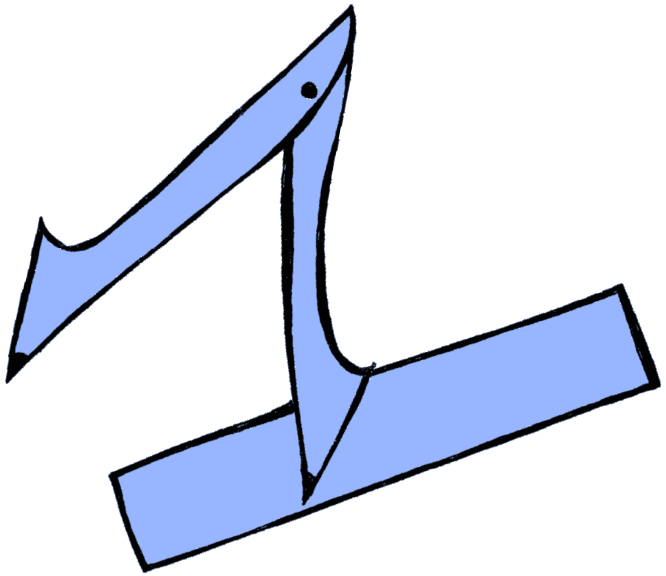


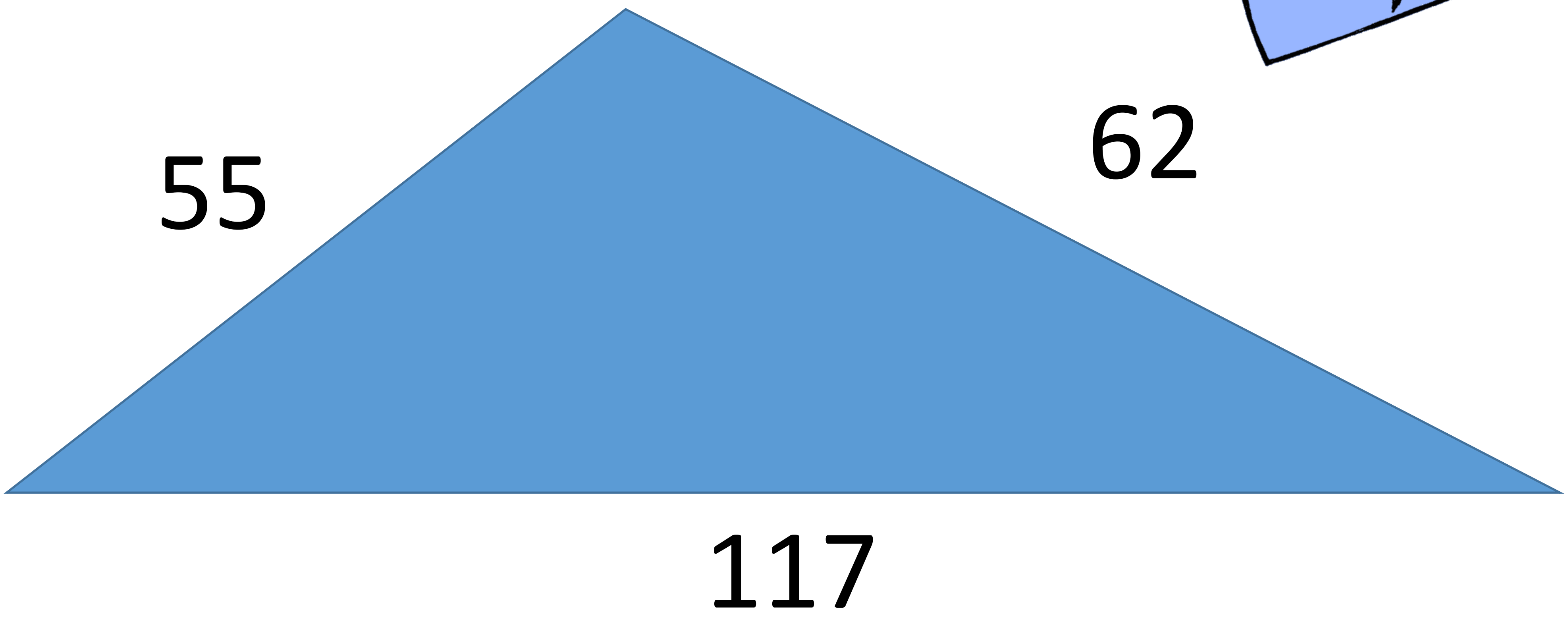
- Aprēķini trijstūra laukumu!



