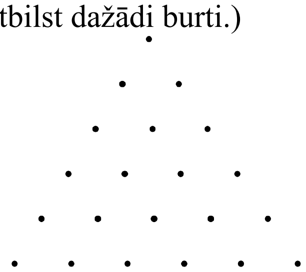
Jauno matemātiķu konkurss 2008./2009. m.g.

1. kārtas uzdevumi

1. Ievietojiet 1.zīm. burtu vietā ciparus, lai iegūtu pareizu reizināšanas piemēru! (Katrs cipars aizstāts ar vienu burtu, dažādiem cipariem atbilst dažādi burti.)

$$\begin{array}{r} S\,E\,A\,M \\ \cdot \qquad T \\ \hline M\,E\,A\,T\,S \end{array}$$

1. zīm.



2. zīm.

2. Caur visiem 2. zīm. attēlotajiem punktiem novelc slēgtu lauztu līniju, kas pati sevi nekrusto. Kāds var būt mazākais šādas līnijas garums? (Par garuma vienību izvēlamies īsāko attālumu starp diviem dotajiem punktiem.)

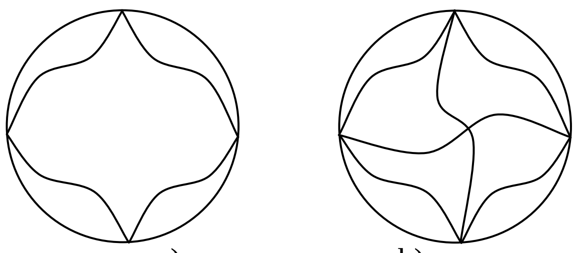
3. Ar skaitli atļauts veikt sekojošas darbības: 1) pareizināt ar 3; 2) atņemt 6; 3) pieskaitīt šī skaitļa ciparu summu. (Piemēram, no skaitļa 67 ar šīm darbībām tiktu iegūts attiecīgi: 1) 67·3=201; 2) 67-6=63; 3) 67+(6+7)=80.) Vai, veicot šādas darbības jebkurā secībā vairākas reizes pēc kārtas, no skaitļa 33 var iegūt skaitli 2008?

4. Vai jebkuru trijstūri var sagriezt 5 daļās, starp kurām ir viens trijstūris, četrstūris, piecstūris, sešstūris un septiņstūris?

5. Vinnijs Pūks bija atnācis pie Trusīša uz tēju. Trusītis uzklāja galdu un uzlika arī 5 medus trauciņus, kuros bija attiecīgi 30 g, 50 g, 70 g, 90 g un 110 g medus. Abi draugi vienlaicīgi sāka ēst medu un paņēma katrs pa vienam trauciņam (Trusītis ļāva Pūkam izvēlēties pirmajam). Tad, kad viens trauciņš bija izēsts, uzreiz tika ņemts nākamais vēl neaizskartais trauciņš. Kurš trauciņš Pūkam jāizvēlas vispirms, lai kopā viņš varētu apēst vairāk medus nekā Trusītis? Cik g medus Pūks noteikti var dabūt, pat ja Trusītis arī cenšas apēst medu pēc iespējas vairāk? Abi draugi medu ēd ar vienādu ātrumu.

2. kārtas uzdevumi

1. Vai 1.a) un b) zīmējumos attēlotās figūras var uzzīmēt, neatraujot zīmuli no papīra? Ja nevar, pamatojiet, kāpēc!



a) b)

1. zīm.

2. Izteiksmē **8 8 8 8 8** starp cipariem ievietojiet aritmētisko darbību zīmes („+”, „–” , „·”, vai „:”) un/ vai iekavas tā, lai iegūtās izteiksmes vērtība būtu **a)** 1; **b)** 2; **c)** 3; **d)** 4; **e)** 5.

3. Atrodiet visus tādus naturālu skaitļu a un b pārus, kam ir pareiza vienādība $4a + 20 = 60 - 5b$. Pamatojiet, ka citu tādu skaitļu pāru, kas apmierina doto vienādību, nav!

