

Jauno matemātiķu konkurss 2003./04.m.g.

1. kārtas uzdevumi

1. 1. zīm. katru zvaigznīti aizstāj ar vienu ciparu tā, lai iegūtu pareizu reizināšanas piemēru! Vai šim uzdevumam ir tikai viens vienīgs atrisinājums?

$$\begin{array}{r} * * * \\ * * \\ \hline 4 * * \\ * * 8 \\ \hline * 0 * 7 4 \end{array}$$

1. zīm.

6	2	2
3		3
1	4	5

2. zīm.

2. Atzīmējiet plaknē 6 punktus tā, lai novelkot visas iespējamās taisnes, kas satur vismaz divus no atzīmētajiem punktiem, iegūtu tieši 9 dažādas taisnes!
3. Vāzē stāv baltas, sarkanas, dzeltenas un violetas puķes, pavisam 19 ziedi. Sarkanie un violette ziedo kopā ir 5, bet dzeltenie un violette kopā ir 8. Noskaidrojiet, cik ir balto ziedu, ja zināms, ka balto ziedu ir visvairāk, bet violeto – vismazāk!
4. No viena komplekta visiem domino kauliņiem izveidojiet četrus kvadrātveida rāmjus, lai visu kvadrātu malu garumi būtu atšķirīgi, pie tam uz viena kvadrāta visām malām esošo skaitļu (punktu) summas būtu vienādas ar 13, otram kvadrātam – 14, trešajam kvadrātam – 15 un ceturtajam kvadrātam – 16.
(Piemēram, 2. zīm. attēlotajam rāmim malas garums ir 3, bet uz katras malas esošo skaitļu summa ir 10.)
5. Šaha turnīrā piedalījās 5 dalībnieki. Katrs spēlēja ar katru tieši vienu reizi. Par uzvaru spēlē piešķir 2 punktus, par neizšķirtu 1 punktu, par zaudējumu 0 punktus. Pēc turnīra izrādījās, ka visi dalībnieki savākuši vienādu punktu skaitu, pie tam spēļu, kuras beidzās neizšķirti, skaits vienāds ar visu turnīrā izcīnīto uzvaru skaitu. Kā tas ir iespējams?

2. kārtas uzdevumi

1. Ierakstiet kvadrātā 4×4 rutiņas skaitļus no 1 līdz 16, katru tieši vienu reizi, tā visas četru skaitļu summas pa rindām, kolonnām un abām diagonālēm būtu dažādi pāra skaitļi.
2. Jānītim ir 10 vienādmalu trijstūrīši, kurus var salīmēt ar maliņām kopā. No tiem Jānītis grib izveidot lukturīšus telpisku ķermeņu formā, kuriem visas skaldnes ir dotie vienādmalu trijstūri. Cik un kādus lukturīšus Jānītis var izgatavot?
3. Vai var atrast tādu skaitli, kuru reizinot ar tā ciparu summu, iegūst 2004?
4. Ciematā daži bērni draudzējas savā starpā, citi – nē (ja A draudzējas ar B, tad B draudzējas ar A). Katram bērnam ir vismaz viens draugs. Brīvdienās katram bērnam ir iespēja doties vai nu uz Cirku, vai uz Leļļu teātri. Pierādiet, ka daļa bērnu var doties uz Cirku, bet pārējie – uz Leļļu teātri tā, ka katrs bērns varēs uzzināt informāciju par pasākumu, uz kuru nav bijis, no kāda sava drauga, kurš uz to bija aizbraucis.
5. Jūrā atrodas kvadrātveida sala ar malas garumu 6 km. Vai iespējams šajā salā izrakt vairākus kvadrātveida dīķus un līčus ar malas garumu 1 km tā, lai sala joprojām paliek "viengabalaina" un tās krasta līnijas garums ir 54 km?

3. kārtas uzdevumi

1. Ciparu virknē 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ievietojiet aritmētiskās darbību zīmes („+”, „-”, „·”, „:”) un iekavas tā, lai iegūtās izteiksmes vērtība būtu 99.

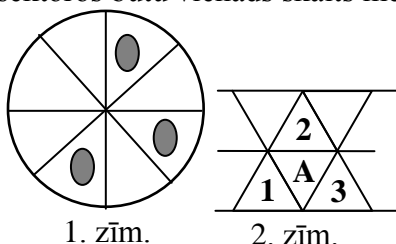
- Kādus naturālus skaitļus var ievietot x un y vietā, lai iegūtu pareizu vienādību $5x + 2y = 30$. Atrodiet visas iespējamās atbildes!
- Regulāram sešstūrim katrā stūrī izgriezta pa vienam rombam, kura malas garums ir puse no sešstūra malas garuma (skat. 5.zīm.). Aprēķiniet, kura daļa no sešstūra laukuma ir iegūtās zvaigznes laukums?
- Skudriņa Tipa atrodas rūtiņas lapas augšējā kreisajā stūrī. Viņa var pārvietoties tikai pa rūtiņu malām, pie tam tikai virzienā uz leju vai pa labi. Katrai rūtiņas virsotnei aprēķināts, cik dažādos veidos Tipa var nokļūt šajā punktā. Kurās rūtiņu virsotnēs skudriņa var nokļūt ne vairāk kā 50 dažādos veidos? (Parādiet to zīmējumā!)
- Attālums starp divām pilsētām A un B ir 100km. No tām vienlaicīgi ar vienādu ātrumu viens otram pretī izbrauca divi velosipēdisti. Tāpat no pilsētas A reizē ar velosipēdistu izlidoja putniņš. Putniņš lidoja līdz sastapa otru velosipēdistu, tad apgriezās un lidoja atpakaļ līdz sastapa pirmo velosipēdistu, atkal apgriezās utt., līdz abi velosipēdisti satikās. Cik km nolidoja putniņš, ja zināms, ka tā ātrums ir 2 reizes lielāks nekā velosipēdistu ātrums?