Praktiskie darbi II

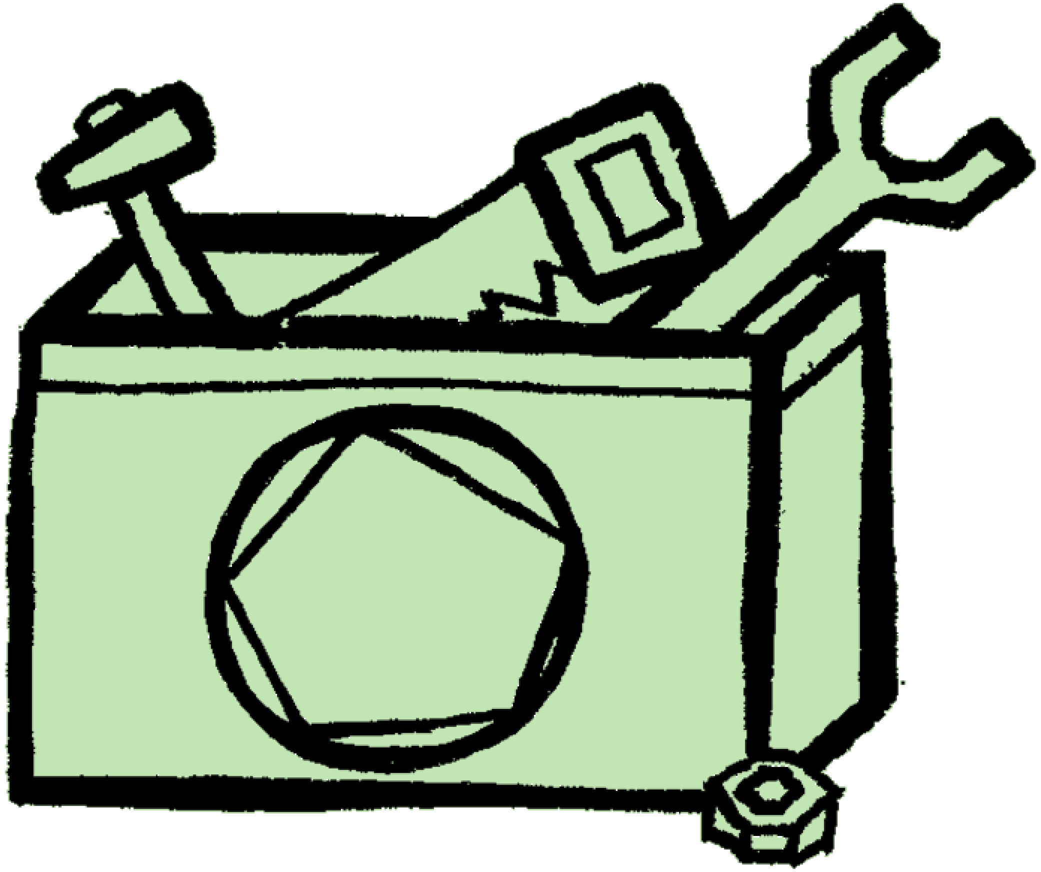
- Vai vari aprēķināt trijstūra laukumu?



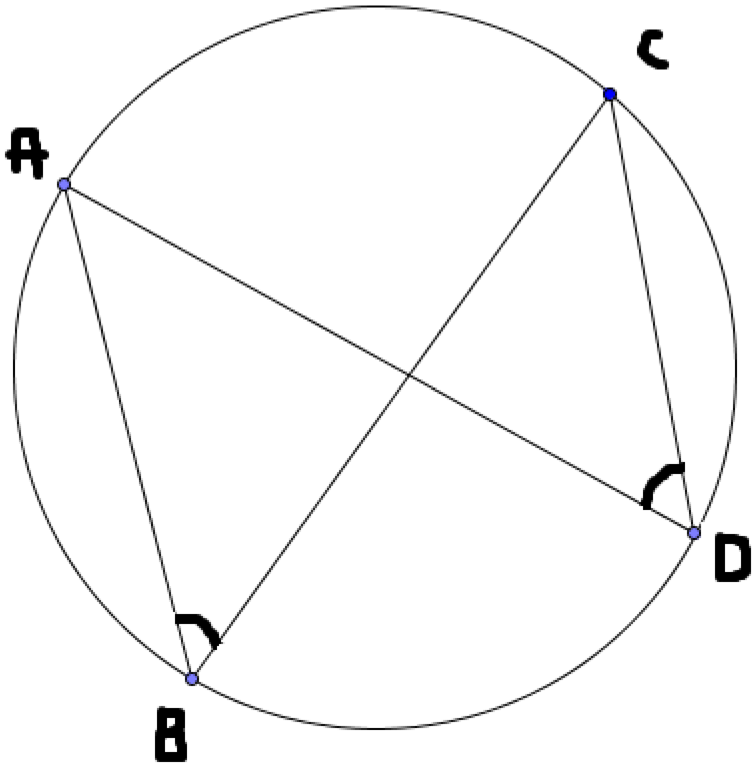


9. klases «Darbarīku kaste»

Divu nesavienojamu lietu savienošanai.



