MAZĀ MATEMĀTIKAS UNIVERSITĀTE

LATVIJAS UNIVERSITĀTE
ANNO 1919

NMS

Fazer

ludo
SPĒĻU BODE

FIZMATI.LV

Ievads miglainajā matemātikā

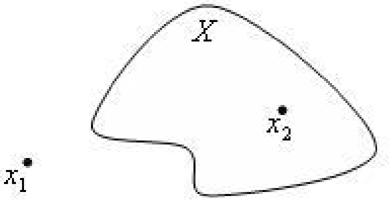
LU FMF profesors
Aleksandrs Šostaks
LU FMF docente
Ingrīda Uļjane

Saturs

Nestriktas kopas

Klasiskās kopas

Katrs punkts pieder kopai vai nepieder.

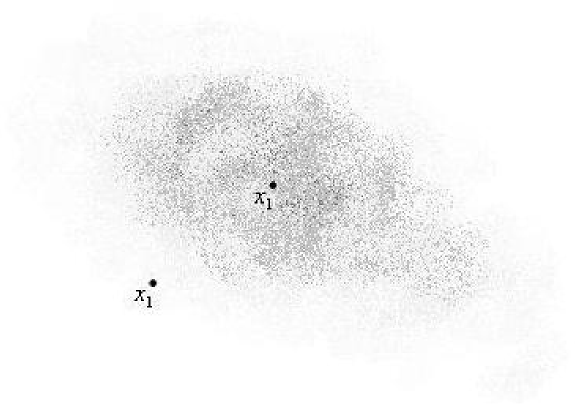


$x_1 \notin X$

$x_2 \in X$

Miglainās jeb nestriktās kopas

Cik lielā mērā katrs punkts pieder mākonim?



Nestrikto kopu teorijas pamatlicējs

Professor Lotfi A. Zadeh

Dzimis 1921. gadā Baku (Azerbaidžānā) uzņēmēja ģimenē.

1931.-1944. Zadē ģimene dzīvo Irānā.

1942. gadā Lofti ieguva bakalaura grādu elektriskajā inženierijā Teherenas universitātē.

1944. gadā Zadē ģimene emigrē uz ASV.

1946. Lofti ieguva maģistra grādu, bet 1951.gadā - doktora grādu elektriskajā inženierijā Kolumbijas universitātē

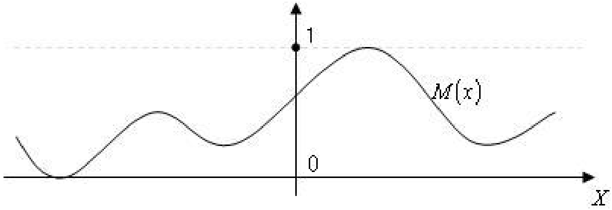
1963. gadā Lofti Zadē ievēl par Berklijas universitātes elektriskās inženierijas nodaļas vadītāju.

Nestriktās kopas definīcija

Definīcija

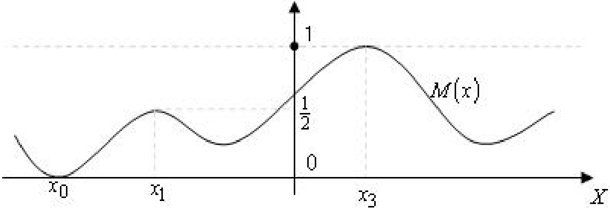
Par kopas X nestriktu apakškopu sauc attēlojumu (funkciju)

$$M : X \to [0; 1].$$



Vērtība $M(x)$ raksturo cik lielā mērā punkts x pieder kopas X nestriktai apakškopai M.

