

# MAZĀ MATEMĀTIKAS UNIVERSITĀTE



LATVIJAS  
UNIVERSITĀTE  
ANNO 1919



Fazer



FIZMAT.LV

# MATEMĀTISKĀ MODELĒŠANA

LU FMF pētniece, doktorante

Sanda Blomkalna

LU FMF vadošais pētnieks

Uldis Strautiņš



MATEMĂTIKA

REALITĂTE



KĀDS BŪS LAIKS?

CIK AUGSTS?

CIK SMAGS?

CIK VECS?

VAI IZKUSĪS?

CIK ILGI JĀIET?

CIK DZIĻŠ?

KUR ES VISPĀR ESMU?

Nometne  
LAIME

Nometne  
BAIGAIS PĒC

KĀ PIELIETOT MATEMĀTIKU?

# MATEMĀTISKAIS MODELIS

Balstīts uz reālu problēmu, konkrēts mērķis

Procesu aprakstīšana un to iznākumu paredzēšana

Ideju pārbaudīšana

Salīdzinoši lēts un ātrs variants

Procesu, sistēmu vai to darbības attēlošana ar matemātisku izteiksmju palīdzību.

/Akadēmiskā terminu datubāze/

# MATEMĀTISKAIS MODELIS

Balstīts uz reālu problēmu, konkrēts mērķis

Procesu aprakstīšana un to iznākumu paredzēšana

Ideju pārbaudīšana

Salīdzinoši lēts un ātrs variants

Modelis ir jebkas, ko izmanto (vai var izmantot) kaut kā cita vietā kaut kādam nolūkam.

