LATVIJAS UNIVERSITĀTE
FIZIKAS UN MATEMĀTIKAS FAKULTĀTE
MATEMĀTIKAS NODAĻA

LINEĀRĀ PROGRAMMĒŠANA

Svetlana Asmuss

svetlana.asmuss@lu.lv

2013. gada 2. martā

Lineārā programmēšana

Lineārā programmēšana ir matemātikas nozare, kas nodarbojas ar vairāku mainīgu lineāru funkciju minimālo un/vai maksimālo vērtību atrašanas problēmām tādās kopās, kuras tiek aprakstītas ar lineārām vienādībām un/vai nevienādībām (lineāriem nosacījumiem).

- L. V. Kantorovičs, 1939: "Matemātiskās metodes ražošanas organizēšanā un plānošanā"
- Dž. Dancigs (G.B. Dantzig)
  - 1947: Simpleksa metode
  - 1949: "Programming in Linear Structures"
  - 1963: "Linear Programming and Extensions"

Lineārās programmēšanas uzdevums

$$f = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n \to \max$$

$$\begin{cases} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots + a_{1n} x_n \le b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \ldots + a_{2n} x_n \le b_2 \\ \ldots \\ a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \ldots + a_{mn} x_n \le b_m \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ \ldots,\ x_n \ge 0 \end{cases}$$

f – mērķa funkcija

n – mainīgo skaits, m – nosacījumu skaits

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ – mainīgie (nezināmie)

$a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{mn}, b_1, b_2, \ldots, b_n$ – nosacījumu koeficienti

$c_1, c_2, \ldots, c_n$ – mērķa funkcijas koeficienti

Lineārās programmēšanas uzdevums

$$f = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n \to \max$$

vai

$$f = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n \to \min$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \le b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le b_2 \\ \ldots \\ a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \ldots + a_{kn}x_n \le b_k \\ a_{(k+1)1}x_1 + a_{(k+1)2}x_2 + \ldots + a_{(k+1)n}x_n = b_{k+1} \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ \ldots,\ x_l \ge 0 \end{cases}$$

Integrās programmēšanas uzdevums

$$f = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n \to \max$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \le b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le b_2 \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \le b_m \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ \ldots,\ x_n \ge 0 \\ x_1, x_2, \ldots, x_n - \text{veseli skaitļi} \end{cases}$$

Lineārās programmēšanas uzdevumus, kuru atrisinājumiem jābūt ar veselu skaitļu koordinātām, sauc par

- integrās programmēšanas uzdevumiem,
- lineārās programmēšanas uzdevumiem veselos skaitļos,
- diskrētās programmēšanas uzdevumiem.

Ražošanas plānošanas uzdevums

Resursi	Resursu krājumi	Resursu patēriņš produkcijas vienības saražošanai	
		P_1	P_2
R_1	18	1	3
R_2	16	2	1
R_3	5	0	1
R_4	21	3	0
Peļņa, ko dod produkcijas vienība		2	3

Uzņēmumam, ražojot divu veidu produkciju P_1 un P_2, jāizmanto četri resursi R_1, R_2, R_3 un R_4. Jānosaka, cik daudz katra veida produkcijas ir jāražo, lai kopējā peļņa būtu vislielākā.

Ražošanas plānošanas uzdevums

x_1 – saražotās produkcijas P_1 daudzums

x_2 – saražotās produkcijas P_2 daudzums

f – pēļņas funkcija

Produkcija	P_1	P_2
Peļņa, ko dod produkcijas vienība	2	3

Ražošanas plānu apraksta vektors (x_1, x_2).

Ražošanas plānošanas uzdevums ir uzdevums par peļņas funkcijas maksimālo vērtību:

$$f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

Ražošanas plānošanas uzdevums

Resursi	Resursu krājumi	Resursu patēriņš produkcijas vienības saražošanai	
		P_1	P_2
R_1	18	1	3
R_2	16	2	1
R_3	5	0	1
R_4	21	3	0

Nosacījumu sistēma:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \le 18 \\ 2x_1 + x_2 \le 16 \\ x_2 \le 5 \\ 3x_1 \le 21 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Ražošanas plānošanas uzdevums

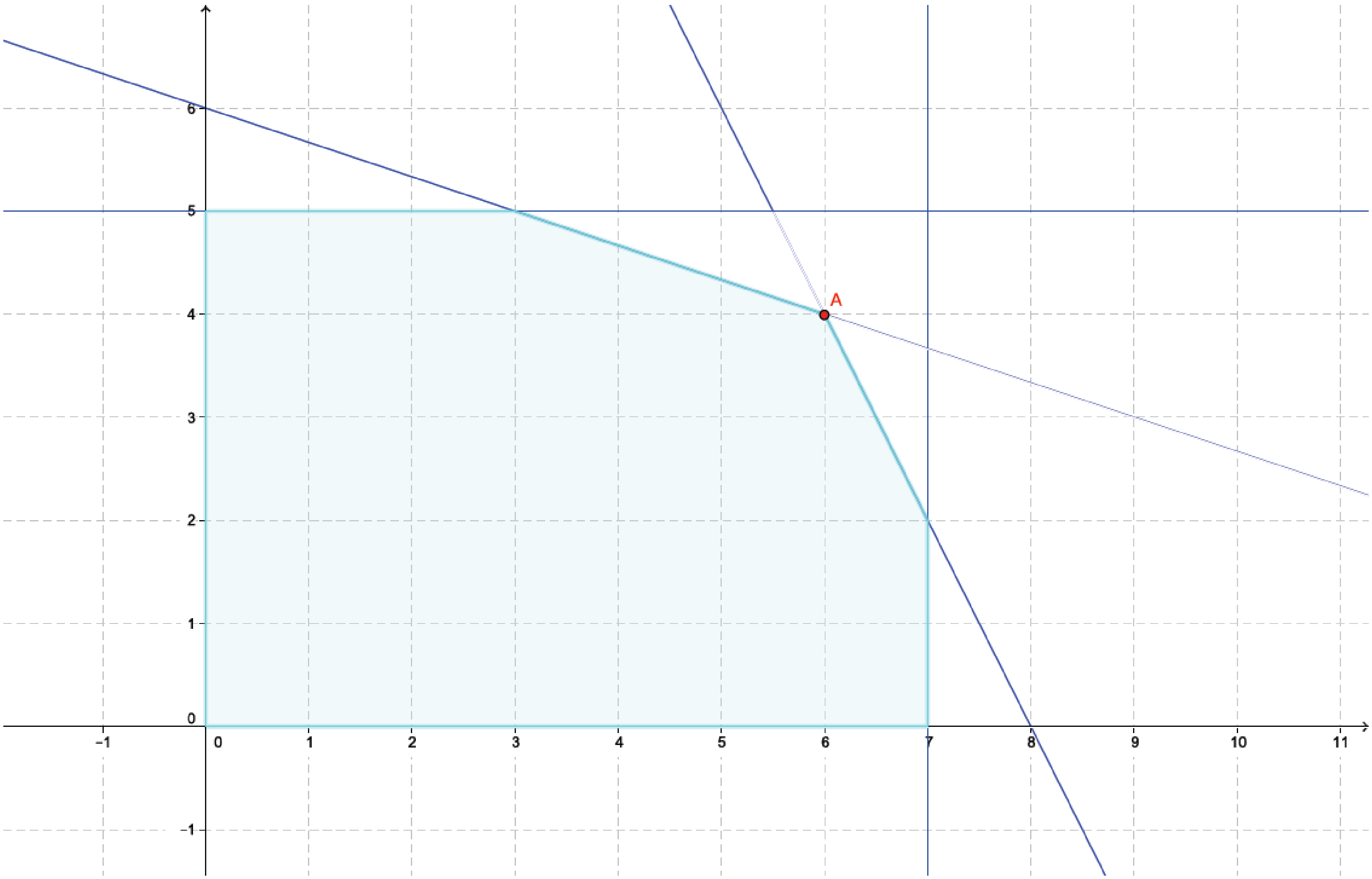
$$f = 2x_1 + 3x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \le 18 \\ 2x_1 + x_2 \le 16 \\ x_2 \le 5 \\ x_1 \le 7 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Vektoru (x_1, x_2), kas apmierina visus nosacījumus, sauc par ražošanas plānu. Par optimālo ražošanas plānu sauc plānu (x_1^*, x_2^*), kas maksimizē mērķa funkciju.

Optimālais ražošanas plāns: $x_1^* = 6$, $x_2^* = 4$.

Ražošanas plānošanas uzdevums



Ražošanas plānošanas uzdevums

n - produkcijas veidu skaits, m - resursu veidu skaits

b_i - i-tā veida resursa daudzums, $i = 1, 2, \ldots, m$

c_j - peļņa, ko dod j-tā veida produkcijas vienība, $j = 1, 2, \ldots, n$

a_{ij} - i-tā veida resursa patēriņš j-tā veida produkcijas vienības saražošanai, $i = 1, 2, \ldots, m$, $j = 1, 2, \ldots, n$

x_j - j-tā veida saražotās produkcijas daudzums, $j = 1, 2, \ldots, n$

f - peļņas funkcija

$$f = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n \to \max$$

$$\begin{cases} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots + a_{1n} x_n \leq b_1 \\ \ldots \\ a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \ldots + a_{mn} x_n \leq b_m \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ \ldots,\ x_n \geq 0 \end{cases}$$

Ražošanas plānošanas uzdevums

Materiāli	Materiālu daudzums	Mērvienība	Materiālu patēriņš produkcijas vienības saražošanai		
			Dīvāns	Tahta	Guļamkrēsls
Gobelēns	30000	kv. m	6	5	3
Porolons	24000	kg	3	4	3
Dekoratīvās naglas	125000	gab.	50	45	30
Peļņa, ko dod produkcijas vienība		LVL	80	65	50

Mēbeļu kombināts ir apguvis triju mīksto mēbeļu veidu (dīvāni, tahtas, guļamkrēsli) ražošanu. Šo mīksto mēbeļu ražošanā tiek izmantoti trīs materiālu veidi: gobelēns, porolons un dekoratīvās naglas. Tabulā ir dots šo materiālu patēriņš vienas vienības izgatavošanai, kā arī esošais materiālu daudzums un peļņa no vienas vienības realizācijas. Sastādiet lineārās programmēšanas uzdevumu, kas ļautu uzņēmumam iegūt maksimālo peļņu.