9. klases «Darbarīku kaste»



1. <u>Redzes loka leņķi</u>

Ja

$$\measuredangle ABC = \measuredangle ADC$$

tad ap punktiem

$$ABDC$$

var apvilkt riņķa līniju!

1. Redzes loka leņķi

Ja

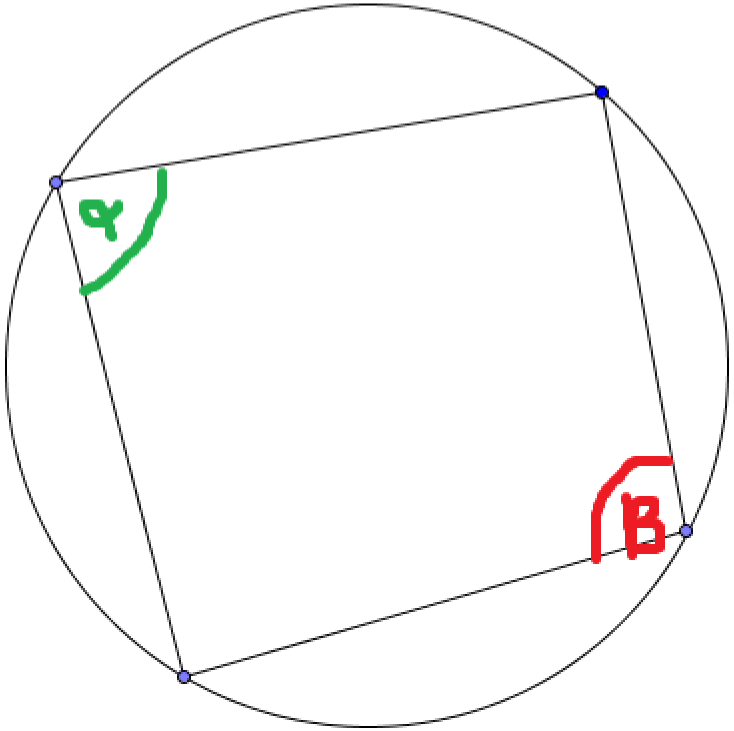
$$\measuredangle ABC = \measuredangle ADC$$

tad ap punktiem

$$ABDC$$

var apvilkt riņķa līniju!

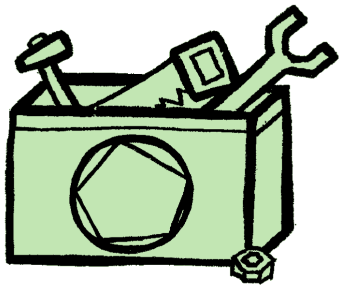
9. klases «Darbarīku kaste»



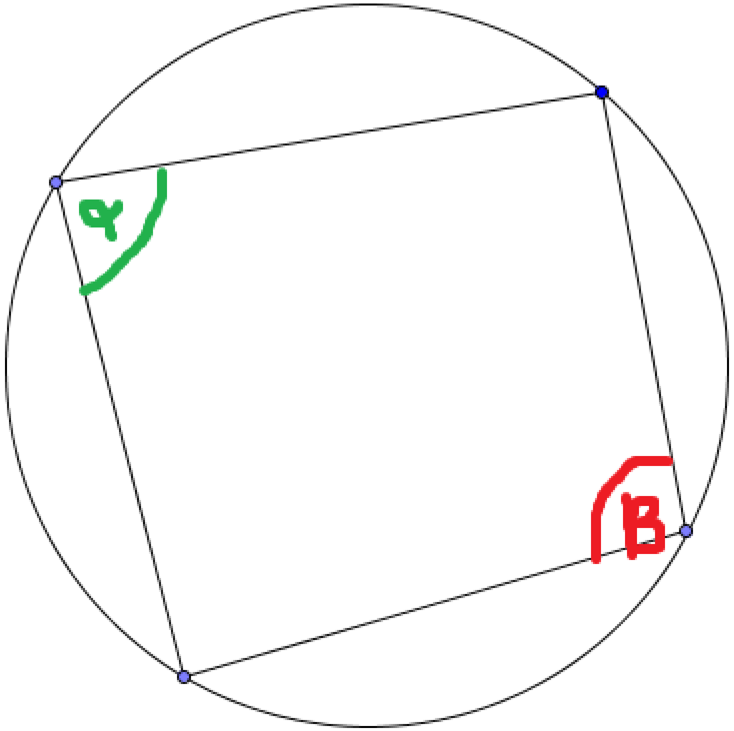
2.1. Ievilkta četrstūra īpašība

Ja ap četrstūri var apvilkt riņķa līniju, tad:

$$\alpha + \beta = 180°$$



9. klases «Darbarīku kaste»