Nestriktās kopas piemērs

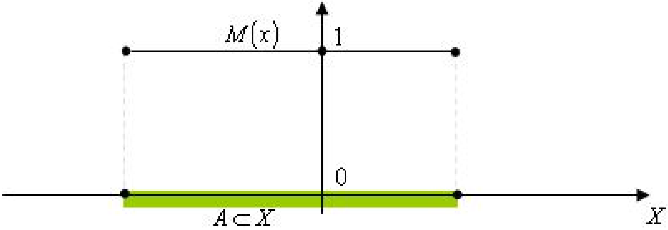


$$M(x_0) = 0$$

$$M(x_1) = \frac{1}{2}$$

$$M(x_3) = 1$$

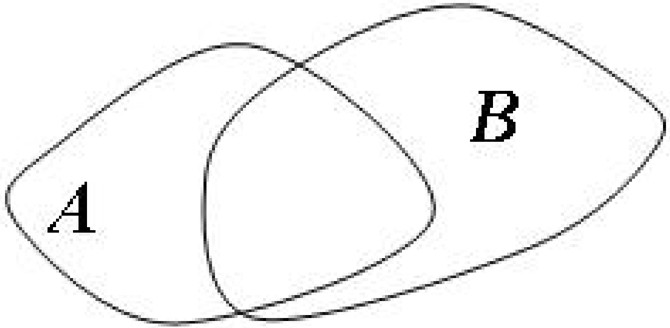
Kā parastas kopas aprakstīt ar nestriktām kopām?



$$M(x) = \begin{cases} 1, & \text{ja } x \in A \\ 0, & \text{citādi.} \end{cases}$$

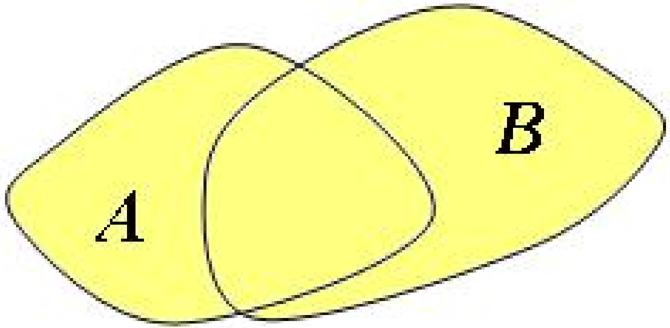
Darbības ar kopām

Parasto kopu universāsls novietojums plaknē



Apvienojums parastām kopām.

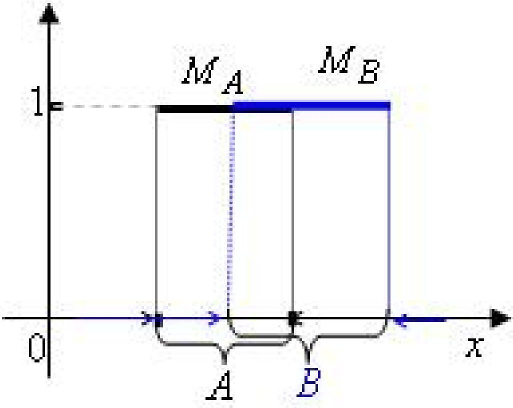
$$A \bigcup B = \{\ x \mid x \in A \text{ vai } x \in B\}$$



Parastās kopas kā nestriktās kopas.

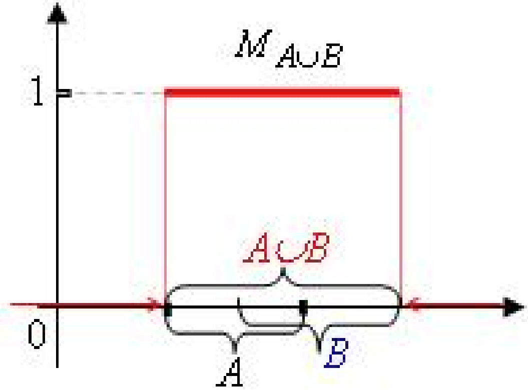
$$M_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{ja } x \in A \\ 0, & \text{citādi.} \end{cases}$$

$$M_B(x) = \begin{cases} 1, & \text{ja } x \in B \\ 0, & \text{citādi.} \end{cases}$$

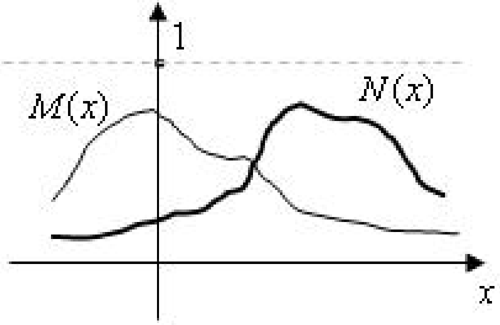


Apvienojums parastām kopām kā nestriktām kopām.

$$M_{A\bigcup B}(x) = \begin{cases} 1, & \text{ja } x \in A\bigcup B \\ 0, & \text{citādi.} \end{cases}$$