/K. Podnieks/

# MATEMĀTISKAIS MODELIS

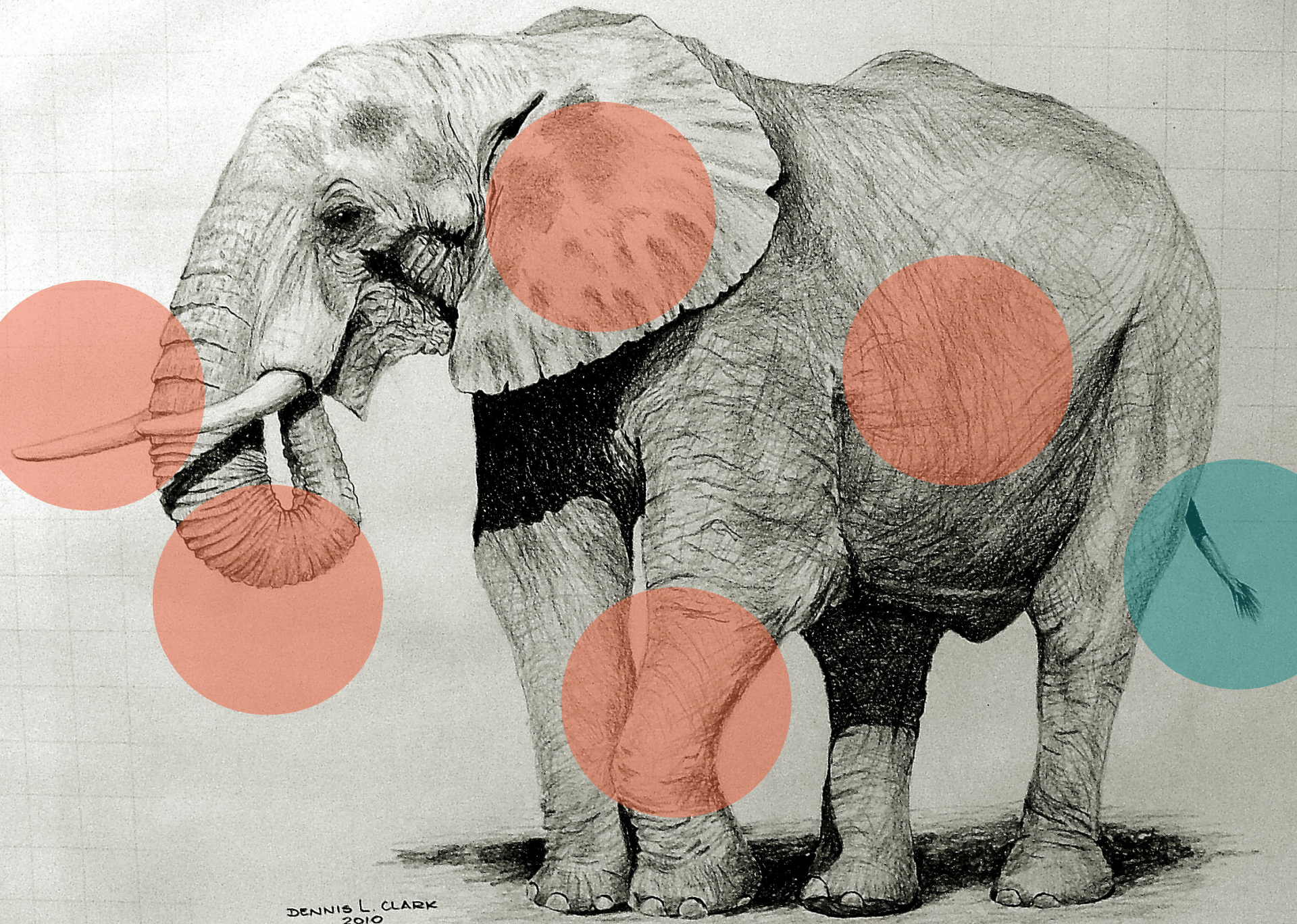
Nav labākā modeļa

Nav precīzs

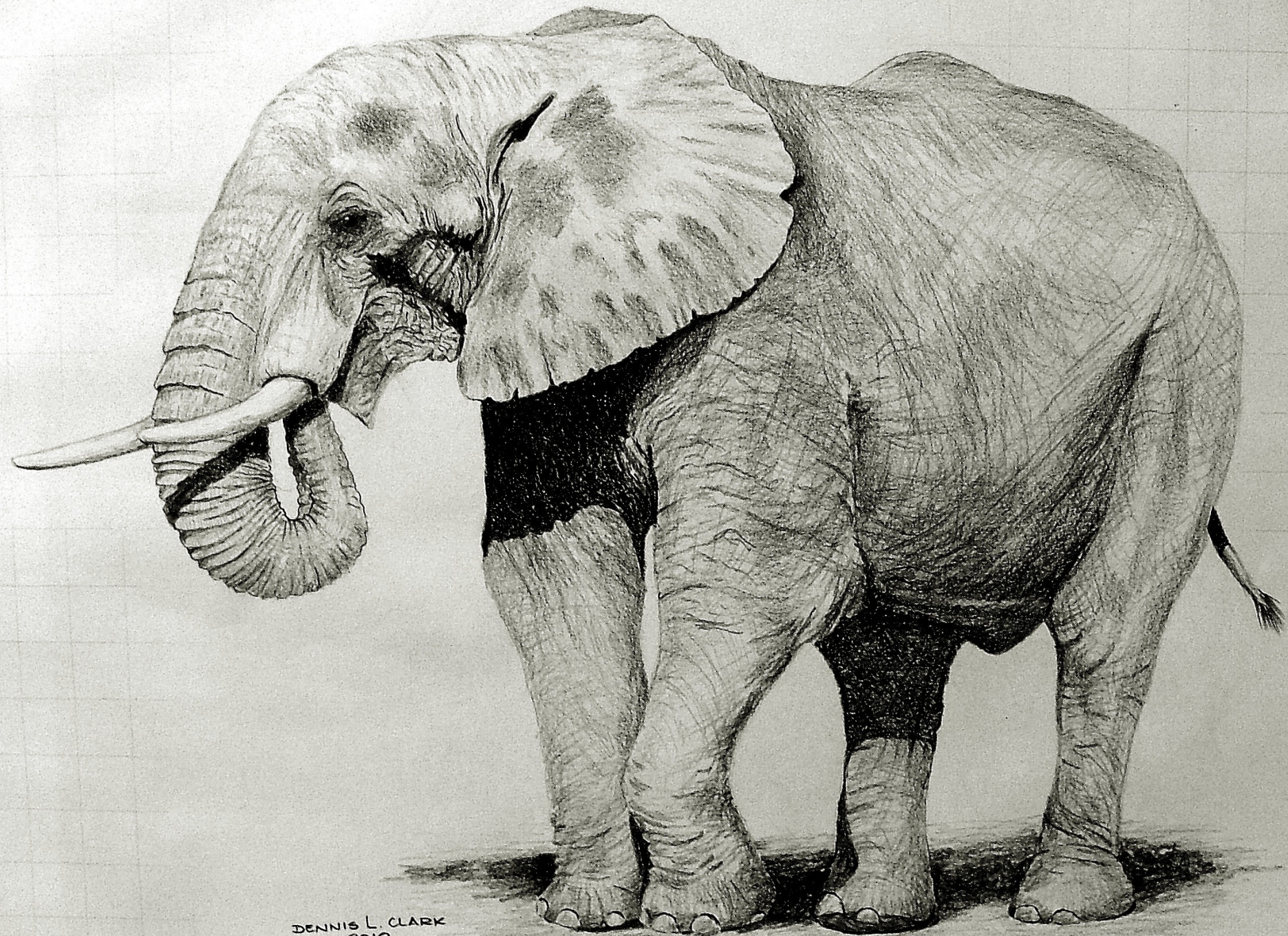
Vai ir noderīgs?