Uztura optimizēšanas uzdevums

Uzturvielas	Minimālais nepieciešamais daudzums	Uzturvielu daudzums produkta vienībā	
		P_1	P_2
U_1	9	3	1
U_2	8	1	2
U_3	12	1	6
Produkta vienības cena		4	6

Pieņemsim, ka ir nepieciešams uzņemt trīs dažādas uzturvielas U_1, U_2 un U_3.

To var izdarīt, ēdot divus dažādus produktus P_1 un P_2.

Tabulā ir dots uzturvielu nepieciešamais minimums diennakts devā, katras uzturvielas daudzums vienā produkta vienībā, kā arī produktu vienas vienības cena.

Jānosaka diennakts vislētākā deva.

Uztura optimizēšanas uzdevums

Pieņemsim, ka diennakts devu veido $x_1 + x_2$ produkti:

x_1 – produkta P_1 daudzums, x_2 – produkta P_2 daudzums.

Diennakts ēdienu devas cenu apzīmēsim ar f :

$$f = 4x_1 + 6x_2.$$

Katras uzturvielas daudzumam jābūt ne mazākam kā norādītais daudzums:

nosacījums uzturvielai U_1 – $3x_1 + x_2 \geq 9,$

nosacījums uzturvielai U_2 – $x_1 + 2x_2 \geq 8,$

nosacījums uzturvielai U_3 – $x_1 + 6x_2 \geq 12.$

Uztura optimizēšanas uzdevums

$$f = 4x_1 + 6x_2 \to \min$$

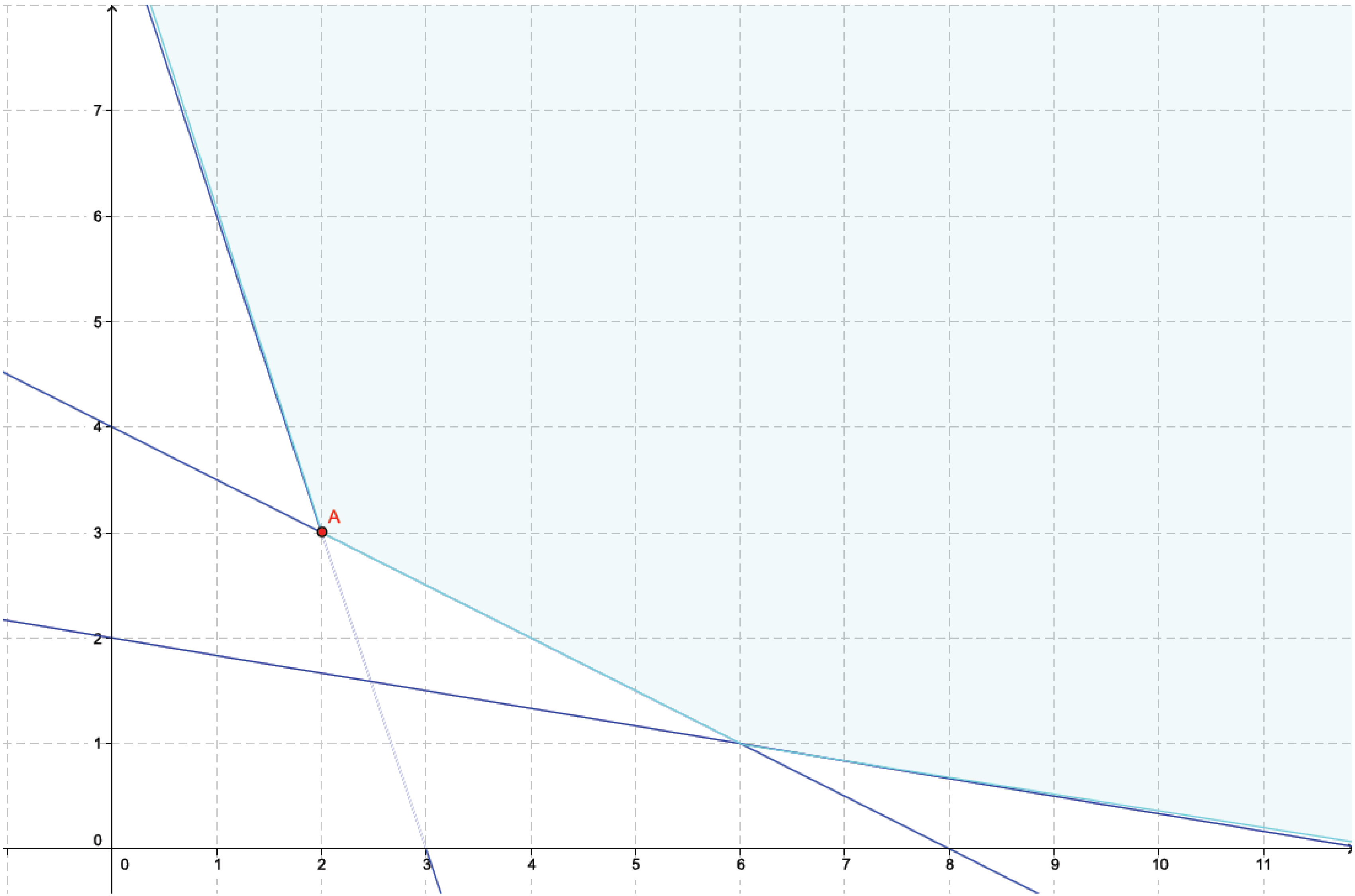
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 9 \\ x_1 + 2x_2 \geq 8 \\ x_1 + 6x_2 \geq 12 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Par optimālo diennakts ēdienu devu uzskata devu, kas apmierina visus nosacījumus un minimizē mērķa funkciju.

Optimālā diennakts ēdienu deva:

$$x_1^* = 2,\ \ x_2^* = 3.$$

Uztura optimizēšanas uzdevums



Uztura optimizēšanas uzdevums

n - ēdienu veidu skaits, m - uzturvielu veidu skaits (vitamīni, minerālvielas, tauki, olbaltumvielas, ogļhidrāti)

b_i - i-tā veida uzturvielas diennakts norma, $i = 1, 2, \dots, m$

c_j - j-tā veida ēdiena vienības cena, $j = 1, 2, \dots, n$

a_{ij} - i-tā veida uzturvielas daudzums vienā j-tā veida ēdiena vienībā, $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$

x_j - j-tā veida ēdiena daudzums diennakts devā, $j = 1, 2, \dots, n$

f - izmaksu funkcija

$$f = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n \to \min$$

$$\begin{cases} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots + a_{1n} x_n \ge b_1 \\ \ldots \\ a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \ldots + a_{mn} x_n \ge b_m \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ \ldots,\ x_n \ge 0 \end{cases}$$

Uztura optimizēšanas uzdevums

Zemnieku saimniecībai nepieciešams noteikt optimālo diennakts barības devu govīm vasaras perioda. Barības devai jāsatur barības vielas šādā daudzumā: ne mazāk kā 8,5 kg barības vienību, 900 g sagremojamā proteīna, 35 g kalcija, 23,7 g fosfora, 345 mg karotīna, sauso barības vielu daudzums nedrīkst pārsniegt 17,6 kg. Saskaņā ar zootehniskām prasībām ir noteiktas pieļaujamās normas atsevišķiem lopbarības veidiem kopējā devā. Ziemas kviešu zaļās masas daudzums nedrīkst pārsniegt 7,2 kg barības vienību, bet lopbarības precipitāta daudzums – 0,1 kg.

Sastādiet lineārās programmēšanas uzdevumu, kas ļautu zemnieku saimniecībai noteikt vislētāko barības devu.

Uztura optimizēšanas uzdevums

Lopbarības / Barības vielas	Mēr-vienība	Barības vielu daudzums uz 1 kg lopbarības							
		Kukurūzas vālītes	Zirņu pākstis	Lopbarības rauši	Lucernas siens	Kukurūzas skabbarība	Alus drabiņas	Ziemas kviešu zaļa masa	Lopbarības precipitāts
Barības vienības	kg	1,12	1,17	1,09	0,50	0,20	0,25	0,18	
Sagremojamais proteīns	g	46,9	195	369	52	14	52	15	
Sausās vielas	kg	0,85	0,85	0,85	0,85	0,26	0,23	0,32	
Kalcijs	g	0,30	1,70	3,70	7,40	1,50	0,60	0,50	0,26
Fosfors	g	2,90	4,20	9,90	2,20	0,50	0,70	0,40	0,17
Karotīns	mg	3,00	1,00	2,00	30,0	15,0	2,00	30,0	
1 kg lopbarības pašizmaksa	LVL	0,72	1,14	0,80	0,15	0,22	0,06	0,04	0,44

Transporta uzdevums

Noteikta veida krava (prece), kas atrodas dažādās vietās pie kravas piegādātājiem, jānogādā dažādiem šīs kravas patērētājiem (saņēmējiem).