4. Doti desmit dažādi taisnstūrveida dēlīši, kuriem vienas malas garums ir 20 cm, bet otras malas garums ir attiecīgi 10 cm, 20 cm, 30 cm, ..., 90 cm, 1 m. Vai no šiem dēlīšiem var salikt taisnstūri, kura abu malu garumi ir lielāki nekā 20 cm? (Dēlīši nedrīkst pārklāties.)

5. Dotas 5 lodītes, uz kurām ir uzraksti „1 g”, „2 g”, „3 g”, „4 g” un „5 g” (uz visām lodītēm uzraksti atšķiras). Ir zināms, ka 4 lodītēm svars sakrīt ar uzrakstu, bet vienas lodītes svars atšķiras no uzraksta uz tās. Parādiet, kā ar **iespējami maz** svēršanām, izmantojot sviras svarus bez atsvariem, var atrast lodīti, kuras svars nesakrīt ar uzrakstu uz tās. (Nav nepieciešams pamatot, ka ar mazāk svēršanām to izdarīt nevar.)

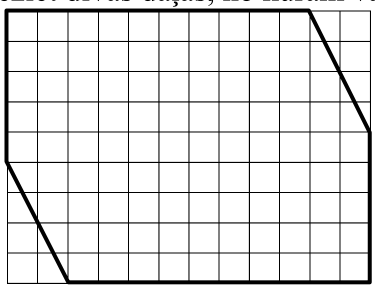
3. kārtas uzdevumi

1. Atrodiet vismaz vienu skaitli, kas dalās ar 19, kura ciparu summa ir 19 un kura pēdējie cipari ir „19”!

2. Rūtiņu lapā uzzīmē divus dažādus piecstūrus, kuru visas virsotnes atrodas rūtiņu virsotnēs un laukums katram piecstūrim ir vienāds ar 1,5 rūtiņu laukumu. (Piecstūru malām nav obligāti jāiet pa rūtiņu līnijām.)

3. Noskaidrojiet, cik ir tādu skaitļu *n*, ka skaitli 1004 dalot ar *n* atlikums ir 14.

4. 1. zīmējumā attēloto figūru sagrieziet divās daļās, no kurām var salikt kvadrātu.



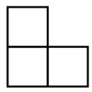
1.zīm.

5. Jānis, Andris un Pēteris spēlē galda tenisu. Katrā spēlē piedalās divi no viņiem, bet trešais stāv malā un skatās. Katras spēles uzvarētājs nākošajā spēlē ar malā stāvētāju, savukārt zaudētājs tagad stāv malā. Pēc kāda laika izrādījās, ka Jānis ir piedalījies 10 spēlēs, Andris – 15 spēlēs un Pēteris – 17 spēlēs. Kurš zēns zaudēja otrajā spēlē? Pamatojiet savu atbildi!

4. kārtas uzdevumi

1. Atrisini doto skaitļu rēbusu! Atrodi visus atrisinājumus. (Viens cipars aizstāts ar vienu burtu: dažādi cipari aizstāti ar dažādiem burtiem, vienādi – ar vienādiem.)

$$\begin{array}{cccccc} & A & B & C & D & E \\ + & & S & P & E & D \\ \hline E & T & E & B & S & S \end{array}$$



1. zīm.

2. No 6 zilām un 6 sarkanām figūriņām, kādas attēlotas 1. zīm., salieciet kvadrātu 6×6 rūtiņas tā, lai nekādām divām vienas krāsas figūriņām nebūtu kopīgs malas nogrieznis (t.i., vienādas krāsas figūriņas drīkst saskarties tikai ar stūriem).

3. Ruksītis Nif-Nifs viens pats mājiņu var uzcelt 8 dienās, arī ruksītis Nuf-Nufs tādu pašu mājiņu viens pats būvē 8 dienas, savukārt čaklais ruksītis Naf-Nafs šādu mājiņu var viens pats var uzcelt 6 dienās. Vēl brāļiem piepalīdz pelēns Tims, kurš vienatnē šādu mājiņu būvētu 12 dienas. Cik ilgā laikā mājiņa tiktu uzbūvēta, ja pie darba ķertos visi draugi kopā?