Eksperimenti





DENNIS L. CLARK  
2010



DENNIS L. CLARK  
2010

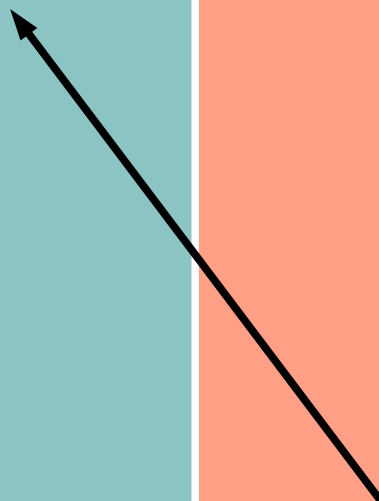
REĀLĀ  
PROBLĒMA

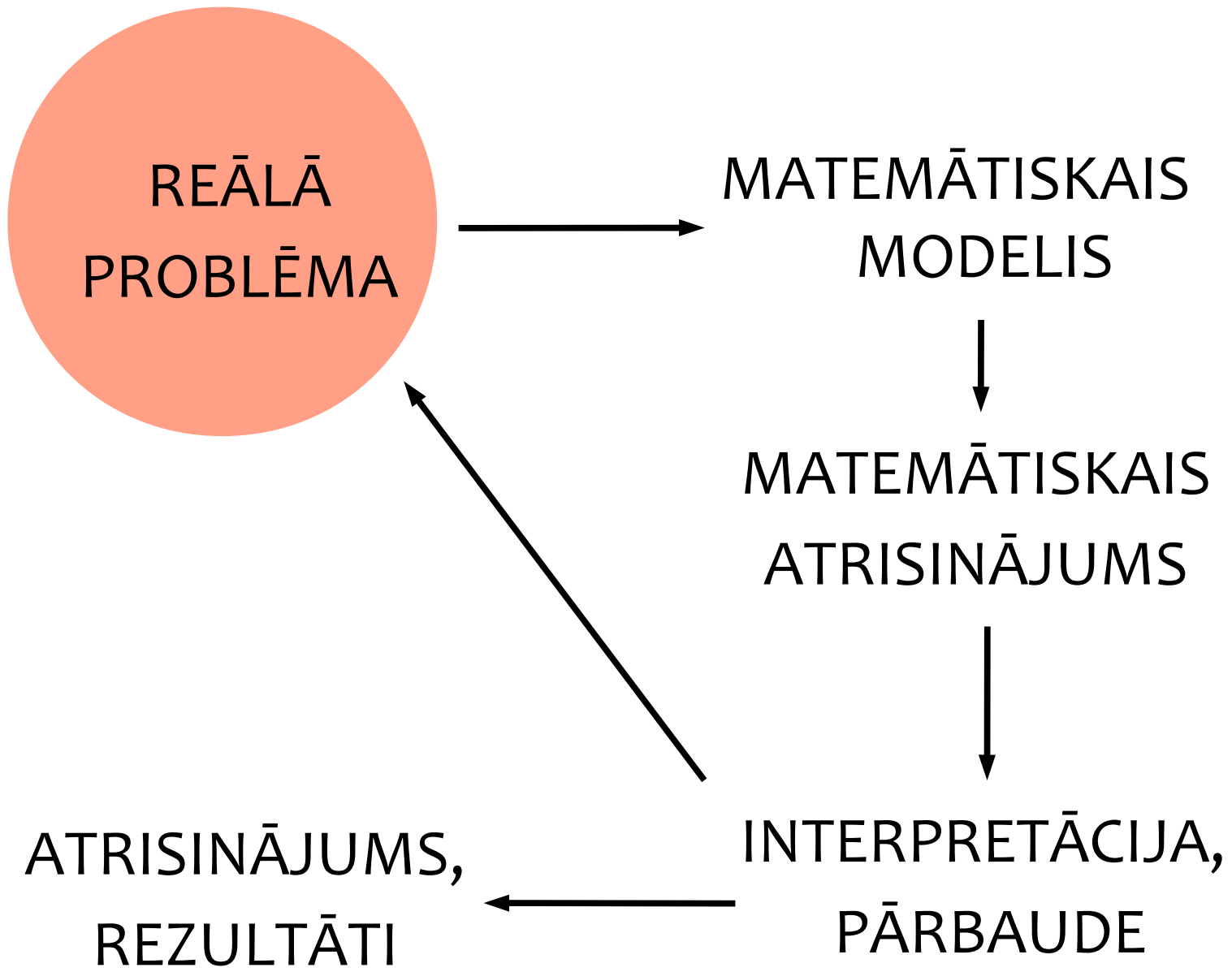
MATEMĀTISKAIS  
MODELIS

MATEMĀTISKAIS  
ATRISINĀJUMS

INTERPRETĀCIJA,  
PĀRBAUDE

ATRISINĀJUMS,  
REZULTĀTI





## UZDEVUMS

Inese devās uz veikalu, kas atrodas 2 km attālumā. Pēc dažām minūtēm viņas brālis Māris pa to pašu ceļu brauc ar riteni. Ja Inese iet ar ātrumu 80 m minūtē, bet Māris brauc ar ātrumu 230 m minūtē, pēc cik ilga laika Māris panāks Inesi, pieņemot, ka Māris izbrauc 10 minūtes pēc Ineses aiziešanas?