Ir zināms kravas daudzums, kas atrodas pie katra piegādātāja (piegādātāja piedāvājums). Ir zināms katra patērētāja pieprasījums. Kopējais pieprasījums nepārsniedz kopējo piedāvājumu.

Ir zināmas transportēšanas izmaksas, nogādājot vienu šīs kravas vienību no katra piegādātāja katram patērētājam.

Patērētajiem nepieciešamais kravas daudzums jānogādā tā, lai kopējās transportēšanas izmaksas būtu minimālas.

Transporta uzdevums

Piegādātāji (noliktavas) \ Patērētāji (veikali)	Kravas vienības transportēšanas izmaksas					Piegādātāju jauda (piedāvājums)
	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	
N_1	17	43	29	34	16	100
N_2	32	65	18	39	20	110
N_3	76	54	76	93	35	90
Patērētāju pieprasījums	50	70	80	60	40	

Trijiem piegādātājiem N_1, N_2 un N_3 jānogādā produkcija pieciem patērētājiem V_1, V_2, V_3, V_4 un V_5. Tabulā dots katra piegādātāja iespējamais produkcijas piegādes apjoms, patērētāju pieprasījumu apjomi un katra piegādātāja transportēšanas izmaksas (santīmos), vedot vienu produkcijas vienību katram patērētājam.

Cik daudz produkcijas jāved no katra piegādātāja katram patērētājam, lai kopējas transportēšanas izmaksas būtu minimālas?

Transporta uzdevums

n - patērētāju (veikalu) skaits,

m - piegādātāju (noliktavu) skaits

a_i - produkcijas daudzums i-tajā noliktavā
(i-tā piegādātāja jauda), $i = 1, 2, \ldots, n$

b_j - j-tā patērētāja (veikala) pieprasījums, $j = 1, 2, \ldots, m$

c_{ij} - i-tā piegādātāja transportēšanas izmaksas, vedot vienu produkcijas vienību j -tam patērētājam,
$i = 1, 2, \ldots, n$, $j = 1, 2, \ldots, m$

x_{ij} - produkcijas daudzums, kas no i-tās noliktavas jāpiegādā j -tam patērētājam,
$i = 1, 2, \ldots, n$, $j = 1, 2, \ldots, m$

f - kopējo transportēšanas izmaksu funkcija

Transporta uzdevums

Tabulā dots katra piegādātāju piedāvājumu apjomi, patērētāju pieprasījumu apjomi un transportēšanas izmaksas.

	V_1	V_2	V_3	Piedāvājums
N_1	17	43	29	100
N_2	32	65	18	110
Pieprasījums	50	70	80	

Otrā tabula satur mainīgo (piegādes daudzumu) apzīmējumus.

	V_1	V_2	V_3
N_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}
N_2	x_{21}	x_{22}	x_{23}

Kopējām transportēšanas izmaksām jābūt minimālām:

$$f = 17x_{11} + 43x_{12} + 29x_{13} + 32x_{21} + 65x_{22} + 18x_{23} \to \min$$

Transporta uzdevums

	V_1	V_2	V_3	Piedāvājums
N_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	100
N_2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	110
Pieprasījums	50	70	80	

Katra piegādātāja nosūtītais produkcijas daudzums visiem patērētājiem nedrīkst pārsniegt kopējo produkcijas daudzumu, kas atrodas pie piegādātāja:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \le 100$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \le 110$$

Katram patērētājam jāsaņem viss tam nepieciešamais produkcijas daudzums:

$$x_{11} + x_{21} = 50$$
$$x_{12} + x_{22} = 70$$
$$x_{13} + x_{23} = 80$$

Transporta uzdevums

$$f = 17x_{11} + 43x_{12} + 29x_{13} + 32x_{21} + 65x_{22} + 18x_{23} \to \min$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 100 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 110 \\ x_{11} + x_{21} = 50 \\ x_{12} + x_{22} = 70 \\ x_{13} + x_{23} = 80 \\ x_{11} \geq 0,\ x_{12} \geq 0,\ x_{13} \geq 0 \\ x_{21} \geq 0,\ x_{22} \geq 0,\ x_{23} \geq 0 \end{cases}$$

Transporta uzdevums

Piegādātāji (noliktavas) \ Patērētāji (veikali)	Kravas vienības transportēšanas izmaksas					Piegādātāju jauda (piedāvājums)
	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	
N_1	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{15}	a_1
N_2	c_{21}	c_{22}	c_{23}	c_{24}	c_{25}	a_2
N_3	c_{31}	c_{32}	c_{33}	c_{34}	c_{35}	a_3
Patērētāju pieprasījums	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	

Transporta uzdevums

$$f = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \ldots + c_{1n}x_{1n} + c_{21}x_{21} + \ldots + c_{mn}x_{mn} \to \min$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + \ldots + x_{1n} \le a_1 \\ \ldots \\ x_{m1} + x_{m2} + \ldots + x_{mn} \le a_m \\ x_{11} + x_{21} + \ldots + x_{m1} = b_1 \\ \ldots \\ x_{1n} + x_{2n} + \ldots + x_{mn} = b_n \\ x_{11} \ge 0,\ x_{12} \ge 0,\ \ldots,\ x_{1n} \ge 0 \\ \ldots \\ x_{m1} \ge 0,\ x_{m2} \ge 0,\ \ldots,\ x_{mn} \ge 0 \end{cases}$$

LPU (lineārās programmēšanas uzdevuma) grafiskā risināšana

Grafiski var atrisināt lineārās programmēšanas uzdevumus, kuri satur tikai divus nezināmos:

$$f = c_1 x_1 + c_2 x_2 \to \max$$

vai

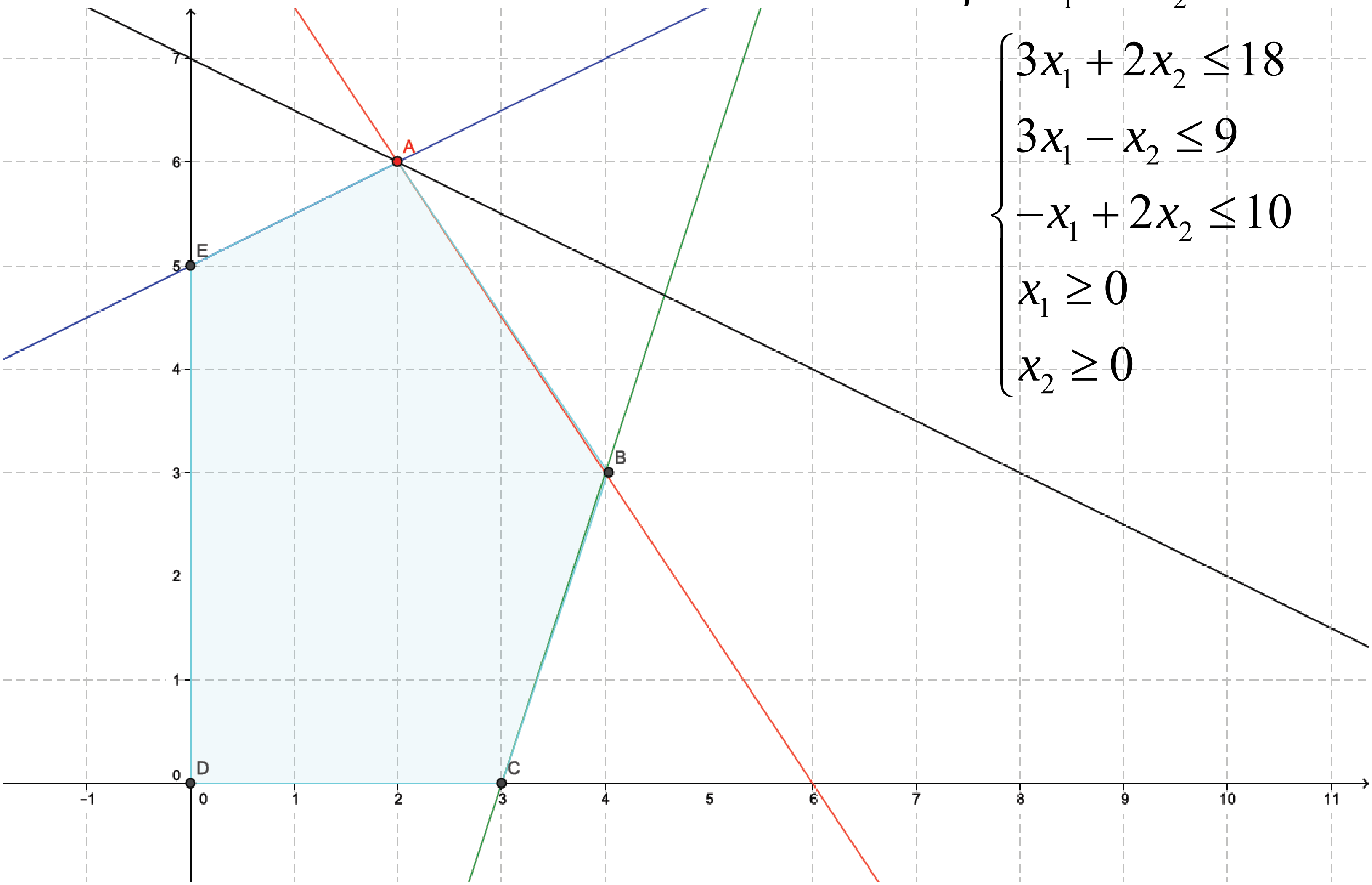
$$f = c_1 x_1 + c_2 x_2 \to \min$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \le b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \le b_2 \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \le b_m \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

LPU grafiskā risināšana

$$f = x_1 + 2x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \le 18 \\ 3x_1 - x_2 \le 9 \\ -x_1 + 2x_2 \le 10 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$



LPU grafiskā risināšana

- Uzzīmēt koordinātu plakni, kurā pirmo mainīgo atliek uz abscisas ass, bet otro – uz ordinātu ass.
- Aplūkot tikai koordinātu plaknes pirmo kvadrantu:
  $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$
- Atrisināt grafiski katru nevienādību
  $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 \leq b_i$ (atrisinājums ir pusplakne).
- Attēlot pieļaujamo punktu kopu (plānu kopu) kā atrasto pusplakņu šķēlumu.
- Uzzīmēt mērķa funkcijas līmeņa līniju: $c_1x_1 + c_2x_2 = d$
  (t.i. $f = d$), kur d ir parametrs.
- Mainot parametra d vērtību, noskaidrot, kurā no pieļaujamo punktu kopas virsotnēm mērķa funkcija sasniedz optimālo vērtību.