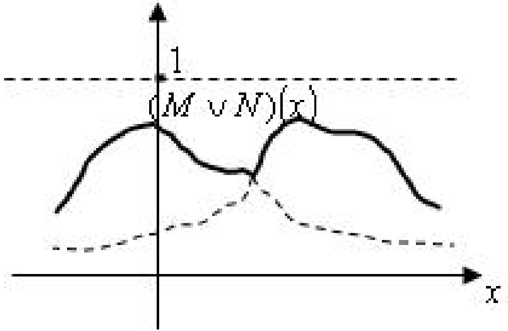


Dotas divas nestriktas kopas.



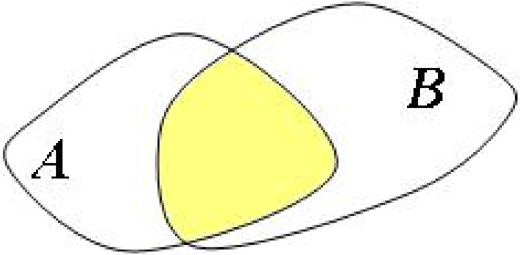
Apvienojums nestriktām kopām.

$$(M \vee N)(x) = max(M(x),\ N(x))$$



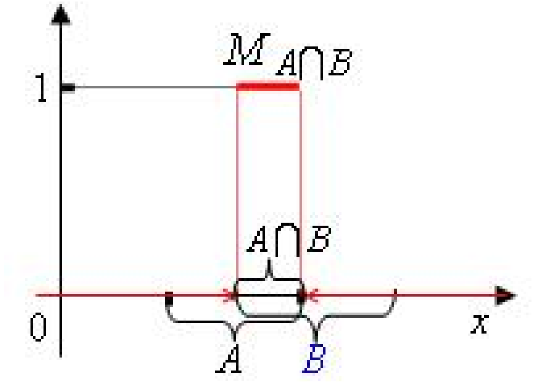
Šķēlums parastām kopām

$$A \bigcap B = \{ \, x \mid x \in A \text{ un } x \in B \}$$



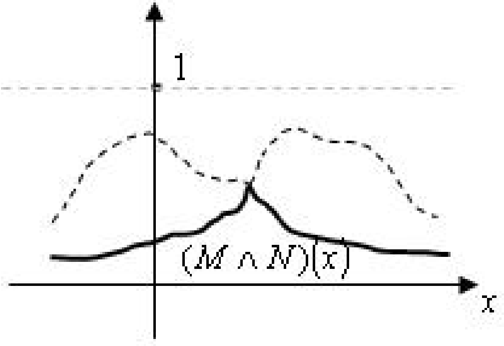
Šķēlums parastām kopām kā nestriktām kopām.

$$M_{A\bigcap B}(x) = \begin{cases} 1, & \text{ja } x \in A \bigcap B \\ 0, & \text{citādi.} \end{cases}$$



Šķēlums nestriktām kopām.

$$(M \wedge N)(x) = min(M(x),\ N(x))$$

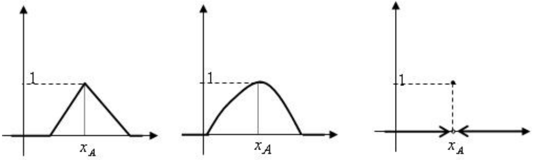


Nestriktie skaitļi

Nestriktie skaitļi

Definīcija

Par nestriktu skaitli sauc kopas X nestriktu apakškopu $A(x)$ tādu, kurai eksistē viens vienīgs punkts x_A tāds, ka $A(x_A) = 1$. Šo punktu x_A sauc par nestrikta skaitļa virsotni.



Darbības ar nestriktiem skaitļiem

Teorēma

Ja doti nestriktie skaitļi A un B, tad

$$(A + B)(x) = \sup_{s+t=x} (A(s) \wedge B(t))$$

$$(A \cdot B)(x) = \sup_{s \cdot t=x} (A(s) \wedge B(t))$$

$$(A^2)(x) = \sup_{t^2=x} A(t)$$

Darbības ar nestriktiem skaitļiem

Teorēma

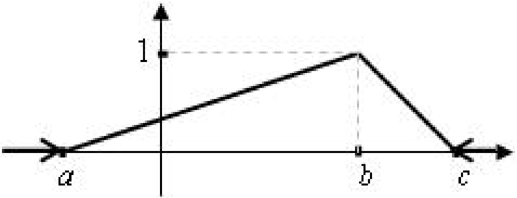
Ja A un B ir nestriktie skaitļi, tad $A + B$, $A \cdot B$ un $-A$ arī ir nestriktie skaitļi.