## UZDEVUMS.2 GPS dati:

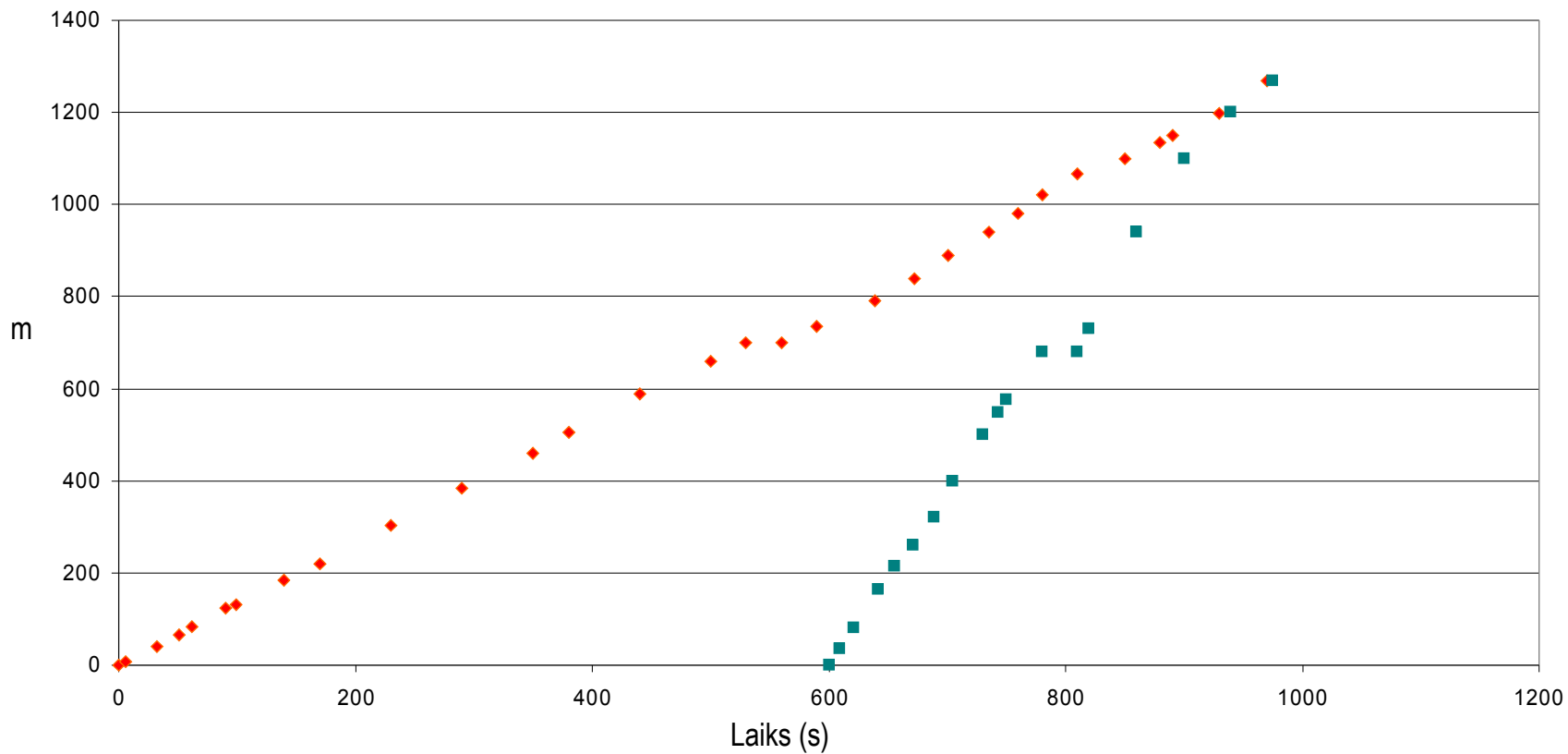
### Inese

Attālums (m)	0	7,5	18	41	58,6	64,6	84	106	125	132,2	146	...
Laiks (s)	0	6	15	32	45	51	62	78	90	99	110	...

### Māris

Attālums (m)	0	35	82,2	165	215	260	230,6	400	500	548	575	...
Laiks (s)	0	9	21	42	56	71	89	105	130	143	150	...

# UZDEVUMS.2 GPS dati:



Inese

Māris

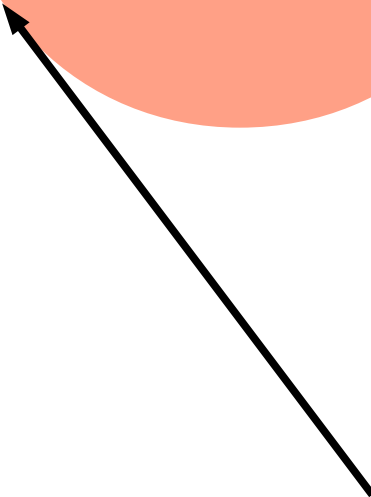
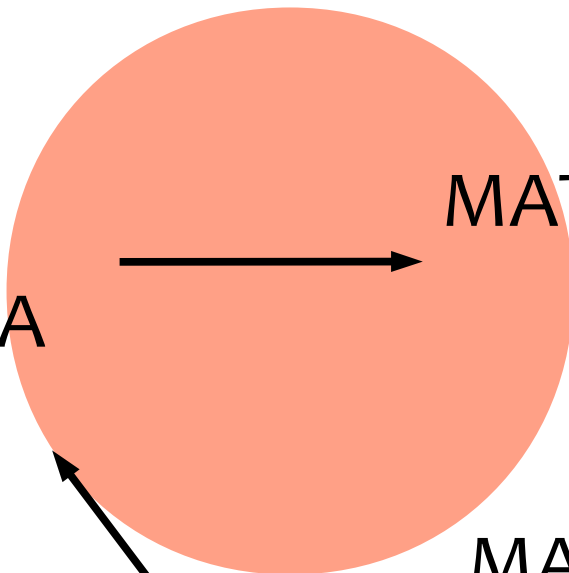
REĀLĀ  
PROBLĒMA