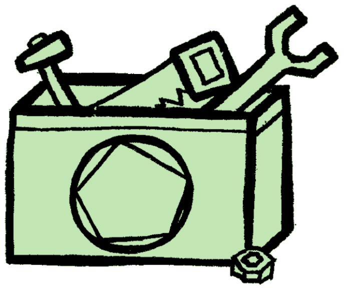
2.2. <u>Ievilkta četrstūra īpašība</u>

Ja

$$\alpha + \beta = 180°$$

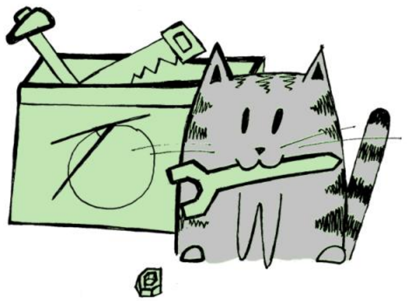
tad:

Ap četrstūri var apvilkt riņķa līniju.

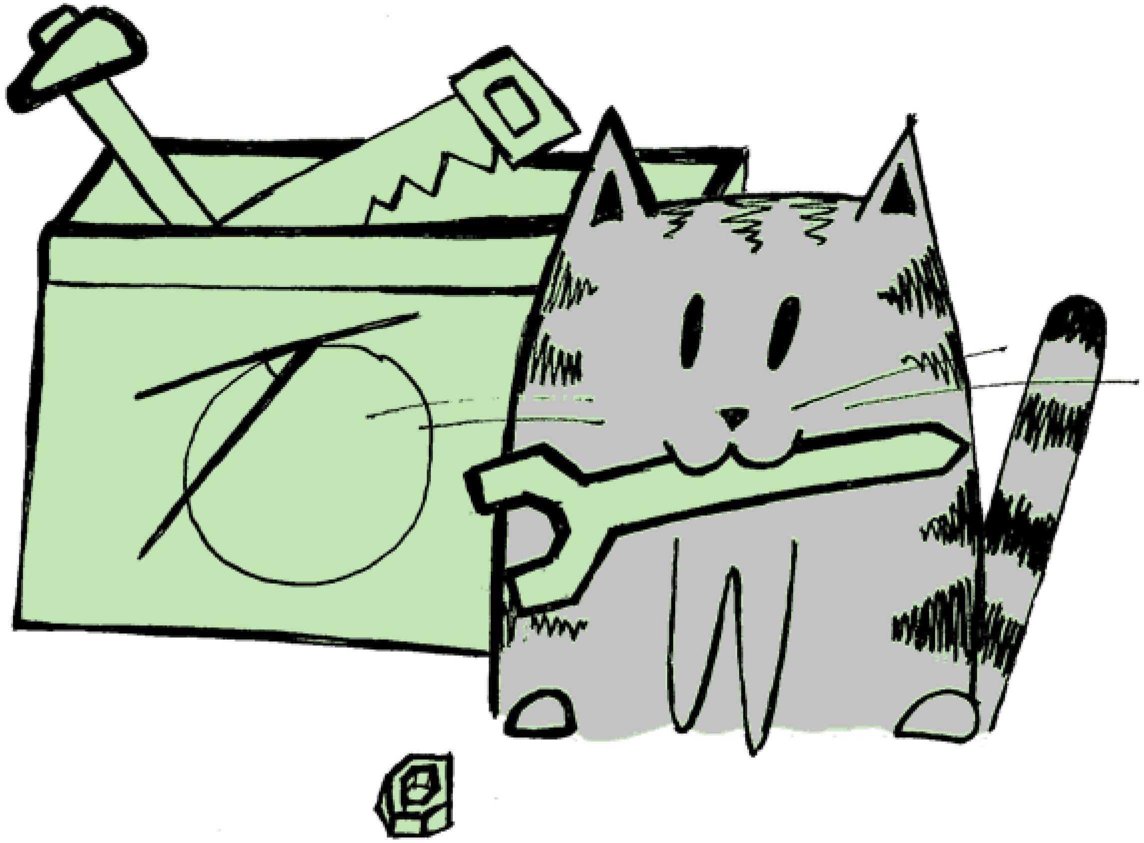


Lietošanas «instrukcija» III

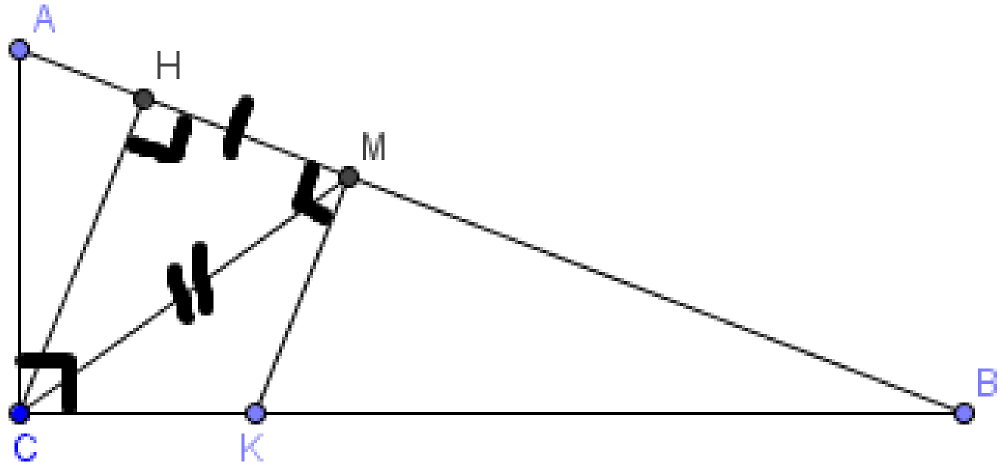
1. Ko man dod tas, ko es uzzīmēju?
2. Kas man ir jāatrod, lai izpildītos prasītais?