4. Dotas 20 kartītes. Tām uz vienas puses uzrakstīti naturāli skaitļi no 1 līdz 20 (uz katras kartītes – cits skaitlis), bet uz otras puses – naturāli skaitļi no 21 līdz 40. Pie tam abu uz vienas kartītes uzrakstīto skaitļu summa ir viena un tā pati visām 20 kartītēm.
Uz labu laimi no šīm 20 kartītēm izvēlētas 4. Vai no šīm četrām kartītēm noteikti vienmēr varēs paņemt trīs kartītes un nolikt tās uz galda tā, ka redzamo skaitļu summa dalās ar 3?

5. Uz šaha galdiņa tiek izvietotas figūriņas, uz katra lauciņa ne vairāk kā viena figūriņa, pie tam nekādas divas figūriņas nedrīkst atrasties uz blakus lauciņiem (par *blakus lauciņiem* sauksim lauciņus, kuriem ir kopīga mala vai kopīgs stūris).

Kāds **mazākais** daudzums figūriņu jāizvieto uz galdiņa 8×8 rūtiņas, lai vairāk nevienu figūriņu nebūtu iespējams novietot atbilstoši uzdevuma nosacījumiem?

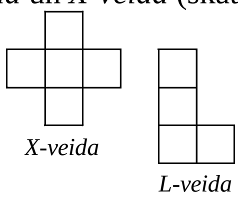
5. kārtas uzdevumi

1. Atrodiet tādu naturālu skaitli A, kuram pieskaitot divkāršotu skaitļa A reizinājumu pašam ar sevi, un iegūto summu izdalot ar skaitļa A ciparu summu, rezultāts ir 100.

2. Alise uzrakstīja rindā visus naturālos skaitļus pēc kārtas no 1 līdz 100 (ieskaitot), neatdalot tos, tādējādi iegūstot ciparu virkni (iegūtās virknes sākums ir 1234...). Pēc tam šajā virknē izsvītroja visus tos ciparus, kas ir lielāki par sev sekojošu skaitli (piemēram, virknē 1223**549**7 tiek izsvītroti cipari 5 (jo 5>4) un 9 (9>7)). Šādu darbību atkārto tik ilgi, kamēr vairs nevienu ciparu izsvītrot nevar. Kāda ir beigās palikušo ciparu summa?

3. Brīnumu laukā bija 6 koka sprunguļi, kuru garumi ir attiecīgi 10 cm, 20 cm, 30 cm, 40 cm, 50 cm un 60 cm. Lapsa Alise un runcis Bazilio ar tiem spēlēja šādu spēli: katrs pēc kārtas izvēlas pa vienam sprungulim, līdz visi sprunguļi paņemti (un katram ir pa 3 sprunguļiem); pirmā izvēlas Alise. Uzvar tas, kurš no saviem sprunguļiem var izveidot trijstūri (katrai trijstūra malai jābūt veselam sprungulim, t.i., sprunguļus jāsavieto ar galiem kopā, tos nedrīkst lauzt gabalos). Kurš uzvarēs, pareizi spēlējot? (Aprakstiet, kā uzvarētājam ir jārīkojas, un pamatojiet, kāpēc viņš vienmēr uzvarēs neatkarīgi no pretinieka gājieniem.) Vai var gadīties, ka abi spēlētāji no saviem sprunguļiem var izveidot pa trijstūrim?

4. Sniega karaliene Ledus pils mazajā zālē grib izklāt visu grīdu ar ledus parketa plāksnēm. Viņai pieejamas divu veidu plāksnes: *L-veida* un *X-veida* (skat. 1.zīm.; vienas rūtiņas garums 1 *m*).



1.zīm.

Vai Sniega karalienei to izdosies izdarīt, ja zāles izmēri ir **a)** 6 *m*×6 *m*; **b)** 7 *m*×7 *m*. Jāizmanto vismaz viena katra veida plāksne. Plāksnes nedrīkst griezt gabalos, kā arī nevienā vietā tās nedrīkst pārklāties.

5. Pepijai ir 10 dažādi cimdu pāri – 5 pāri sarkanā krāsā un 5 pāri zaļā krāsā. Cik dažādos veidos Pepija var izvēlēties 4 cimdus tā, lai starp tiem būtu gan 2 zaļi un 2 sarkani cimdi, gan 2 labās rokas un 2 kreisās rokas cimdi?