MATEMĀTISKAIS  
MODELIS

MATEMĀTISKAIS  
ATRISINĀJUMS

INTERPRETĀCIJA,  
PĀRBAUDE

ATRISINĀJUMS,  
REZULTĀTI





Formulēšana



Pieņēmumi

Lietas, kuru ietekmi

neņemam  
vērā

ņemam vērā,  
bet nepētām

ņemam vērā  
un pētām

Okamas  
nazis

# Ockham's razor

*Shaving your hypothesis since 14th Century*

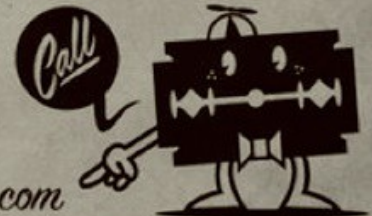


**AMAZING!**

*Applicable to:  
Physics  
Chemistry  
Math  
Biology  
and many others!*

*"Entia non sunt  
multiplicanda  
praeter necessitatem"*

*tokyocandies.com*



REĀLĀ  
PROBLĒMA



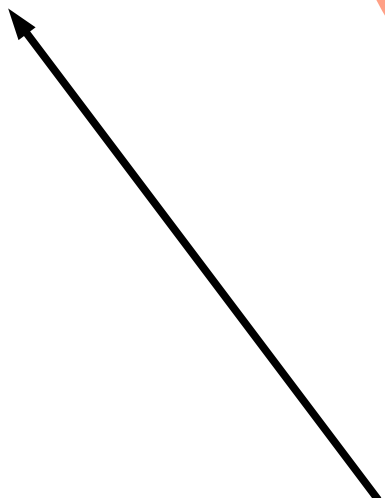
MATEMĀTISKAIS  
MODELIS



MATEMĀTISKAIS  
ATRISINĀJUMS



INTERPRETĀCIJA,  
PĀRBAUDE



ATRISINĀJUMS,  
REZULTĀTI



REĀLĀ  
PROBLĒMA



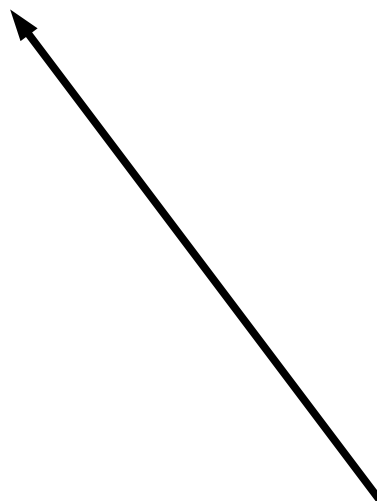
MATEMĀTISKAIS  
MODELIS



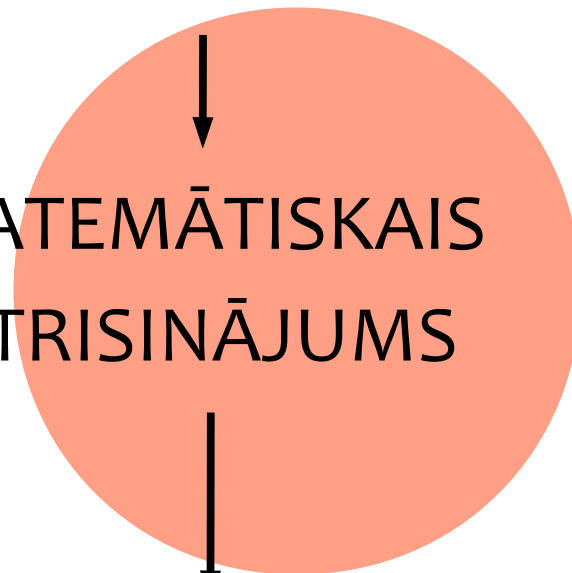
MATEMĀTISKAIS  
ATRISINĀJUMS



INTERPRETĀCIJA,  
PĀRBAUDE



ATRISINĀJUMS,  
REZULTĀTI



REĀLĀ  
PROBLĒMA



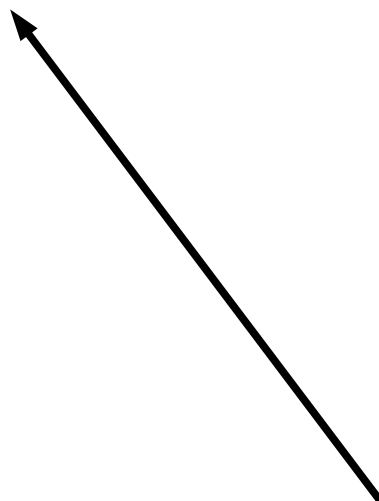
MATEMĀTISKAIS  
MODELIS



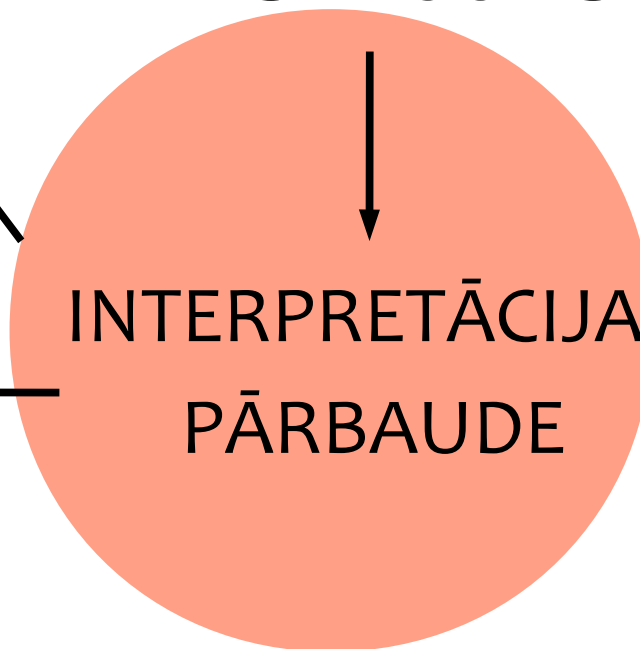
MATEMĀTISKAIS  
ATRISINĀJUMS



INTERPRETĀCIJA,  
PĀRBAUDE



ATRISINĀJUMS,  
REZULTĀTI





Cik dzila ir aka?

Brīvā krišana

$$H = \frac{1}{2}gt^2$$

Cik dziļa ir aka?