Trīsstūrveida nestriktie skaitļi

Definīcija

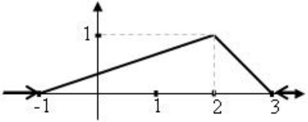
Par trīsstūrveida nestriktu skaitli sauc nestrikto skaitli A, kuru var uzdot ar formulu

$$A(x) = \begin{cases} 0, & \text{ja } x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{ja } a \leq x \leq b \\ \frac{x-c}{b-c}, & \text{ja } b < x \leq c \\ 0, & \text{ja } c < x \end{cases}$$

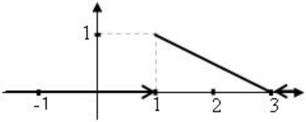


Trīsstūrveida nestriktu skaitli ērti var pierakstīt kā trīs reālo skaitļu kortežu (a, b, c).

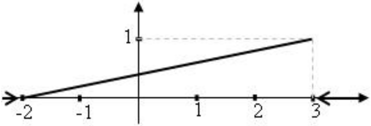
Trīsstūrveida nestrikto skaitļu piemēri



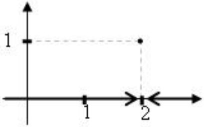
$(-1, 2, 3)$



$(1, 1, 3)$



$(-2, 3, 3)$



$(2, 2, 2)$

Trīsstūrveida nestrikto skaitļu summa un starpība

Teorēma

Trīsstūrveida nestrikto skaitļu saskaitīšanai ir spēkā šāda formula

$$(a,\ b,\ c) + (d,\ e,\ f) = (a + d,\ b + e,\ c + f).$$

Lai definētu trīsstūrveida nestrikto skaitļu starpību, izmanto formulu

$$A - B = A + (-B),$$

$$\text{kur } -B = (-c,\ -b,\ -a),\ \text{ja } B = (a,\ b,\ c).$$

Trīsstūrveida nestrikto skaitļu reizināšana

Teorēma

Trīsstūrveida nestrikto skaitļu reizinājumu aprēķina pēc formulas

$$(A \cdot B)(x) = \sup_{s \cdot t = x} (A(s) \wedge B(t)).$$

Piezīme

Trīsstūrveida nestrikto skaitļu reizinājums, kaut ir nestrikts skaitlis, var nebūt trīsstūrveida

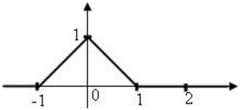
Trīsstūrveida nestrikto skaitļu reizināšanas piermēri

$A = (-1,\ 0,\ 1)$ jeb pilnā formā

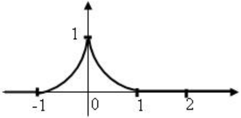
$$A(x) = \begin{cases} 0, & \text{ja } x \le -1 \text{ vai } x \ge 1 \\ 1 + x, & \text{ja } -1 \le x \le 0 \\ 1 - x, & \text{ja } 0 < x \le 1 \end{cases}$$

$$(A \cdot A)(x) = \sup_{s \cdot t = x} (A(s) \wedge A(t)) = A(\sqrt{|x|})$$

$$(A \cdot A)(x) = \begin{cases} 0, & \text{ja } x \le -1 \text{ vai } x \ge 1 \\ 1 - \sqrt{|x|}, & \text{ja } -1 \le x \le 1 \end{cases}$$



$A = (-1, 0, 1)$



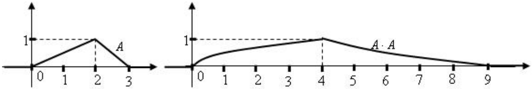
$A \cdot A$

Trīsstūrveida nestrikto skaitļu reizināšanas piermēri

$A = (0,\ 2,\ 3)$ jeb pilnā formā

$$A(x) = \begin{cases} 0, & \text{ja } x \leq 0 \text{ vai } x \geq 3 \\ \frac{1}{2}x, & \text{ja } 0 \leq x \leq 2 \\ 3 - x, & \text{ja } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

$$(A \cdot A)(x) = \begin{cases} 0, & \text{ja } x \leq 0 \text{ vai } x \geq 9 \\ \frac{1}{2}\sqrt{|x|}, & \text{ja } 0 \leq x \leq 4 \\ 3 - \sqrt{|x|}, & \text{ja } 4 \leq x \leq 9 \end{cases}$$