LPU grafiskā risināšana

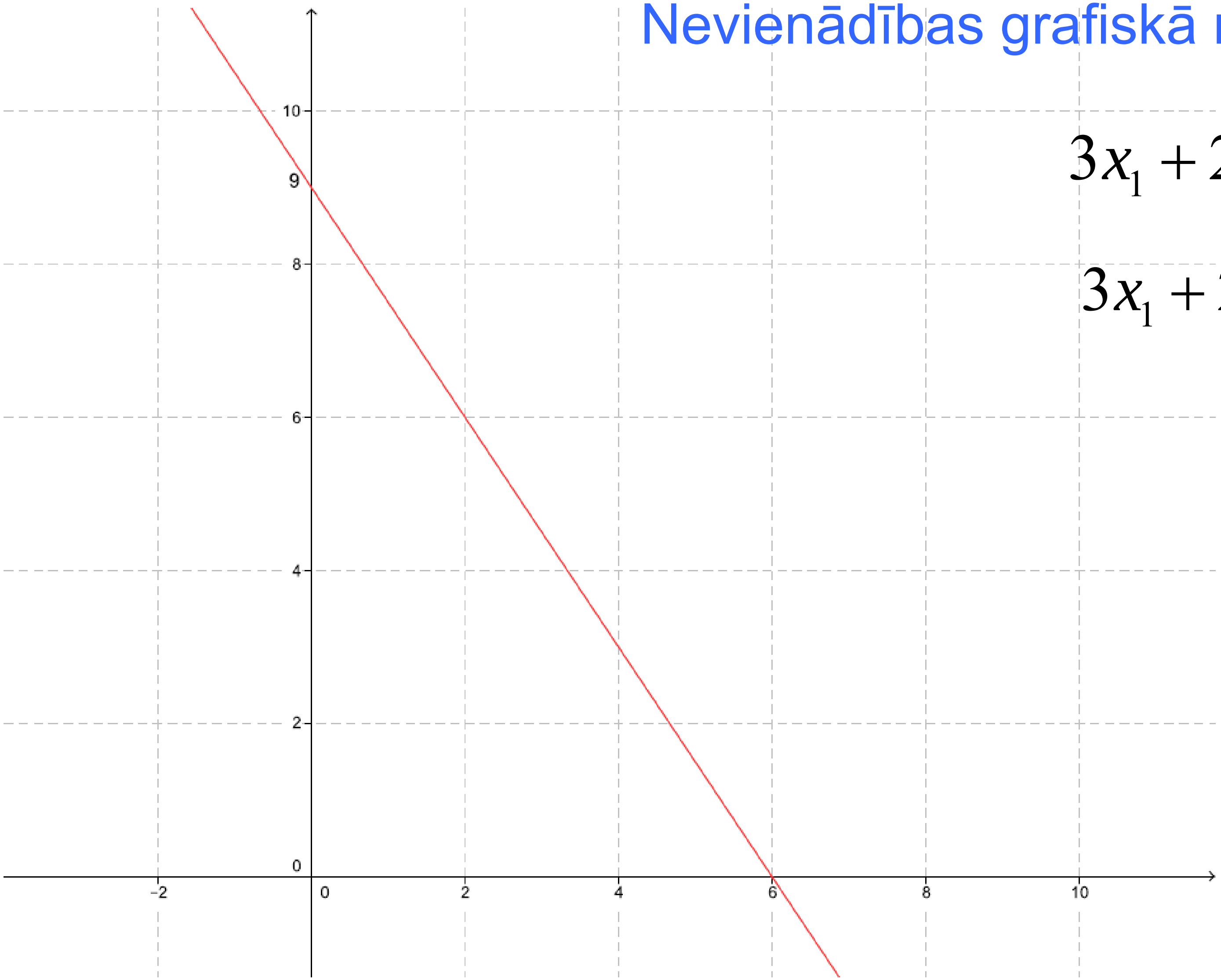
Nevienādības grafiskā risināšana

$$a_1x_1 + a_2x_2 \le b$$

- Vienādojums $a_1x_1 + a_2x_2 = b$ plaknē definē taisni, kas plakni sadala divās pusplaknēs.
- Nevienādība $a_1x_1 + a_2x_2 \le b$ definē vienu no pusplaknēm (ieskaitot pašu taisni).
- Lai noteiktu, kura ir īstā pusplakne, nepieciešams izvēlēties plaknē vienu punktu un pārbaudīt izvelētajā punktā nevienādības nosacījumu.
- Ja taisne neiet caur koordinātu sākumpunktu, tad izdevīgi to noskaidrot ar punktu (0; 0).

LPU grafiskā risināšana

Nevienādības grafiskā risināšana



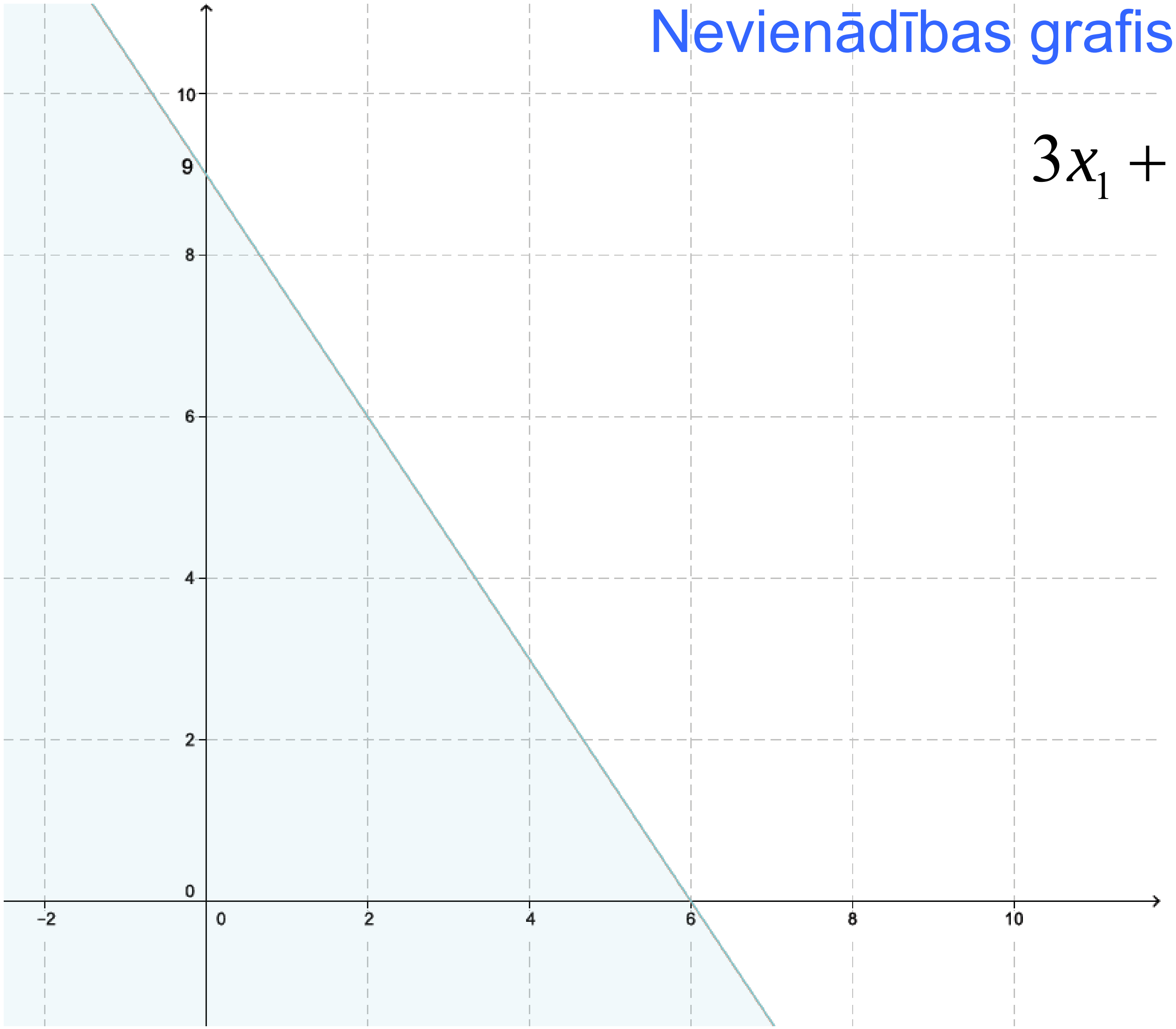
$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$3x_1 + 2x_2 = 18$$