H – akas dziļums

g – brīvās krišanas  
paātrinājums

t=4

# Cik dziļa ir aka?

H – akas dziļums

g – brīvās krišanas  
paātrinājums

t=4

k – pretestības  
koeficients

e ~ 2.71828183

Ievērojot gaisa pretestību

$$H = \frac{g}{k^2} (kt + e^{-kt} - 1)$$



# Cik dziļa ir aka?

H – akas dziļums

g – brīvās krišanas  
paātrinājums

t=4

k – pretestības  
koeficients

e ~ 2.71828183

s – 343.2 m/s

Ievērojot skaņas izplatīšanās ātrumu gaisā

$$H = s \cdot (4 - t) = \frac{g}{k^2} (kt + e^{-kt} - 1)$$

$$H = \frac{1}{2}gt^2$$

$$H = \frac{g}{k^2}(kt + e^{-kt} - 1)$$

$$H = s \cdot (4 - t) = \frac{g}{k^2}(kt + e^{-kt} - 1)$$

$$g \sim 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$t = 4 \text{ s}$$

$$k = 0,05$$

$$e \sim 2.71828183$$

$$s \sim 343.2 \text{ m/s}$$

# Cik dziļa ir aka?

Brīvā krišana

$$H = \frac{1}{2}gt^2$$

**78.48 m**

levērojot gaisa pretestību

$$H = \frac{g}{k^2}(kt + e^{-kt} - 1)$$

**73.50 m**

levērojot skaņas izplatīšanās ātrumu gaisā

$$H = s \cdot (4 - t) = \frac{g}{k^2}(kt + e^{-kt} - 1)$$

**66.74 m**

REĀLĀ  
PROBLĒMA



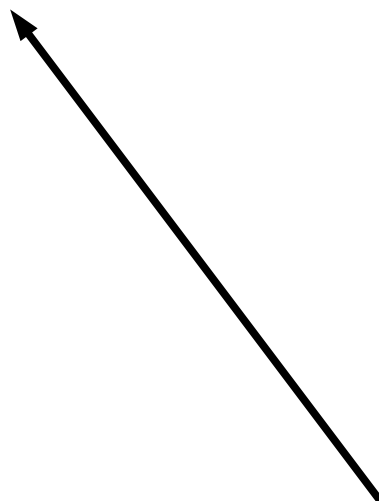
MATEMĀTISKAIS  
MODELIS



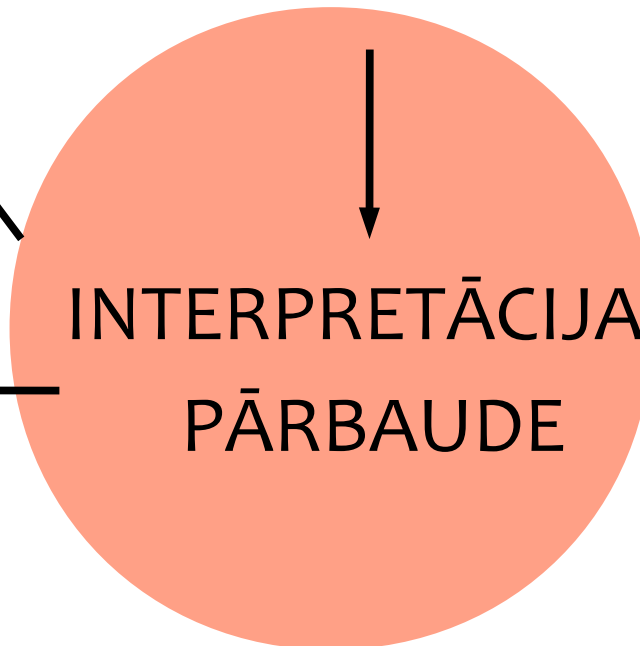
MATEMĀTISKAIS  
ATRISINĀJUMS



INTERPRETĀCIJA,  
PĀRBAUDE



ATRISINĀJUMS,  
REZULTĀTI





**INFEKCIJAS**

$$N=S+I+R$$

S – vēl veseli (susceptible)

I – infekciozi (infected)

R – atveseļojušies vai miruši (removed)

$\beta$  – vidējais aplipināšanas ātrums

$\gamma$  – izveseļošanās ātrums

$$S_{t+1} = S_t - \beta \cdot I_t \cdot S_t$$

$$I_{t+1} = I_t + \beta \cdot I_t \cdot S_t - \gamma \cdot I_t$$

$$R_{t+1} = R_t + \gamma \cdot I_t$$

$$R_0 = \frac{\beta}{\gamma}$$

$$R_0 > 1, R_0 = 1, R_0 < 1$$

$$I_0 = \text{zināms}$$

Simulācija ar parametriem

$$N=9999$$

$$I_0=1$$

$$R_0=0$$

$$N=S+I+R$$

S – vēl veseli

I – infekciozi

R – atveseļojušies vai vakcinēti

$\beta$  – vidējais aplipināšanas ātrums

$\gamma$  – izveseļošanās ātrums

$\nu$  – vakcinācija

$$S_{t+1} = S_t - \beta \cdot I_t \cdot S_t - \nu \cdot S_t$$

$$I_{t+1} = I_t + \beta \cdot I_t \cdot S_t - \gamma \cdot I_t$$

$$R_{t+1} = R_t + \gamma \cdot I_t + \nu \cdot S_t$$

Simulācija



$$N=S+I$$

S – vēl veseli (susceptible)

I – infekciozi (infected)