3. Kā lai savieno divas nesaistītas lietas?
4. Ko es varu ieraudzīt zīmējumā?



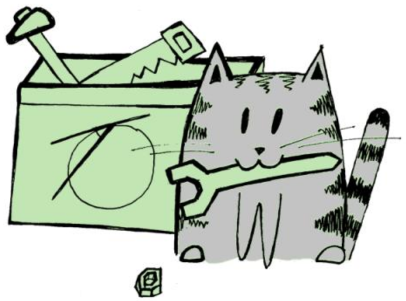
Lietošanas «instrukcija» III



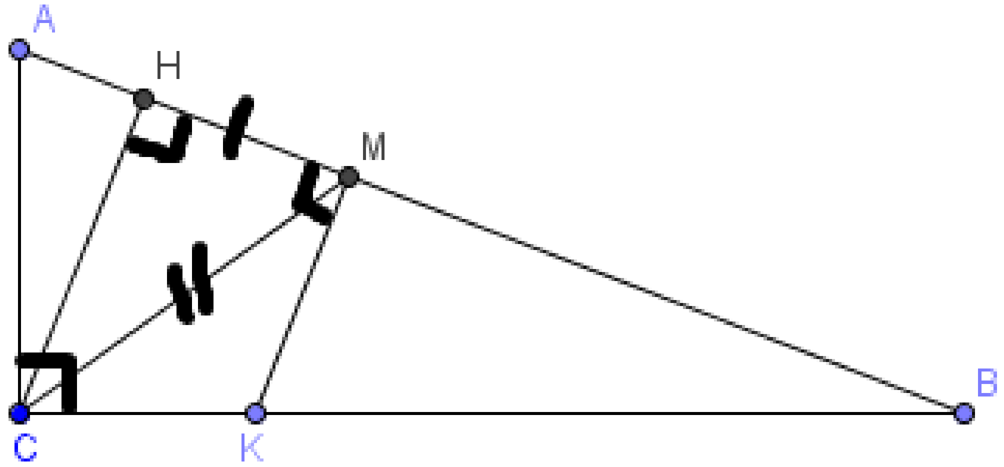
Lietošanas «instrukcija» III



- **Uzdevums**:
  Dots, ka trijstūris ABC ir taisnleņķa, $\angle ACB=90^o$. Zināms, ka CH ir šī trijstūra augstums, CM=2*HM un KM⊥AB.
- **Jāaprēķina**:
  $\angle AKC$