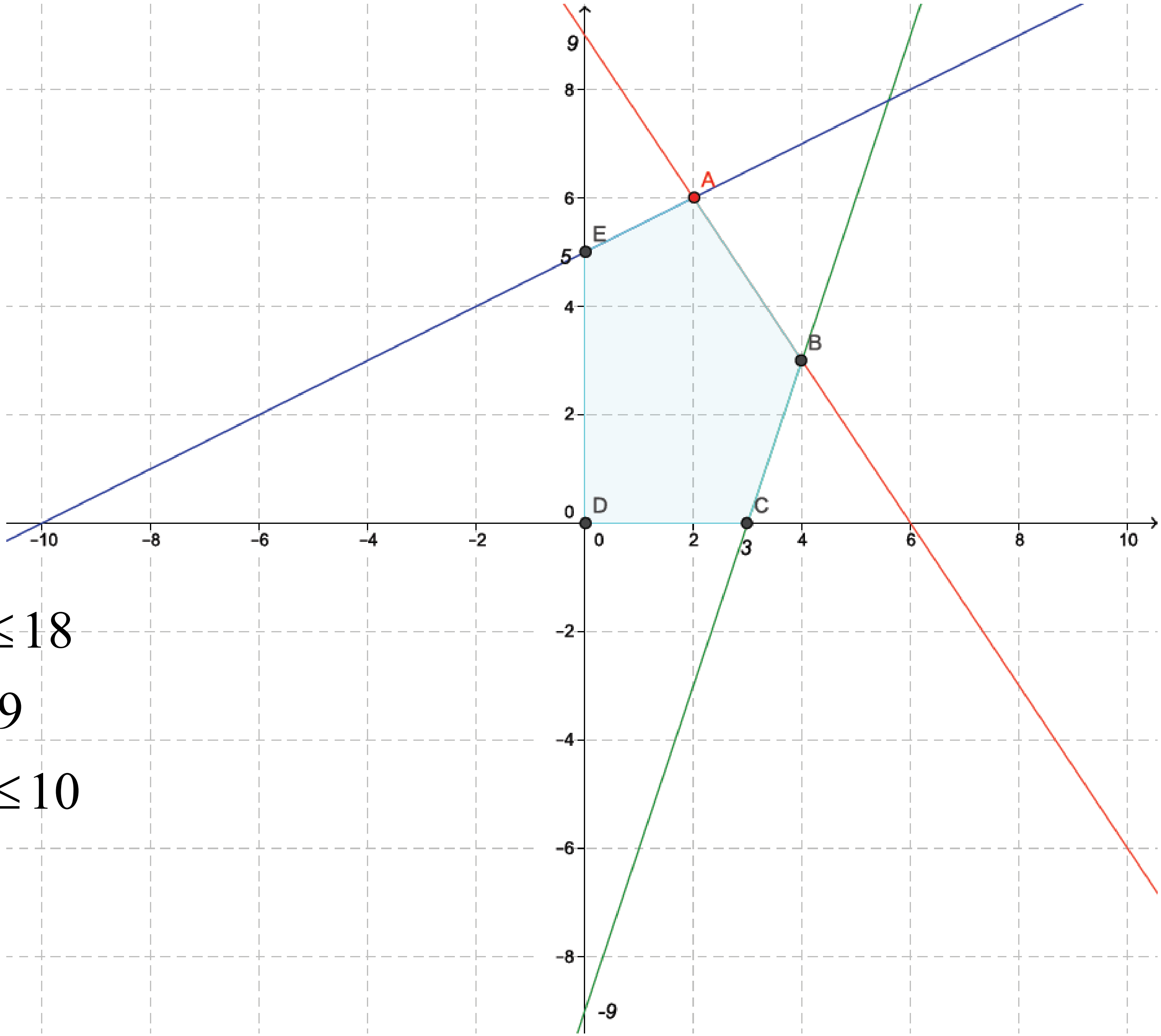
LPU grafiskā risināšana

Nevienādības grafiskā risināšana

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$



LPU grafiskā risināšana



$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ 3x_1 - x_2 \leq 9 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