$\beta$  – vidējais aplipināšanas ātrums

$\gamma$  – izveseļošanās ātrums

$$S_{t+1} = S_t - \beta \cdot I_t \cdot S_t + \gamma \cdot I_t$$

$$I_{t+1} = I_t + \beta \cdot I_t \cdot S_t - \gamma \cdot I_t$$

$$N=S+E+I+R$$

E – inficējies, bet neinfekciozs

$\beta$  – vidējais aplipināšanas ātrums

$\gamma$  – izveseļošanās ātrums

$\mu$  – dzimstības un mirstības parametrs

$\nu$  – vakcinācija

$\sigma$  –

$$S_{t+1} = S_t + \mu(N - S_t) - \beta \cdot I_t \cdot S_t - \nu \cdot S_t$$

$$E_{t+1} = E_t + \beta \cdot I_t \cdot S_t - (\mu + \sigma) \cdot E_t$$

$$I_{t+1} = I_t + \sigma \cdot E_t - (\mu + \gamma) \cdot I_t$$

$$R_{t+1} = R_t + \gamma \cdot I_t - \mu \cdot R_t + \nu \cdot S_t$$

Simulācija



**ZOMBIJI?**

S+Z+R

S – vēl veseli

I – zombiji

R – miruši

$\beta$  – vidējais aplipināšanas ātrums

$\alpha$  – zombiju iznīcināšanas ātrums

$\delta$  – nāves gadījumi

$\xi$  – iespēja kļūt par zombiju

$$S_{t+1} = S_t + \Pi - \beta \cdot Z_t \cdot S_t - \delta \cdot S_t$$

$$Z_{t+1} = Z_t + \beta \cdot Z_t \cdot S_t + \xi \cdot R_t - \alpha \cdot Z_t \cdot S_t$$

$$R_{t+1} = R_t + \delta \cdot S_t + \alpha \cdot Z_t \cdot S_t - \xi \cdot R_t$$

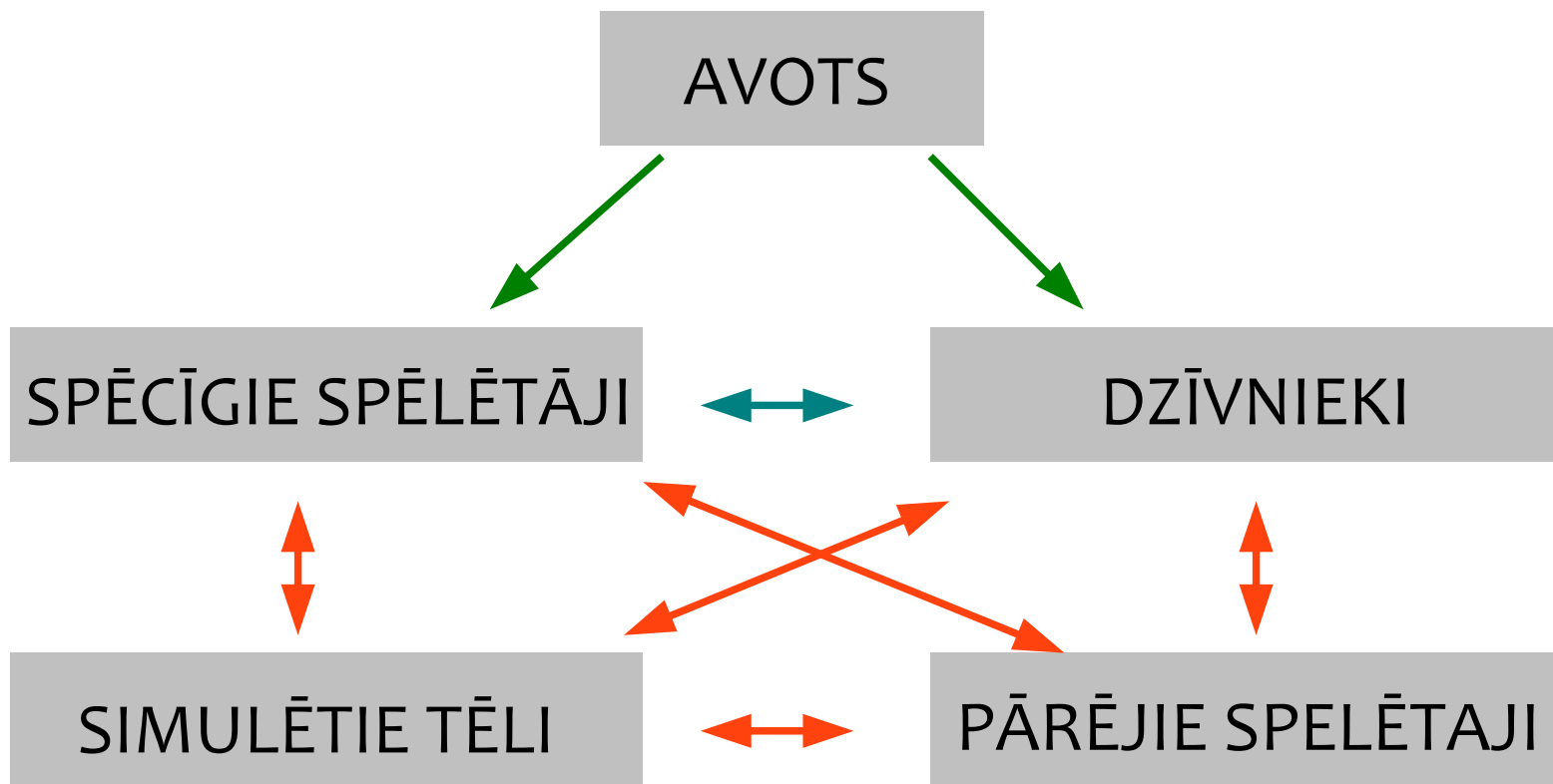


**Corrupted Blood**  
Deals 263 to 337 damage every 2 sec.  
Spreads to nearby allies.

# WORLD OF WARCRAFT

For more patch information visit [www.worldofwarcraft.com](http://www.worldofwarcraft.com).