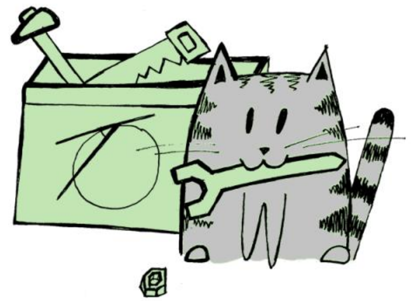


Lietošanas «instrukcija» III

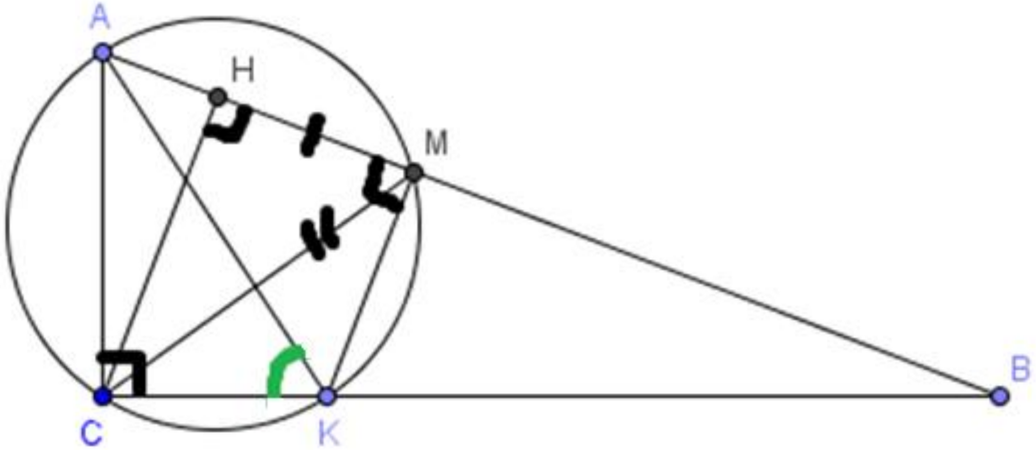


Ap kuriem punktiem var apvilkt riņķa līniju?

- **Jāaprēķina**:
  ∠AKC

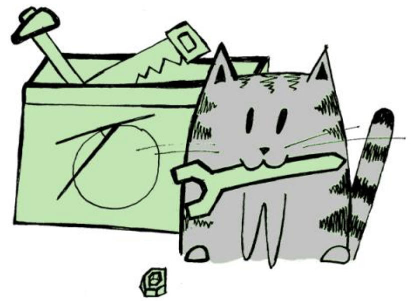


Lietošanas «instrukcija» III

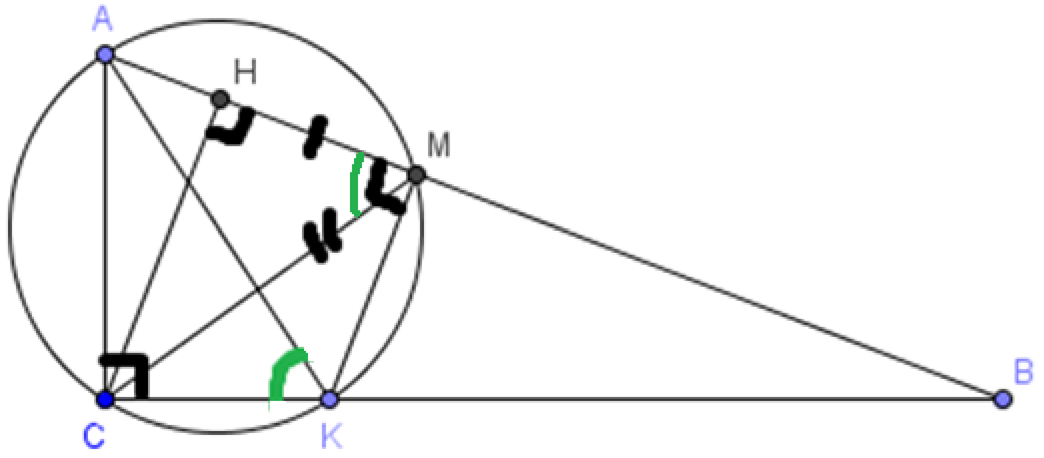


Ar ko ir vienāds vajadzīgais leņķis?