4. kārtas uzdevumi

- Atrodiet kaut vienu skaitli, kurš izdalās ar 11 bez atlikuma, bet kuru dalot ar 2, atlikums ir 1; dalot ar 3, atlikums ir 2; dalot ar 4, atlikums ir 3; dalot ar 5, atlikums ir 4; dalot ar 6, atlikums ir 5; dalot ar 7, atlikums ir 6; dalot ar 8, atlikums ir 7; dalot ar 9, atlikums ir 8 un dalot ar 10, atlikums ir 9.
- Vai vienādmalu trijstūri var sagriezt 3; 4; 8; 9 vienādos trijstūrīšos? Ja var, parādi, kā, ja nevar, pamato, kāpēc!
- Aprēķināt izteiksmes $\frac{20032003 \cdot 20032004 \cdot 20032005 + 20032004}{20032002 \cdot 20032006 + 4}$ vērtību.
- Konferencē satikās 6 zinātnieki. Vai var gadīties, ka katrs no šiem zinātniekiem draudzējas tieši ar diviem citiem zinātniekiem no šīs grupas?
- Pie pils durvīm ir divas pogas – zila un sarkana. Lai durvis atvērtos, jāievada kods – jānospiež šīs pogas pareizā secībā kopā 4 reizes (kods varētu būt, piemēram, z s z z vai s s s s utml.). Lācītis nezina pareizo kodu, tāpēc viņš spiež abas pogas vairākas reizes, līdz durvis atveras. Cik reizes vismaz un kādā secībā šīs pogas lācītim jānospiež, lai viņš noteikti tiktu pilī iekšā?

5. kārtas uzdevumi

- Rindā augošā kārtībā viens aiz otra uzrakstīti visi naturālie nepāra skaitļi, skaitļus vienu no otra nekādi neatdalot (t.i., iegūstam nepārtrauktu ciparu virknīti 135791113... utt.). Kāds cipars šajā virknē atradīsies 2004.vietā?
- No papīra izgriezta divus izliektus piecstūrus un kaut kā uzlika vienu otram virsū. Kāda figūra var būt abu piecstūru kopīgā daļa? Apskatiet visas iespējas un pamatojiet, ka citu nav!
- Vinnijs Pūks riņķi sadalīja 8 sektoros un izvietoja tajos 3 medus podus tā, kā parādīts 1.zīm. Ar vienu gājienu atļauts divos blakus sektoros ielikt katrā vēl tieši 1 medus podu. Vai var panākt, lai pēc vairākiem gājieniem visos sektoros būtu vienāds skaits medus podu?



1. zīm.

2. zīm.

4. Plakne sadalīta vienādos vienādmalu trijstūrīšos. Vienā no tiem novietota regulāra trijstūra piramīda, kuras visas skaldnes vienādas ar režģa trijstūrīšiem. Ar vienu gājienu atļauts pārvēlt piramīdu pār vienu pamata šķautni, to neslidinot. (t.i., ja piramīda atradās plaknes trijstūrītī A, tad pēc 1 gājiena tā var atrasties vai nu trijstūrītī 1, 2 vai 3; skat. 2. zīm.)

Kāds ir mazākais gājienu skaits, lai piramīda, pārvēlusies pār katru savu šķautni vismaz vienu reizi, atgrieztos sākotnējā trijstūrītī?

5. Anniņai ir 13 kārbas, vienā no tām ir paslēpta lelle. (Anniņa zina, kurā kārbā ir lelle, bet Līzīte – nē.). Līzītei ir 6 konfektes un viņa grib iegūt lelli. Tāpēc meitenes spēlē sekojošu spēli: Līzīte norāda uz vienu vai vairākām kārbām un jautā Anniņai, vai lelle ir kādā no šīm kārbām. Ja Anniņa atbild „jā”, Līzīte viņai dod 2 konfektes, ja atbilde ir „nē”- 1 konfekti (Anniņa nemānās!). Ja Līzīte atmin, kurā kārbā ir lelle, viņa to iegūst. Vai Līzīte noteikti var iegūt lelli? Pastāstiet, kā viņai jārikojas!