Amork dies.  
You create: [Major Healthstone]



**CORRUPTED BLOOD**

REĀLĀ  
PROBLĒMA



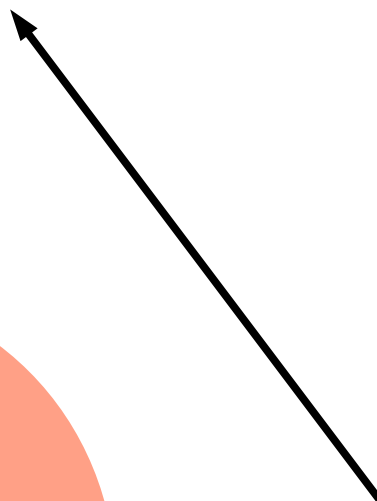
MATEMĀTISKAIS  
MODELIS



MATEMĀTISKAIS  
ATRISINĀJUMS



INTERPRETĀCIJA,  
PĀRBAUDE




ATRISINĀJUMS,  
REZULTĀTI



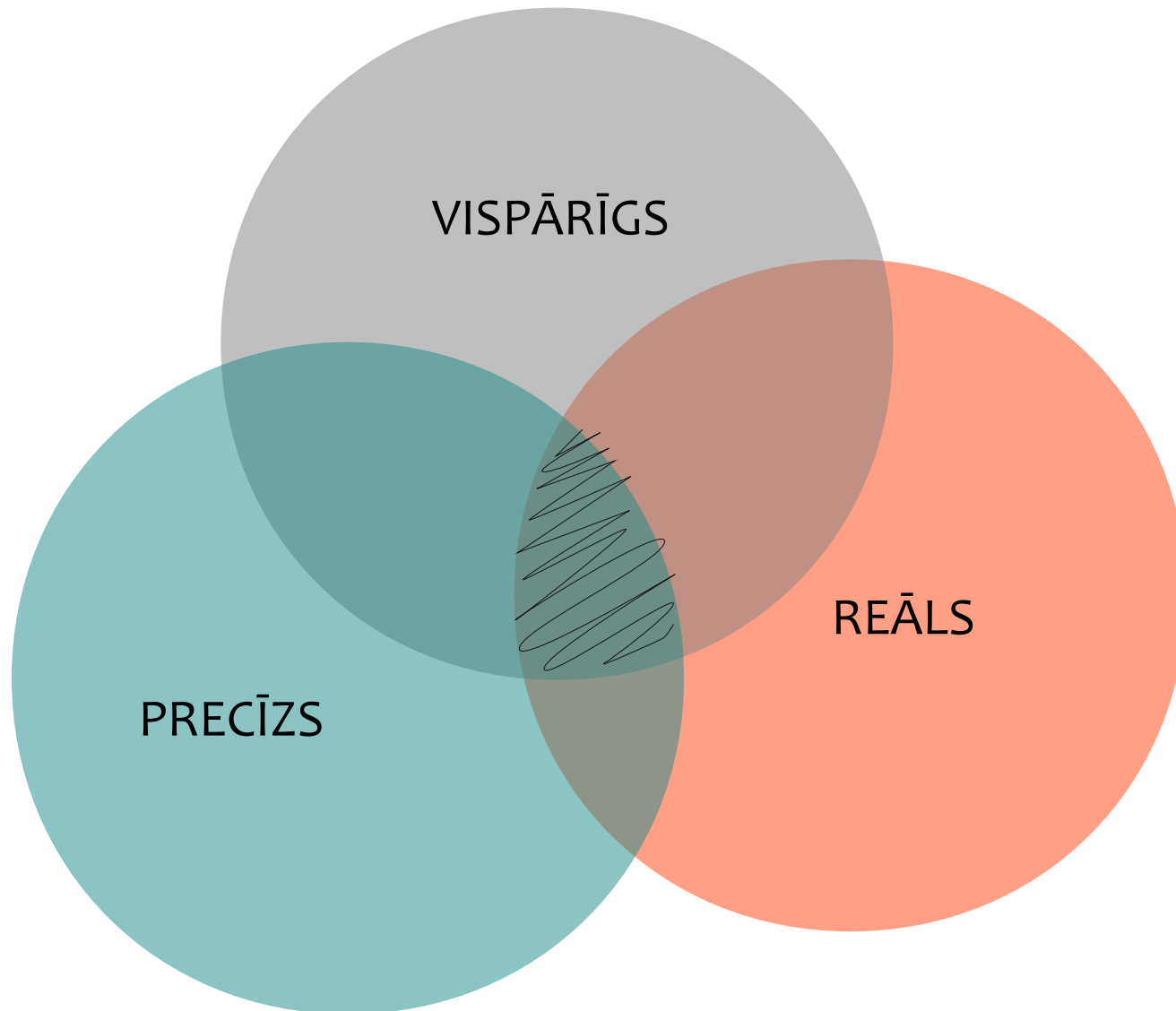
# Publikācijas Konferences Grāmatas





Prezentēšana  
Datu vizualizācija

# MATEMĀTISKAIS MODELIS



Paldies!