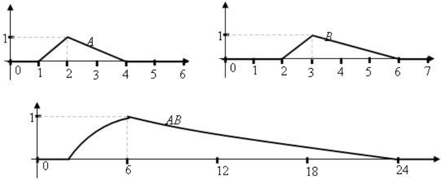
Trīsstūrveida nestrikto skaitļu reizināšanas piermēri

$A = (1,\ 2,\ 4)$ un $B = (2,\ 3,\ 6)$jeb pilnā formā

$$A(x) = \begin{cases} 0, & \text{ja } x \le 1 \text{ vai } x \ge 4 \\ x - 1, & \text{ja } 1 \le x \le 2 \\ \frac{4-x}{2}, & \text{ja } 2 \le x \le 4 \end{cases}$$

$$B(x) = \begin{cases} 0, & \text{ja } x \le 2 \text{ vai } x \ge 6 \\ x - 2, & \text{ja } 2 \le x \le 3 \\ \frac{6-x}{3}, & \text{ja } 3 \le x \le 6 \end{cases}$$

$$(A \cdot B)(x) = \begin{cases} 0, & \text{ja } x \le 2 \text{ vai } x \ge 24 \\ \frac{-3+\sqrt{1+4x}}{2}, & \text{ja } 2 \le x \le 6 \\ \frac{6-\sqrt{\frac{3}{2}x}}{3}, & \text{ja } 6 \le x \le 24 \end{cases}$$



Nestriktā loģika

Nestriktā loģika

Kasiskajā loģikā katrs izteikums ir vai nu patiess vai aplams, līdz ar to tam var piekārtot patiesuma vērtības atbilstoši 1 vai 0.

Nestriktajā loģikā izteikums var būt daļēji patiess, tātad tam tiks piekārtota patiesuma vērtība no intervāla $[0;1]$.

Loģikas operācijas. Konjunkcija

klasislā loģika

&	0	1	$\|A\|$
0	0	0	
1	0	1	
$\|B\|$			

T-norma

Nestriktajā loģikā konjunkciju definē, izmantojot t-normu

$$||A|| un ||B|| = ||A|| * ||B||.$$

t-normas definīcija

Operāciju $*$ intervālā $[0,\ 1]$ sauc par t-normu, ja katram $a, b, c \in [0, 1]$

1) $a * b = b * a$
2) $(a * b) * c = a * (b * c)$
3) $a \leq b$, tad $a * c \leq b * c$
4) $a * 1 = a$

t-normas pamatpiemēri

1) minimuma t-norma

$$a *_M b = a \wedge b$$

2) reizinājuma t-norma

$$a *_P b = a \cdot b$$

3) Lukasieviča t-norma

$$a *_L b = \max\{a + b - 1,\ 0\}$$

Konjunkcija nestritajā loģikā

$$||A||un||B|| = ||A|| *_P ||B||$$

$$||A||un||B|| = ||A|| \cdot ||B||$$

&	0	$\frac{1}{2}$	1	$\|A\|$
0	0	0	0	
$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	
1	0	$\frac{1}{2}$	1	
$\|B\|$				

Konjunkcija nestritajā loģikā

$$||A||un||B|| = ||A|| *_L ||B||$$

$$||A||un||B|| = max\{||A|| + ||B|| - 1,\ 0\}$$

&	0	$\frac{1}{2}$	1	$\|A\|$
0	0	0	0	
$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	
1	0	$\frac{1}{2}$	1	
$\|B\|$				

Mājās, ja ir iedvesma, varat izdomāt

1) nestriktu kopu piemērus un kādas funkcijas tām būtu atbilstošas;
2) savu personīgo t-normu un pārdomāt konjunkciju nestriktajā loģikā ar četrām patiesuma vērtībām.

Mūsu e-pasta adreses:
aleksandrs.sostaks@lu.lv
ingrida.uljane@lu.lv