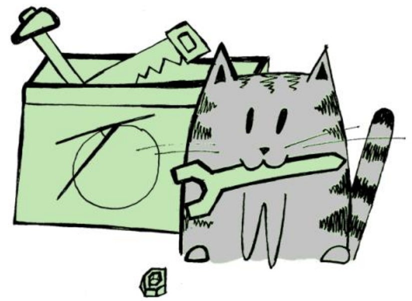
- **Jāaprēķina**:
  ∠AKC



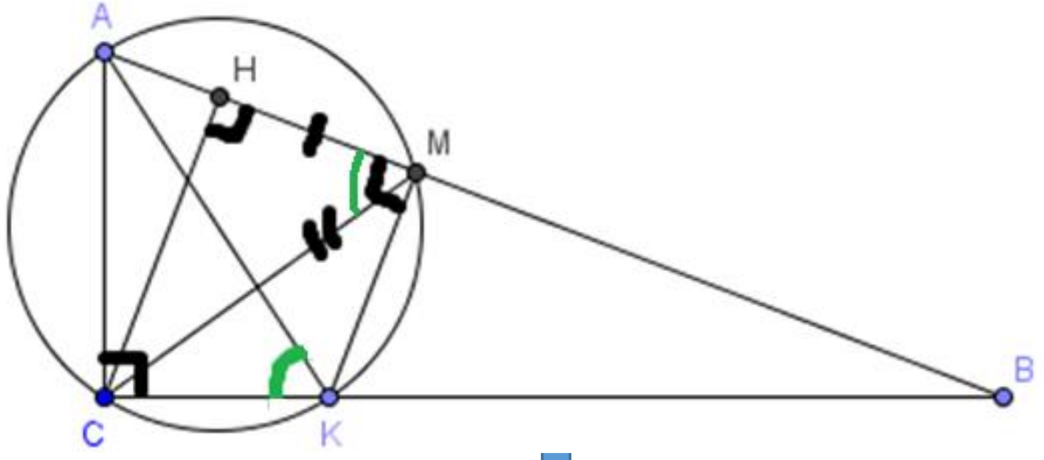
Lietošanas «instrukcija» III

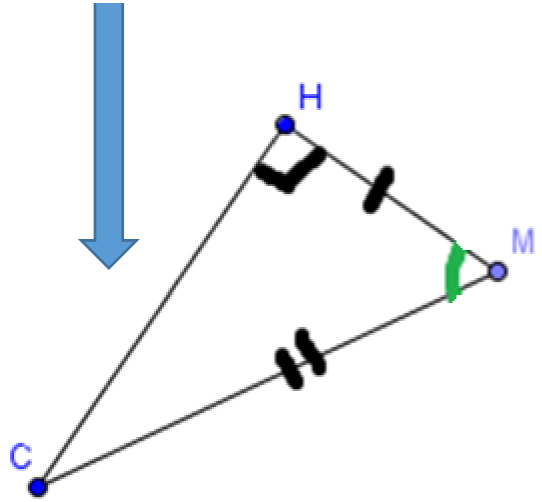


- **Jāaprēķina**: $\angle AKC = \angle HMC$



Lietošanas «instrukcija» III

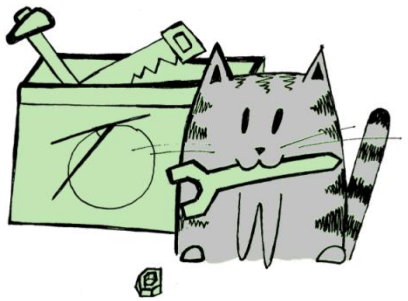




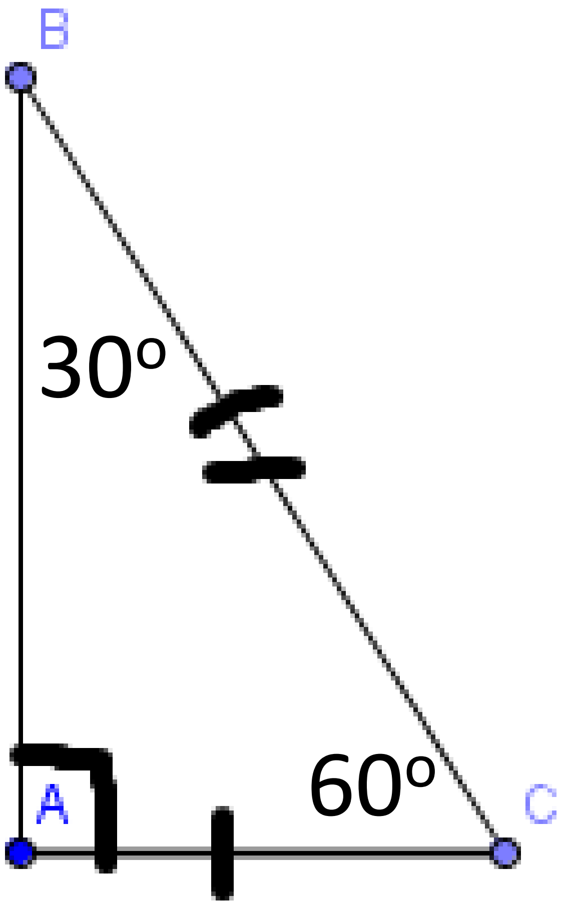
Aplūkosim trijstūri CHM.

Vai atpazīstat sakarību?