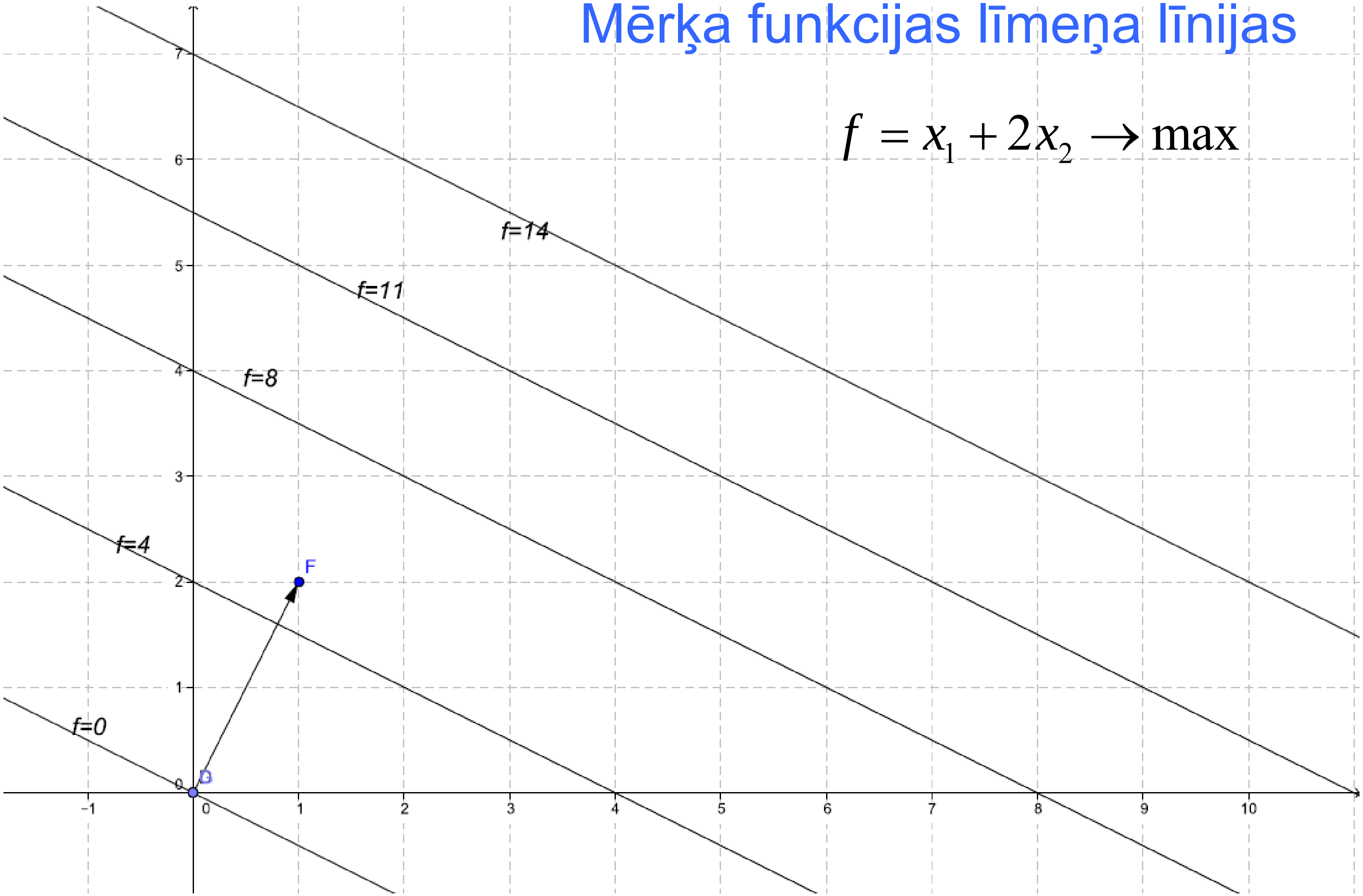
LPU grafiskā risināšana

Mērķa funkcijas līmeņa līnijas

$$f = c_1x_1 + c_2x_2 = d$$

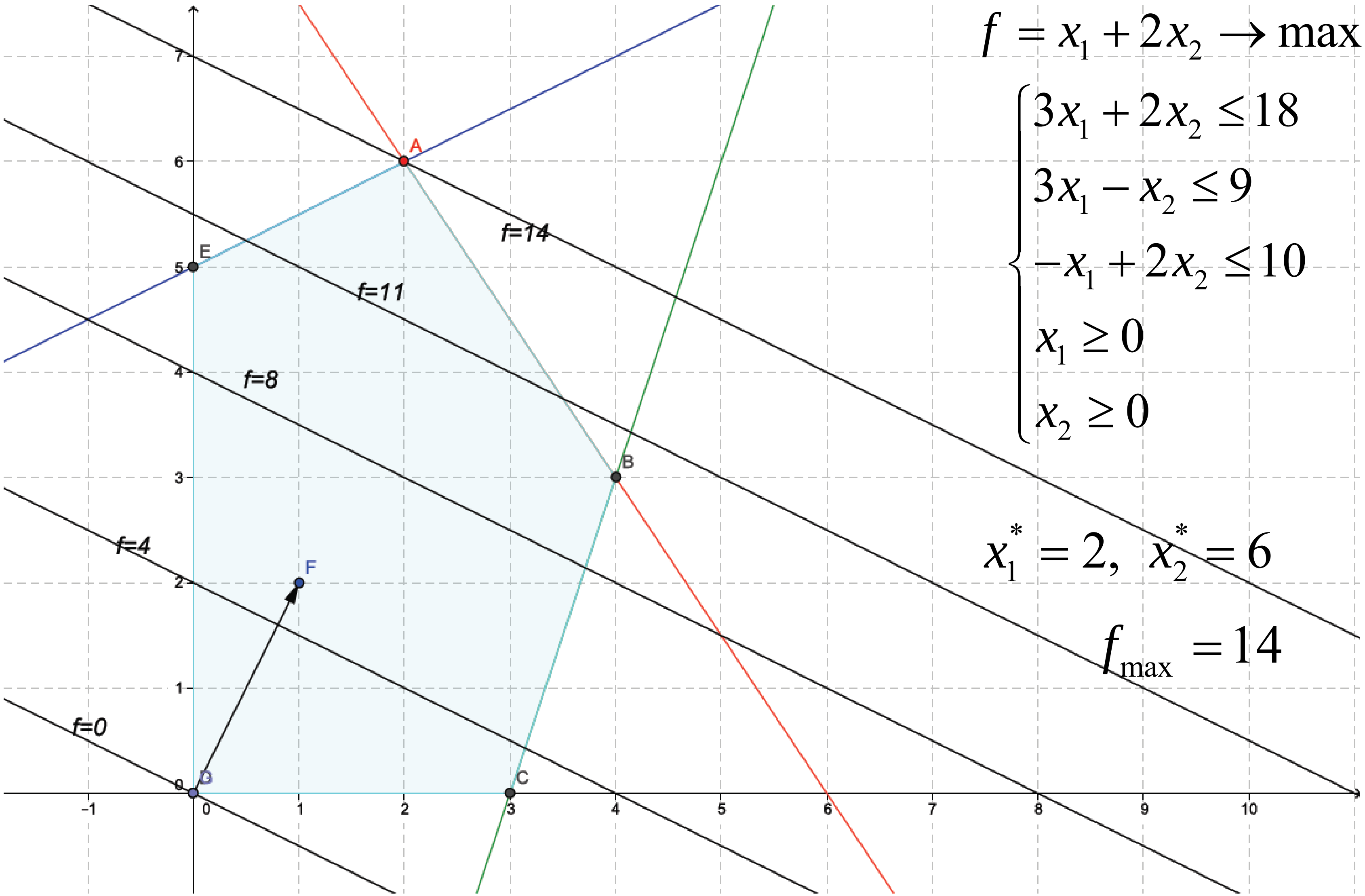
- Vienādojums $c_1x_1 + c_2x_2 = d$ plaknē definē taisni.
- Taisne $c_1x_1 + c_2x_2 = d$ ir perpendikulāra vektoram (c_1, c_2).
- Parametra d pieaugumam atbilst taisnes $c_1x_1 + c_2x_2 = d$ paralēlā pārnese vektora (c_1, c_2) virzienā.
- Ja $d = 0,$ tad taisne iet caur punktu (0; 0).

LPU grafiskā risināšana



$$f = x_1 + 2x_2 \to \max$$

LPU grafiskā risināšana



$$f = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \le 18 \\ 3x_1 - x_2 \le 9 \\ -x_1 + 2x_2 \le 10 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

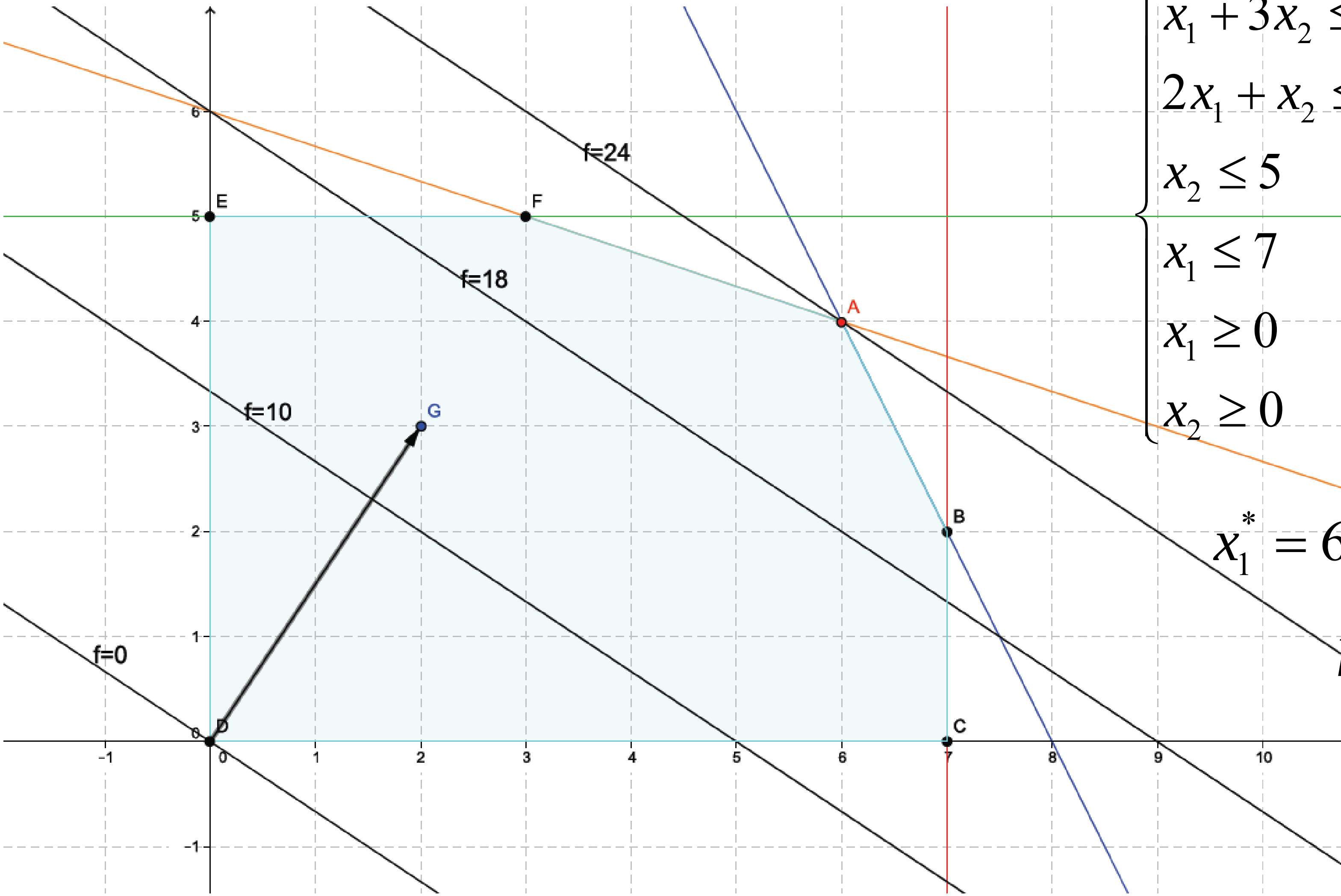
$$x_1^* = 2, \quad x_2^* = 6$$

$$f_{\max} = 14$$

LPU grafiskā risināšana

$$f = 2x_1 + 3x_2 \to \max$$

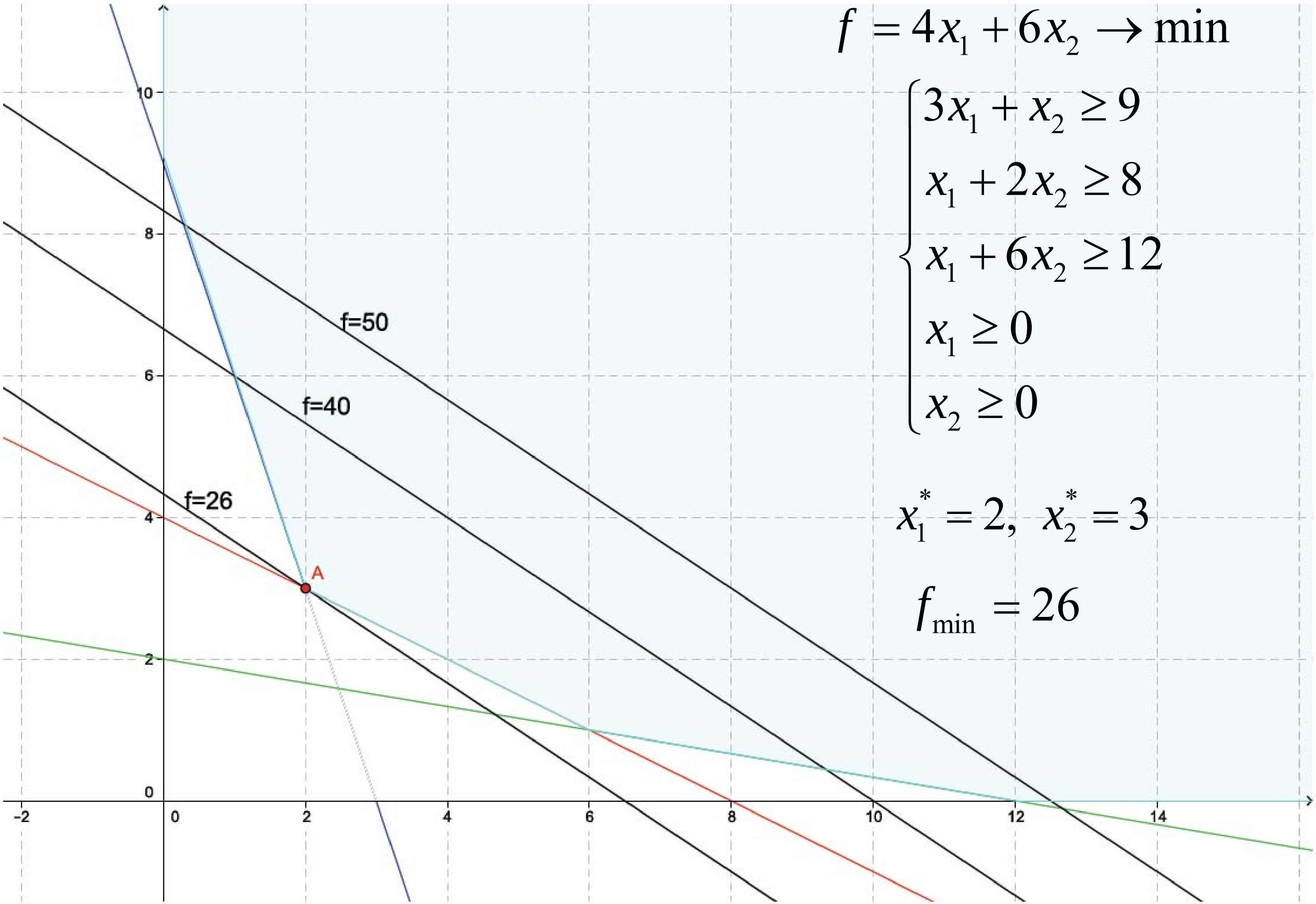
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \le 18 \\ 2x_1 + x_2 \le 16 \\ x_2 \le 5 \\ x_1 \le 7 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$