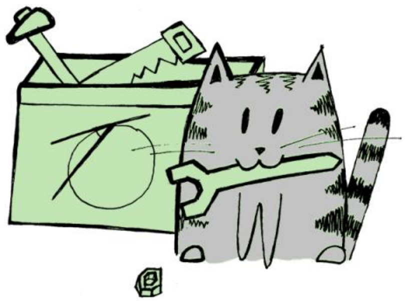
- **Jāaprēķina**:
  $\angle AKC = \angle HMC$



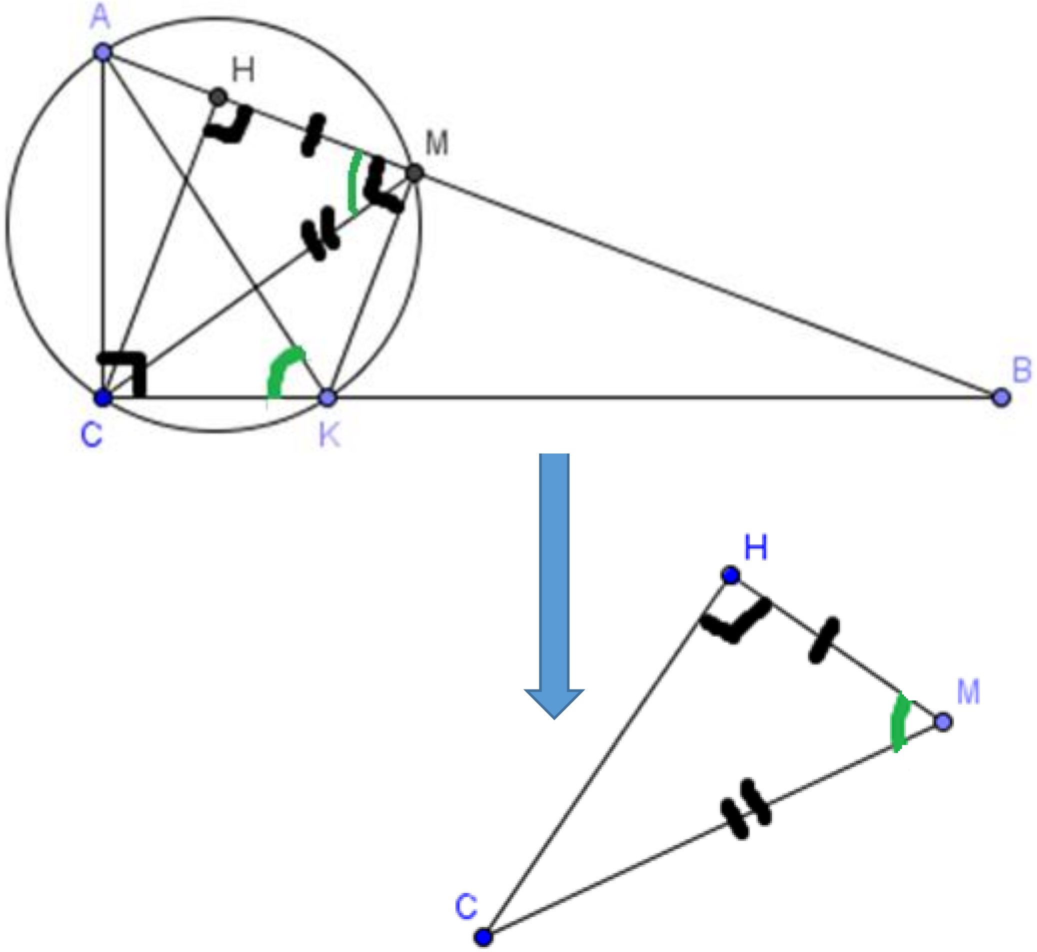
Lietošanas «instrukcija» III



Zināma sakarība leņķiem un malām.



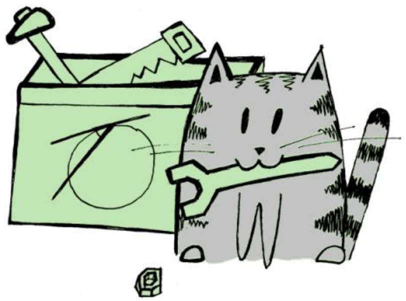
Lietošanas «instrukcija» III



Tātad

$\angle HMC = 60^{o}$

kas arī bija jāpierāda.



Kāpēc mēs mācamies ģeometriju?

- Ģeometrija radās pirms 2000 gadiem Grieķijā.
- Matemātiķis Eiklīds sarakstīja grāmatu «Elementi», apkopojot ģeometriju.
- Eiklīda ieguldīto darbu izmanto vēl mūsdienās:
  - Fizika
  - Datormodelēšana
  - Arhitektūra

Kāpēc mēs mācamies ģeometriju?

- Kāpēc Eiklīds vienkārši neizmantoja lineālu un nenomērīja?
- Teorija: grieķiem bija grūtības ar aritmētiku, jo lietoja tikai **naturālos skaitļus**.

Kāpēc mēs mācamies ģeometriju?

- Kā tas ir – domāt tikai ar lineālu bez iedaļām un cirkuli?

www.euclidthegame.com