$$x_1^* = 6, \quad x_2^* = 4$$

$$f_{\max} = 24$$

LPU grafiskā risināšana



$$f = 4x_1 + 6x_2 \to \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 9 \\ x_1 + 2x_2 \geq 8 \\ x_1 + 6x_2 \geq 12 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$x_1^* = 2, \ \ x_2^* = 3$$

$$f_{\min} = 26$$

LPU grafiskā risināšana

Atrisināt grafiski LPU

1. uzdevums

$$f = 3x_1 + x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 8 \\ -2x_1 + x_2 \le -1 \\ x_1 - 2x_2 \le 2 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

2. uzdevums

$$f = x_1 + x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 8 \\ -2x_1 + x_2 \le -1 \\ x_1 - 2x_2 \le 2 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

LPU grafiskā risināšana

Atrisināt grafiski LPU

3. uzdevums

$$f = x_1 + x_2 \to \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 8 \\ -2x_1 + x_2 \le -1 \\ x_1 - 2x_2 \le 2 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

4. uzdevums

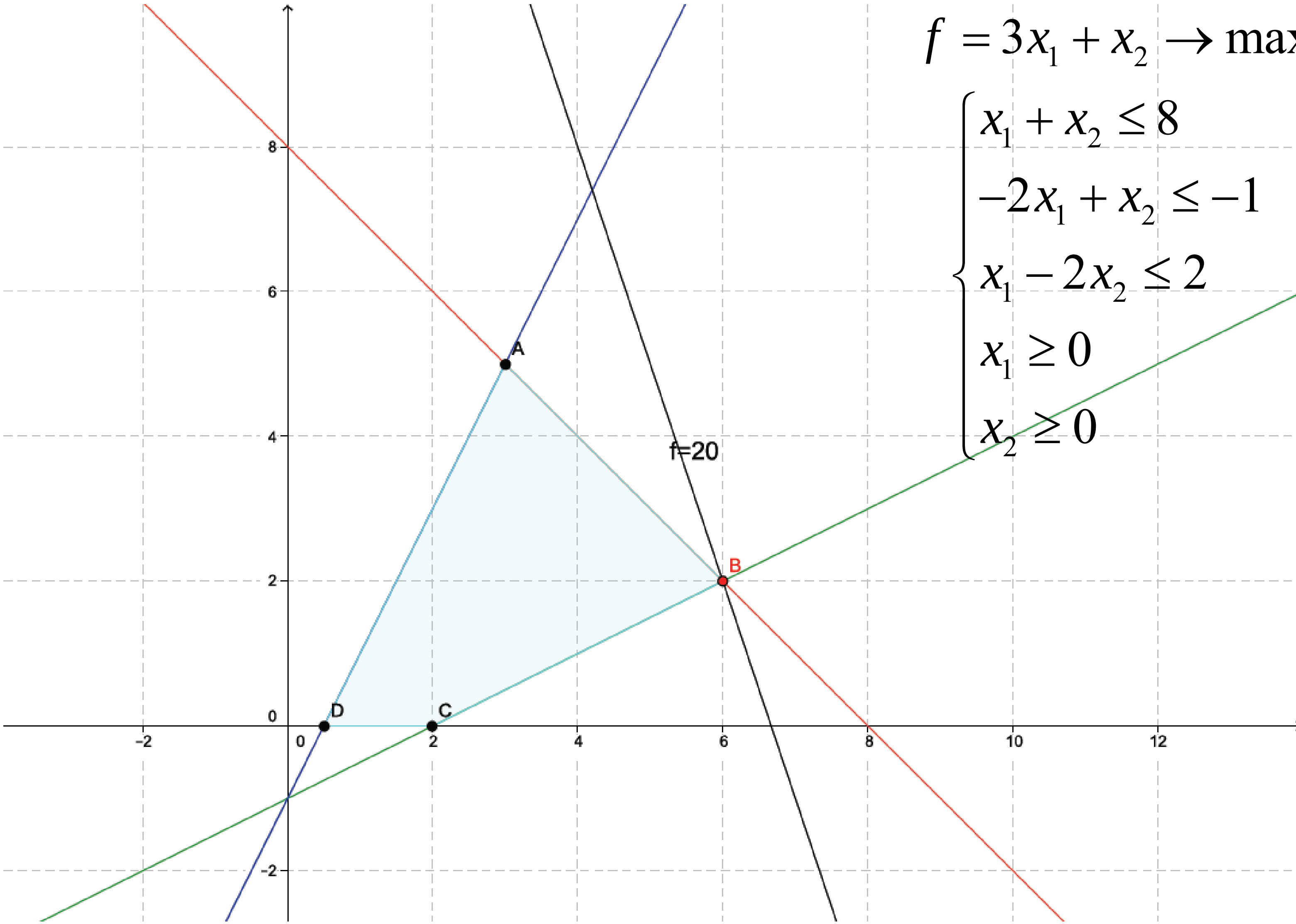
$$f = x_1 + x_2 \to \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 8 \\ -2x_1 + x_2 \le -1 \\ x_1 - 2x_2 \le 2 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \\ x_1, x_2 - \text{veseli skaitļi} \end{cases}$$

LPU grafiskā risināšana (1. uzdevums)

$$f = 3x_1 + x_2 \to \max$$

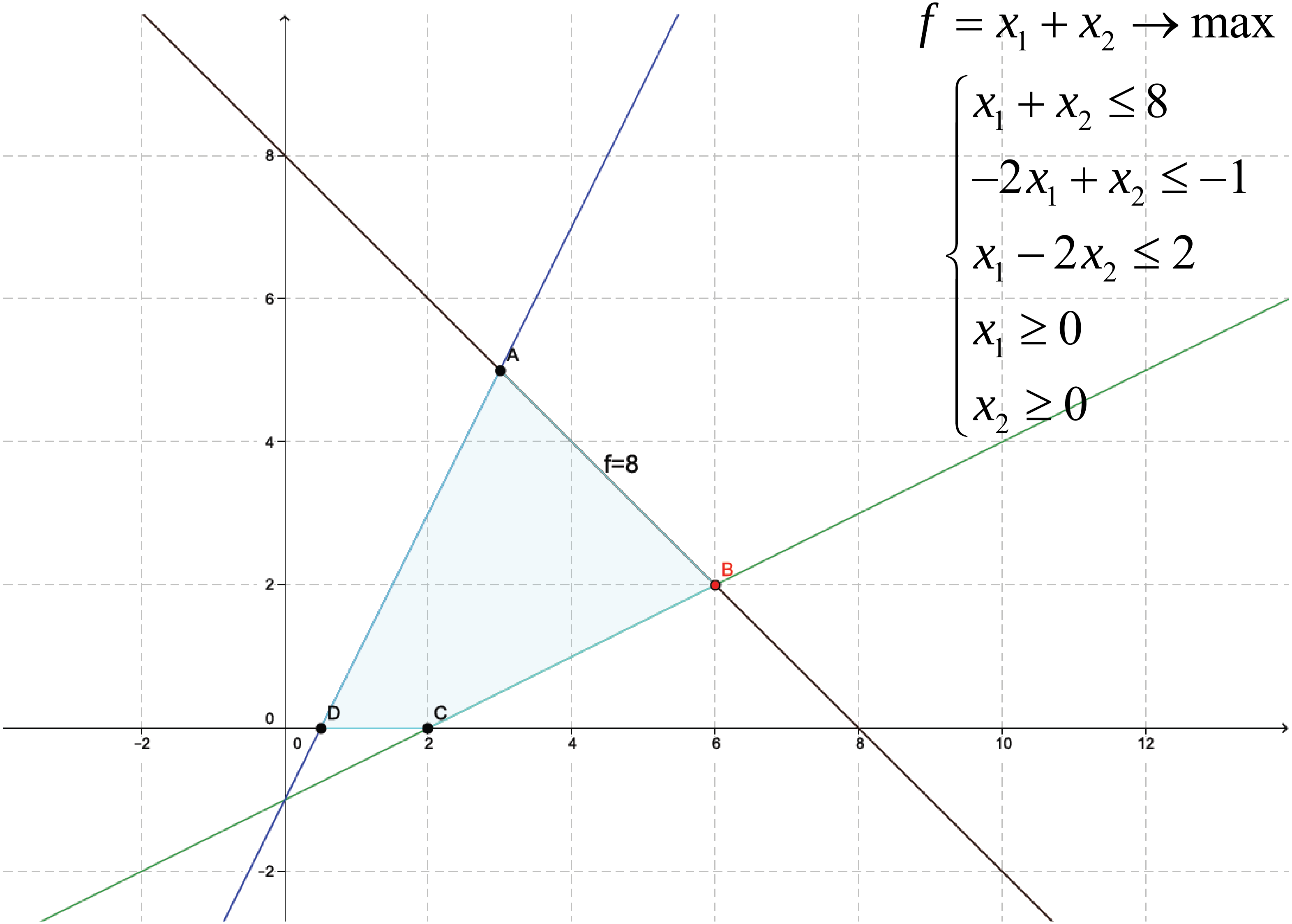
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 8 \\ -2x_1 + x_2 \le -1 \\ x_1 - 2x_2 \le 2 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$



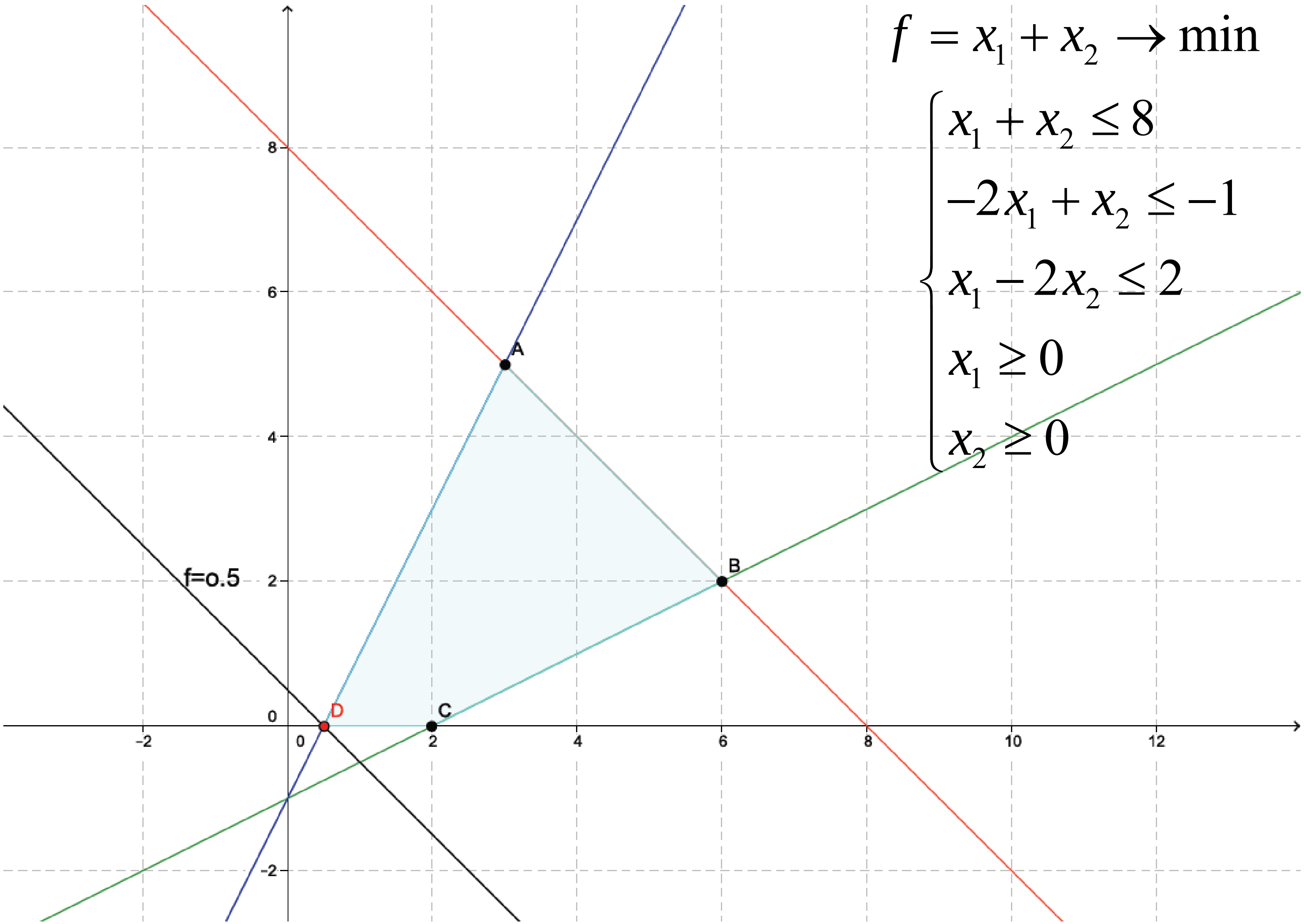
LPU grafiskā risināšana (2. uzdevums)

$$f = x_1 + x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 8 \\ -2x_1 + x_2 \le -1 \\ x_1 - 2x_2 \le 2 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$



LPU grafiskā risināšana (3. uzdevums)



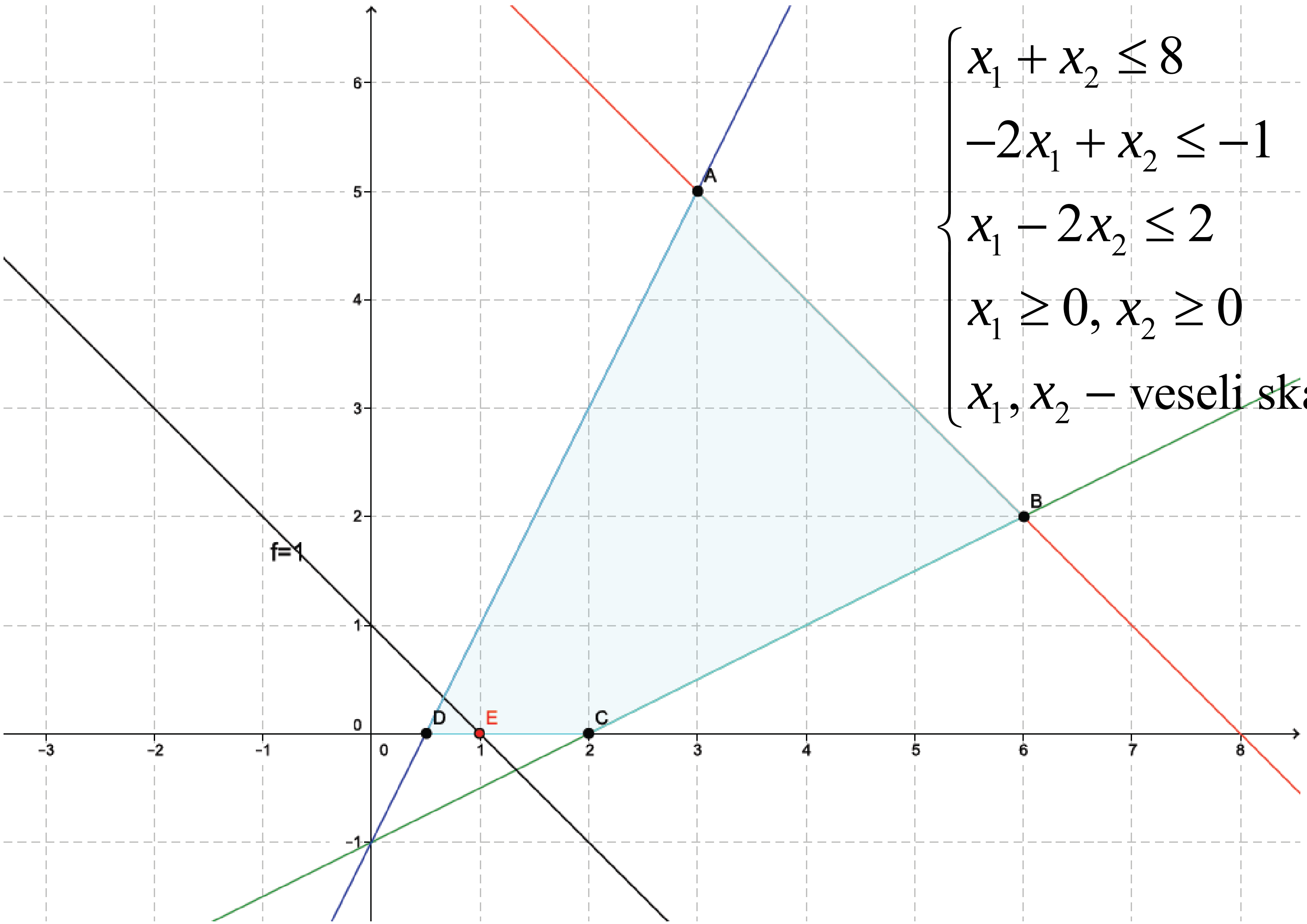
$$f = x_1 + x_2 \to \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 8 \\ -2x_1 + x_2 \le -1 \\ x_1 - 2x_2 \le 2 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

LPU grafiskā risināšana (4. uzdevums)

$$f = x_1 + x_2 \to \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 8 \\ -2x_1 + x_2 \le -1 \\ x_1 - 2x_2 \le 2 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \\ x_1, x_2 - \text{veseli skaitļi} \end{cases}$$



Lineārās programmēšanas uzdevumu risināšanas pamatetapi

- Uzdevuma nostādne
- Matemātiskā modeļa konstruēšana
- Uzdevuma atrisināšana
- Iegūto rezultātu pārbaude
- Iegūtā atrisinājuma realizācija praksē

PALDIES PAR UZMANĪBU